Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 87 (1969)
Heft: 6

Sonstiges

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, ZÜRICH

Studientagung über aktuelle Ingenieurprobleme vom 18. und 19. Oktober 1968 in Zürich

Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein. Fachgruppe der Ingenieure für Brückenbau und Hochbau (FGBH)

Heute und in den nächsten Heften veröffentlichen wir die an der Studientagung gehaltenen Vorträge. Alle Aufsätze werden in einem Sonderheft zusammengefasst.

Der Computer formt die statischen Methoden

DK 624.04:681.142

Von **John P. Wolf**, dipl. Ing. ETH, Zürich

Als anfangs der fünfziger Jahre die ersten statischen Berechnungen mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen bewältigt wurden, kamen die von der Handrechnung her bekannten Verfahren zur Anwendung, wie zum Beispiel die Methode Cross, die Festpunktmethode und, falls die (kleine) Anzahl von überzähligen Grössen einfach erfasst werden konnte, auch die Kraftmethode. Gewisse dieser Verfahren vermischen sehr stark das Aufstellen der grundlegenden Gleichungen, die das physikalische Verhalten beschreiben, mit deren meistens iterativen Lösung, um das Lösen eines grösseren Gleichungssystems von Hand zu vermeiden. Der Computer ist aber sehr gut in der Lage, grosse Gleichungssysteme direkt zu lösen. Andere Handmethoden stellen direkt «anschauliche» Zwischenresultate auf (zum Beispiel die Schnittkraftverteilungen infolge der überzähligen Grössen = 1); diese in einem allgemeinen Computerprogramm direkt zu erfassen, kann aufwendig sein. Es ist günstiger, die verschiedenen Zwischenresultate im Computer, ausgehend von den gleichen grundlegenden Beziehungen selbst zu berechnen (zum Beispiel ergeben sich die oben erwähnten Schnittkraftverteilungen als Resultat einfacher Matrizenoperationen mit der sogenannten Gleichgewichtsmatrize).

Mit der Zeit kam es deshalb zur Entwicklung von den Möglichkeiten der elektronischen Maschine besser angepassten Methoden, das heisst einer eigentlichen computerorientierten Stabstatik. Die physikalischen Beziehungen werden — unabhängig davon, wie diese im Lösungsprozess verwendet werden — allgemein formuliert: erstens die Gleichgewichtsbedingungen in Kräften und zweitens die Kraft-Deformationsgleichungen (wobei diese durch Elimination der Verzerrungen aus den Kraft-Verzerrungs- und den Verzerrungs-Deformationsbeziehungen hervorgegangen sind), völlig analog zur allgemeinen Elastizitätstheorie.

Die eigentliche Lösung erfolgt nach mathematischen Gesichtspunkten, ausgehend von den grundlegenden Beziehungen, wobei die Matrizenrechnung mit Vorteil herangezogen wird. Drückt man in der ersten Gruppe «möglichst viele» Kräfte durch die restlichen (= überzähligen Grössen) aus und führt die dadurch möglich werdende Substitution in der zweiten Gruppe durch, wo zusätzlich noch alle Deformationen eliminiert werden, wird man zu einem Gleichungssystem in den überzähligen Grössen geführt (Kraftmethode). Um zur Deformationsmethode zu gelangen, werden in der zweiten Gruppe die Kräfte durch die Deformationen ausgedrückt und in der ersten eingeführt, die dann nur noch Deformationen als Unbekannte aufweisen. In beiden Methoden können rein mathematische Verfahren zur Lösung der Gleichungen verwendet werden. Entsprechende Substitutionen in Zwischenresultaten führen dann zu den andern Unbekannten. Es ist interessant festzustellen, dass die am Schluss anfallenden Gleichungssysteme und damit auch ihre Lösungen identisch sind mit denen, die mit Handmethoden erhalten werden.

Trotzdem ist diese computerorientierte Stabstatik von grosser Bedeutung: Neben der Tatsache, dass diese Methode für eine elektronische Berechnung geeignet ist, erlaubt sie ein klares Trennen der (sauber formulierten) physikalischen Beziehungen vom eigentlichen mathematischen Lösungsprozess; sie lässt sich auch zum Beispiel auf nichtlineare Probleme der Stabstatik und auf Flächentragwerke ausdehnen.

Damit waren die Grundlagen zur Entwicklung neuer Methoden geschaffen, die das Lösen von Aufgaben ermöglichen, die bisher überhaupt nicht oder nur sehr approximativ rechnerisch erfasst werden konnten. Der Aufbau und jeder Teil dieser Verfahren sind von den Möglichkeiten des Computers, und damit auch der numerischen Mathematik, sehr stark beeinflusst. Sie sind verschieden von Rechenprozessen, die sich auf klassische mathematische Methoden (Fourierreihen, zum Teil auch Differenzmethoden) stützen und in denen somit der Computer nur zur Erledigung des schon längst feststehenden, früher anders, vielleicht nur approximativ bewältigten Rechenaufwandes herangezogen wird.

Im folgenden sollen zwei dieser neuen Methoden, die im soeben fertiggestellten Statikprogrammsystem STRIP (siehe Literaturhinweis) verwendet werden, an Beispielen beleuchtet werden: Die sogenannte Finite Element Methode in der Analysis von Flächentragwerken und die Optimierung der Grösse der Kraft und des Verlaufes der Kabel in einer vorgespannten Konstruktion als Beispiel eines Bemessungsproblemes.

Finite Element Methode (Analyse von Flächentragwerken)

In der Analyse der in Bild 1 dargestellten Schale (Eurogas in Genf, Projektverfasser Ingenieurbüro *Heinz Hossdorf*, Basel), müsste nach herkömmlichen Methoden versucht werden, die Differentialgleichungen aufzustellen, was infolge der variablen Stärke und des komplizierten Verlaufes der Mittelfläche, auch mit Hilfe des Computers, sehr schwierig ist. Diese wären dann numerisch (zum Beispiel durch passend gewählte Reihen- oder Differenzenausdrücke) zu lösen und, um Ausdrücke für die Schnittkräfte zu erhalten, wären komplizierte Differentiationen approximativ durchzuführen. Dieser Weg scheint nicht vielversprechend zu sein.

Mit der Finite Element Methode, die wir von zwei Seiten, der mathematischen und der baustatischen, betrachten wollen, ist die Analyse heute routinemässig möglich. Vom mathematischen Standpunkt aus gesehen, stellt die Differentialgleichung bereits ein Zwischenresultat dar; sie ist durch Anwendung der Variationsrechnung auf ein Energieminimalprinzip der Statik hergeleitet worden. Die in diesem Prinzip vorkommenden Ausdrücke sind einfacher als diejenigen in den Differentialgleichungen. Es empfiehlt sich deshalb, die numerischen Approximationen bereits auf der Stufe der Energieausdrücke einzuführen[1]), und erst dann das Minimalprinzip anzuwenden. Die numerische Approximation, bestehend je nach dem Verfahren aus Deformations- und/oder Spannungsansätzen, wird für jeden Bereich der Mittelfläche (zum Beispiel Dreiecke, Bild 1) gewählt, wobei die Energien durch die ebenfalls eingetragenen Deformationen und verallgemeinerten Knotenkräfte einfach dargestellt werden können. Dies kann nun auch baustatisch gedeutet werden. Die Schale wird in Elemente aufgeteilt, die Verformungseigenschaften jedes Elementes werden durch die Deformationen und verallgemeinerten Kräfte dargestellt (Steifigkeitsmatrize) und die so erfassten Elemente werden (wie in der Stabstatik die einzelnen Balkenelemente) in den Knoten durch Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen zur gesamten Konstruktion zusammengefügt. Die veränderliche Schalenstärke und

[1]) Zusätzlich ergibt sich, dass das endgültige Gleichungssystem positiv definit ausfällt, also zum Beispiel auch symmetrisch ist und die numerische Lösung, je nach Art der eingeführten Approximation entweder «zu steif» oder «zu weich» ausfällt. Solche Aussagen können in der oben beschriebenen herkömmlichen Methode nicht gemacht werden.