Gesetze der geometrischen Ähnlichkeit hydraulischer Turbomaschinen bei Einbeziehung betriebsbedingter Deformation und Spaltänderungen der Laufschaufeln

Autor(en): Osterwalder, J. / Gast, P.

Objekttyp: Article

Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung

Band (Jahr): 87 (1969)

Heft 49

PDF erstellt am: 27.04.2024

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-70822

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek* ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE BAUZEITUNG

4. Dezember 1969

HERAUSGEGEBEN VON DER VERLAGS-AKTIENGESELLSCHAFT DER AKADEMISCHEN TECHNISCHEN VEREINE, 8021 ZÜRICH, POSTFACH 630

Gesetze der geometrischen Ähnlichkeit hydraulischer Turbomaschinen bei Einbeziehung betriebsbedingter Deformation und Spaltänderungen der Laufschaufeln DK 621.224.001.5

Von Prof. J. Osterwalder und Dipl.-Ing. P. Gast, Technische Hochschule Darmstadt

1. Einleitung

Die im Versuchswesen angestrebte geometrische Ähnlichkeit der durch- und umströmten Teile bezieht sich in der Regel auf unbelastete bzw. stillstehende leere Turbomaschinen. Erweitert man diese Forderung auf durchströmte belastete Maschinen, so ergeben sich einige Probleme, die Gegenstand der vorliegenden Untersuchung sind. Es handelt sich dabei um die Ähnlichkeit der durch Fliehkraft und hydrodynamische Kraftwirkung bedingten elastischen Schaufeldeformation. Die Durchbiegung der Laufschaufeln und die damit zusammenhängende Auswirkung auf die Grösse des Spaltes haben bekanntlich einen u. U. wesentlichen Einfluss auf den Wirkungsgrad. Der Beitrag behandelt die massgebenden Ähnlichkeitsgesetze und zeigt am Beispiel, wie die experimentellen Voraussetzungen zu wählen sind, wenn unterschiedliche Laufradwerkstoffe und Strömungsmedien beim Modellversuch Verwendung finden.

Die Untersuchung beschränkt sich auf kranzlose Turbinen für kleine und mittlere Fallhöhen. Die Ergebnisse sind grundsätzlich auch auf Pumpen vergleichbarer Bauart anwendbar. Beim Studium des elastizitätsbedingten Verhaltens wird den verschiedenen Möglichkeiten der Modellversuchspraxis Rechnung getragen. Der Fallhöhenbereich, die Werkstoffwahl (Laufschaufeln) und das Strömungsmedium stellen dabei wichtige Kriterien dar. Deformationen durch Eigengewicht, Wärmedehnungen und entsprechende Auswirkungen auf den Laufradspalt werden nicht berücksichtigt. Eine nähere Untersuchung der betreffenden Ähnlichkeitsgesetze erscheint sinnvoll, insbesondere wenn man sich den grossen Arbeitsaufwand für die genaue Herstellung und Kontrolle von Turbinenbeschaufelungen vergegenwärtigt. Im Hinblick auf das Wirkungsgrad- und Kavitationsverhalten (z. B. Spaltkavitation) werden bekanntlich Bruchteile von Millimetern kritisch beurteilt. Es ist daher verständlich, wenn hiermit versucht wird, die aufgewendete Sorgfalt in geeigneter Form auf die in Betrieb befindliche Maschine zu übertragen. Die Forderung nach Modellähnlichkeit ist dann besonders berechtigt und von hohem Interesse.

2. Hydrodynamische Kraftwirkungen

Geometrisch ähnliche Maschinen, die unter vergleichbaren Strömungsbedingungen arbeiten (Ku_1 ; Q_{11} ; σ gleich; Re-Einfluss wird vernachlässigt)¹), haben innerhalb des Hookeschen Gesetzes ähnliche elastische Schaufeldeformationen und Spaltänderungen $\triangle s_K/D_1$ durch hydrodynamische Kraftwirkungen, wenn die Voraussetzungen gemäss Formel (2) wie folgt erfüllt sind:

(1)
$$\frac{\bigtriangleup s_{\mathcal{K}}}{D_1} = C_{\mathcal{K}} H \frac{\gamma_{St}}{E}$$

(2)
$$\frac{H_{\text{Mod}}}{H_{\text{Anl}}} = \frac{E_{\text{Mod}}}{E_{\text{Anl}}} \frac{\gamma_{St \text{Anl}}}{\gamma_{St \text{Mod}}}$$

Die dimensionslose Ziffer C_K ist für geometrisch und hydraulisch ähnliche Maschinen gleich. Formel (1) gilt, sofern druckbedingte Änderungen des Manteldurchmessers vernachlässigbar sind. Im Falle der Verwendung eines Plexiglasmantels aus Gründen der Kavitationsbeobachtung sollte dieser Einschränkung besondere Beachtung geschenkt werden.

3. Fliehkraftwirkung

Die Fliehkraft verursacht elastische Verformungen der Laufschaufeln durch Zugspannung, Biegebeanspruchung (exzentrischer Zug) und Torsion. Geometrisch und hydraulisch ähnliche Turbinen haben innerhalb des Hookeschen Gesetzes gleiche bezogene Spaltänderungen $\triangle s_F/D_1$ durch Fliehkraftwirkung, wenn die Formel (4) beachtet wird (C_F = Konstante entsprechend Hinweis für C_R):

¹) Eine Zusammenstellung der verwendeten Bezeichnungen findet sich am Schluss des Aufsatzes.

(3)
$$\frac{\bigtriangleup S_F}{D_1} = C_F H \frac{\gamma_W}{E}$$

(4)
$$\frac{H_{\text{Mod}}}{H_{\text{Anl}}} = \frac{\gamma_W \text{ Anl}}{\gamma_W \text{ Mod}} \frac{E_{\text{Mod}}}{E_{\text{Anl}}}$$

Wird vollständige geometrische Ähnlichkeit der Schaufeldeformation und Spaltänderung verlangt, so müssen die Formeln (2) und (4) zu ein und demselben Fallhöhenverhältnis und daher zu folgender Beziehung führen:

(5)
$$\left(\frac{\gamma_{St}}{\gamma_{W}}\right)_{Mod} = \left(\frac{\gamma_{St}}{\gamma_{W}}\right)_{An:}$$

Bei gleichen Strömungsmedien (Normalfall) und Werkstoffen von Modell und Grossanlage ergibt sich gemäss Formeln (2) und (4) das Fallhöhenverhältnis $H_{Mod}/H_{An1} = 1$. Werden beim selben Strömungsmedium Laufschaufelmaterialien mit annähernd gleichem spezifischen Gewicht, jedoch unterschiedlichem Elastizitätsmodul E verwendet (z. B. Stahlguss für die Grossanlage und Aluminiumbronze beim Modell), so kann die Modellfallhöhe den Gegebenheiten des Prüfstandes u. U. entsprechend der Gleichung angepasst werden.

5a)
$$\frac{H_{\text{Mod}}}{H_{\text{Anl}}} = \frac{E_{\text{Mod}}}{E_{\text{Anl}}}$$

Da Prüfstände bezüglich Leistung und Fallhöhe nach unterschiedlichen Gesichtspunkten bemessen werden, lässt sich vollständige geometrische Ähnlichkeit leider nicht immer verwirklichen. Weil mit dieser Forderung eine erhebliche und auch unerwünschte Einschränkung der experimentellen Möglichkeiten verbunden wäre, soll im folgenden Teil des Berichtes auf Kompromisse bzw. Näherungslösungen eingegangen werden.

4. Näherungslösungen

(8)

Auf der Suche nach entsprechenden Gesetzmässigkeiten wird zunächst vom Laufradspalt *s* ausgegangen, da dieser bekanntlich einen erheblichen Einfluss auf den Wirkungsgrad ausübt. Für ihn gilt:

(6)
$$\frac{s}{D_1} = \frac{\bigtriangleup s_K - \bigtriangleup s_F + s_0}{D_1} = C_K H \frac{\gamma_{St}}{E} - C_F H \frac{\gamma_W}{E} + \frac{s_0}{D_1}$$

 s_0 ist der Spalt der leeren, stillstehenden Turbine (Nullspalt), und das Minuszeichen deutet an, dass die Deformation durch Fliehkraft spaltverkleinernd wirkt. Ausgehend von der Annahme, dass die erwähnte Kompromisslösung in der Wahl verschiedener bezogener Nullspalte bei Modell und Anlage liegen kann, soll vorerst der betreffende Unterschied wie folgt bestimmt werden:

$$\frac{\Delta s_0}{D_1} = \left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Mod}} - \left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{An}}$$

Die Forderung nach geometrischer Ähnlichkeit des Spaltes $(s/D_1)_{Mod} = (s/D_1)_{Anl}$ ergibt:

(7)
$$\frac{\Delta s_0}{D_1} = \left(\frac{\Delta s_K - \Delta s_F}{D_1}\right)_{\text{Anl}} - \left(\frac{\Delta s_K - \Delta s_F}{D_1}\right)_{\text{Mod}}$$

In Verbindung mit den Gleichungen (1) und (3) erhält man:

$$\frac{\Delta s_0}{D_1} = C_F \left[H_{\text{Anl}} \frac{\gamma_{W \text{ Anl}}}{E_{\text{Anl}}} \left(\frac{C_K}{C_F} \frac{\gamma_{St \text{ Anl}}}{\gamma_{W \text{ Anl}}} - 1 \right) - H_{\text{Mod}} \frac{\gamma_{W \text{ Mod}}}{E_{\text{Mod}}} \left(\frac{C_K}{C_F} \frac{\gamma_{St \text{ Mod}}}{\gamma_{W \text{ Mod}}} - 1 \right) \right]$$

Tabelle 1. Materialkonstanten und Kennzahlen verschiedener im Versuchswesen gebräuchlicher Laufradwerkstoffe.

Werkstoff	γw kp/cm ³	E kp/cm²	$C_1 = \gamma_W/E$ 1/cm	$C_2 = \gamma_{St} / \gamma_W$ (Wasser)	$C_2 = \gamma_{St} / \gamma_W$ (Gase)
Aluminium- bronze	7,6 · 10 ⁻³	8,0 · 10 ⁵	0,95 · 10 ⁻⁸	0,1315	~0
Epoxydharz (mit Glas- fasern)	1,6 · 10 ⁻³	8,0 · 10 ⁴	2,0 · 10 ⁻⁸	0,625	\sim 0
Silumin	2,6 · 10 ⁻³	7,2 · 10 ⁵	3,61 · 10 ⁻⁹	0,385	~ 0
Stahlguss	$7,8 \cdot 10^{-3}$	2,1 · 106	$3,71 \cdot 10^{-9}$	0,128	~ 0

Mit $A = C_K/C_F$ und C_1 ; C_2 gemäss Tabelle 1 ist:

(9)
$$\frac{\Delta s_0}{D_1} = C_F \left[H_{\text{Anl}} C_1 \text{ Anl} \left(A C_2 \text{ Anl} - 1 \right) - H_{\text{Mod}} C_1 \text{ Mod} \left(A C_2 \text{ Mod} - 1 \right) \right]$$

Der aus (8) und (9) berechnete Nullspaltunterschied gewährleistet keine geometrische Ähnlichkeit der Schaufeldurchbiegung. Es können hingegen die Versuchsbedingungen (H_{Mod} ; $s_{0 Mod}$) angegeben werden, bei denen beispielsweise die mittlere Spaltgrösse *s* ähnlich ausfällt; weitere diesbezügliche Hinweise folgen.

Aus Formel (9) ergibt sich eine weitere Gesetzmässigkeit unter Annahme $\Delta s_0/D_1 = 0$ wie folgt:

(10)
$$\frac{H_{\text{Anl}}}{H_{\text{Mod}}} = \frac{C_1 \text{ Mod}}{C_1 \text{ Anl}} \frac{A C_2 \text{ Mod} - 1}{A C_2 \text{ Anl} - 1}$$

Bei Einhaltung des Fallhöhenverhältnisses entsprechend Gleichung (10) ist:

$$\left(\frac{\bigtriangleup s_{K}-\bigtriangleup s_{F}}{D_{1}}\right)_{\mathrm{Mod}} = \left(\frac{\bigtriangleup s_{K}-\bigtriangleup s_{F}}{D_{1}}\right)_{\mathrm{Anl}}$$

Bei Modell und Anlage sind die bezogenen Deformationen durch hydrodynamische und Fliehkraftwirkung anteilmässig verschieden, doch als Summe gleich gross. Formel (10) gewährleistet somit geometrische Ähnlichkeit von Spaltspiel und Schaufeldurchbiegung. Einschränkend sei jedoch vermerkt, dass es sich um die den CF- und CK-Werten zugrunde gelegten Deformationen bzw. Spaltänderungen eines bestimmten Bezugsortes handelt (z. B. Mittelwerte). Infolge wechselnder Beanspruchungen durch hydrodynamische und Fliehkraftwirkung (Druckverteilung - Massenverteilung) kann die erwähnte Gleichheit der Summe der elastischen Verformungen nicht für die ganze Schaufel gelten, da die Grösse A und somit auch das Ergebnis der Formel (10) von Ort zu Ort sich ändern (dies wäre nur bei Berücksichtigung von Formel (5) bzw. (5a) der Fall). Die mit den Formeln (9) und (10) erreichbare Ähnlichkeit (z. B. des mittleren Spaltes) stellt immerhin eine brauchbare Ersatzlösung dar. Wird im folgenden Teil von geometrisch ähnlichen Spalten gesprochen, so handelt es sich immer um diese «Ersatzähnlichkeit».

5. Diskussion der Ziffern C_K; C_F; A

Voraussetzung zur praktischen Anwendung der Formeln (9) und (10) bzw. des Nomogrammes Bild 1 sind Kenntnisse über die darin enthaltenen Grössen. Nachdem H_{An1} ; C_1 ; C_2 in der Regel bekannt sind, soll anschliessend auf C_F ; C_K und A eingegangen werden.

Die Fliehkraftkonstante C_F kann durch Ermittlung von $\triangle s_F$ (z. B. Mittelwert) an dem in Luft frei rotierenden Laufrad (z. B. Drehbank) experimentell bestimmt und in Abhängigkeit von Ku_1 wie folgt dargestellt werden:

(11)
$$C_F = \frac{\bigtriangleup s_F}{D_1} \frac{E}{H\gamma_W} = \frac{\bigtriangleup s_F}{D_1} \frac{2 E}{\varrho_W} \frac{K u_1^2}{u_1^2}$$

Diesbezüglich sei auf Angaben von *M. Fauconnet* [1] über Schleuderversuche an einem ausgeführten, kranzlosen, doppelflutigen Francislaufrad mit den Daten $n_s = 212 \sqrt{2}$, n = 428,6 U/min, $D_1 = 1,1 \text{ m}$, Werkstoff Al-Bz verwiesen. (*n* entspricht der Nenndrehzahl der Turbine bei $H_{\text{An1}} = 44 \text{ m}$)

Die mittlere bezogene Spaltänderung war mit dem Nullspalt s_0/D_1 identisch und wurde zu $\triangle s_F/D_1 = 0,00236$ bestimmt. Durch Ein-

setzen in Formel (11) ergibt sich $C_F = 79,5 K u_1^2$. Bei Kaplan-Turbinen führen die fliehkraftbedingten Zugspannungen σ_Z zu relativ kleinen Spaltänderungen $\Delta s_F/D_1$, die rechnerisch ausreichend genau abgeschätzt werden können. Stellt man sich die Laufschaufel als Fortsetzung von «Zapfen und Teller» ersatzweise als Rotationskörper gleicher Massenverteilung und Festigkeitsquerschnitte über dem Radius *R* vor, so lässt sich deren bezogene Längenänderung $\Delta l/l \sim \Delta s_F/D_1$ wie folgt durch graphische Integration bestimmen:

(11a)
$$\frac{\bigtriangleup s_F}{D_1} = \frac{1}{D_1} \sum_{p} \sigma z \cdot dR$$

Die kleine, durch Nabenelastizität bedingte Spaltänderung, kann überschlägig gleichfalls abgeschätzt werden. Fliehkraftbedingte Biegespannungen (exzentrischer Zug) führen zu keiner nennenswerten Spaltänderung, da die Schaufeldeformation bzw. Durchbiegung sozusagen parallel zum Kugel- oder Halbkugelmantel erfolgt. Dies trifft bei entsprechender Begrenzung (Mantelform) auch für Deriazturbinen zu. Unter dieser Voraussetzung kann C_F nach Formel (11) und (11a) berechnet werden. Für die Beschaufelung einer Niederdruck-Kaplanturbine wurde beispielsweise $C_F = 0,3 Ku_1^2$ bestimmt.

Die Ermittlung von C_K und A führt zu vermehrten Schwierigkeiten, da die Druckverteilung am Schaufelblatt von den jeweiligen Betriebsdaten Ku_1 und Q_{11} abhängt und diese Grössen sowohl die hydrodynamischen Kraftwirkungen als auch C_K beeinflussen. Geeignete Unterlagen sind spärlich; sie können nur auf experimentellem Weg beschafft werden. Die erwähnten Untersuchungen von Fauconnet [1] liefern dazu einige Hinweise. Es handelt sich dabei um die Modellmaschine $(D_1 = 0, 4 \text{ m})$ mit glasfaserverstärkten Epoxydharzschaufeln; sie wurde mit Wasser als Strömungsmedium bei verschiedenen Fallhöhen gemessen. Die für $Ku_1 = 0,808$ veröffentlichten Ergebnisse sind in etwas abgewandelter Form in Bild 2 dargestellt. Die betreffende, für $H_{\text{Mod}} = 8,5 \text{ m}$ eingezeichnete Kurve (Gerade) kann ausreichend genau durch $\triangle s_K/D_1 = 0,0106 \ Q/Q$, wiedergegeben werden. Aus Formel (1) folgt somit:

$$C_{K} = 0,0106 \cdot \frac{Q}{Q} \stackrel{E}{\longrightarrow} H_{\text{Mod } \gamma'St} \approx 1000 \frac{Q}{Q}$$

Mit der gemäss Formel (11) schon berechneten Fliehkraftkonstanten der Grossanlage ($C_F = 79,5 \cdot Ku_1^2 = 79,5 \cdot 0,808^2 = 51,7$) ergibt sich:

$$A = \frac{C_K}{C_F} = \frac{1000}{51,7} \frac{Q_{11}}{Q_{11}} = 19,35 \frac{Q_{11}}{Q_{11}}$$

Bei Kaplan-, Propeller- und Deriazturbinen ist die Ermittlung von C_K und A weniger wichtig, weil die durch hydrodynamische Kraftwirkungen bedingte Schaufeldurchbiegung im Kugel- oder Halbkugelmantel keine nennenswerte Spaltänderung verursachen kann; somit ist $A \approx 0$. Da die fliehkraftbedingte Spaltänderung ebenfalls klein ist, werden die bezogenen Nullspalte bei Modell und Grossanlage in der Regel gleich ausgeführt. Beim Luftversuch liegen die Verhältnisse u. U. etwas anders; ein Rechenbeispiel soll dies veranschaulichen. Mit A = 0 lässt sich Formel (9) wie folgt vereinfachen:

(12)
$$\frac{\bigtriangleup s_0}{D_1} = C_F \left(C_1 \mod H_{\text{Mod}} - C_1 \mod H_{\text{Anl}} \right)$$

Annahmen:

Werkstoff der Grossanlage, St.-G.; $H_{Anl} = 20 \text{ m}$



stimmung von C_K

= 0.808

Werkstoff der Modellturbine, Silumin bzw. Epoxydharz $\Delta p = 250 \text{ kp/m}^2$; $\gamma_{St} = 1,26 \text{ kp/m}^3$ (Luft); $H_{\rm Mod} = 250/1, 26 = 198,5 {\rm m}$ C_1 vgl. Tabelle 1; $C_F = 0,3 K u_1^2$

Werden diese Daten in Formel (12) eingesetzt, so erhält man die folgenden, nicht unwesentlichen Nullspaltunterschiede:

> $\frac{\Delta s_0}{D_{\star}} = 1.90 \cdot 10^{-5} \cdot K u_1^2 \text{ (Siluminschaufeln)}$ $\frac{\Delta s_0}{D_1} = 0.12 \cdot 10^{-3} \cdot K u_1^2 \text{(Epoxydharzschaufeln)}$

6. Anwendung der abgeleiteten Spaltgeometriegesetze

Nachdem die in den Formeln (9) und (10) enthaltenen Grössen behandelt worden sind, soll anschliessend deren Anwendung anhand des Nomogrammes Bild 1 erläutert werden. Es gibt u. a. Auskunft über die zur Gewährleistung geometrisch ähnlicher Spalte s/D1 erforderlichen Versuchsbedingungen der Modellturbine. Die Daten der Grossanlage werden als gegeben betrachtet. Zum besseren Verständnis sind einige Auswertungsbeispiele in Tabelle 2 dargestellt. Sie beziehen sich auf die oft zitierten experimentellen Untersuchungen von M. Fauconnet, weil daraus konkrete Angaben über C_F , C_K und A hergeleitet werden können [1].

Anwendung a

Im üblichen Falle gleicher bezogener Spalte s_0/D_1 bei Modell und Anlage berechnet sich die Fallhöhe H_{Mod} nach Formel (10) oder entsprechend dem im Nomogramm angedeuteten Beispiel. Je nach Modellwerkstoff und Betriebsdaten ergeben sich verschiedene Fallhöhen der Modellturbine.

Unter bestimmten Voraussetzungen (z. B. Luftversuche) lässt sich keine Zuordnung der Schnittpunkte der Quadranten III und II in Bild 1 erzielen oder es ergeben sich unzweckmässige, das heisst zu kleine, bzw. zu grosse Fallhöhen der Modellturbine, wie sie beispielsweise in Tabelle 2 dargestellt sind. Unter diesen Umständen wird wie folgt verfahren:

Anwendung b

 $\triangle s_0/D_1$ wird für eine bestimmte, geeignet erscheinende Fallhöhe der Modellturbine bestimmt. Man erhält:

(13)
$$\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Mod}} = \left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Anl}} + \frac{\Delta s_0}{D_1}$$

Zu erwähnen bleibt noch, dass die Ergebnisse beider Anwendungen (a und b) vom jeweiligen Betriebspunkt (Q_{11} ; Ku_1) des Kennlinienfeldes abhängen, da A und CF Funktionen dieser Grössen sind. Diesem Einfluss kann nach Vorgehen a durch Variation von H_{Mod} Rechnung getragen werden. Beim Vorgehen b muss man sich für einen mittleren Nullspalt der Modellturbine entscheiden und Abweichungen in Kauf nehmen. Ausgehend vom inzwischen bekannten Beispiel der doppelflutigen kranzlosen Francisturbine sind die Formeln (9) und (10) bzw. das Nomogramm Bild 1 für verschiedene experimentelle Möglichkeiten bezüglich der Wahl der Werkstoffe und Strömungsmedien ausgewertet und in den Tabellen 2 und 3 dargestellt worden.

Zur Vervollständigung soll das von M. Fauconnet [1] vorgeschlagene Verfahren nachstehend kurz erläutert werden: Beim Versuch werden sämtliche Betriebspunkte der interessierenden Kennlinie bei ein und derselben Drehzahl gefahren. Entsprechend den Modellgesetzen und unter Berücksichtigung von Formel (2) gilt für gleiche spezifische Umfangsgeschwindigkeiten [1] und Strömungsmedien:

$$\frac{n_{\text{Mod}}}{n_{\text{Anl}}} = \left(\frac{H_{\text{Mod}}}{H_{\text{Anl}}}\right)^{1/2} \quad \frac{D_{1 \text{ Anl}}}{D_{1 \text{ Mod}}} = \left(\frac{E_{\text{Mod}}}{E_{\text{Anl}}}\right)^{1/2} \frac{D_{1 \text{ Anl}}}{D_{1 \text{ Mod}}}$$
$$n_{\text{Mod}} = n_{\text{Anl}} \left(\frac{E_{\text{Mod}}}{E_{\text{Anl}}}\right)^{1/2} \frac{D_{1 \text{ Anl}}}{D_{1 \text{ Mod}}}$$

Bei dieser Drehzahl wird das Versuchslaufrad durch Einschleifen in den Mantel eingepasst (Leerlaufbetrieb). Die durch Fliehkraft bedingte elastische Verformung gelangt bei dieser «Bearbeitungsmethode» zur Auswirkung. Es wird dabei dasselbe bezogene Laufradspiel angestrebt wie es im Falle der Grossanlage unter denselben Voraussetzungen (Leerlaufbetrieb) bereits ausgemessen wurde. Durch dieses Vorgehen wird die Wirkung der Fliehkraft und somit auch die Forderung entsprechend Formel (4) kompensiert. Geometrische Ähnlichkeit des Spaltes ist unter Einhaltung von Formel (2) bzw. bei Berücksichtigung der genannten Drehzal nMod gewährleistet.



Tabelle 2: Beispiele zur Bestimmung der Modellfallhöhe bei gleicher relativer Spaltweite $\frac{s_0}{D}$ (Anwendung a)

Daten der Grossanlage:

 $D_1 = 1,1$ m; H = 44 m; n = 428,6 U/min; $\frac{s_0}{D_1} = 2,36 \cdot 10^{-3}$; $\gamma_{ST} = 1 \cdot 10^{-3}$ kp/cm³ Laufradwerkstoff: Al-Bz; Materialkonstante siehe Tabelle 1 Dimensionslose Kennziffern* $C_F = 51,7$; $C_K = 1000 \cdot \frac{Q_{11}}{Q_{11}}$; $A = \frac{C_K}{C_F} = 19,35 \cdot \frac{Q_{11}}{Q_{11}}$ * Bei Modell und Anlage gleich, sofern Ku_1 und Q_{11} gleich sind.

Daten des Modellaufrades (Strömungsmedium Wasser)	$\frac{Q_{11}}{Q_{11}}$	A	$\frac{H_{\rm Anl.}}{H_{\rm Mod}}$ Formel (10)	H_{Mod} [m] Formel (10) oder aus Bild 1	Bemerkungen		
Werkstoff: AlBz	0,6	11,62	1,0	44			
$\frac{s_0}{s_0} = 2.36 \cdot 10^{-3}$	0,8	15,50	1,0	44	Bedingung vollständiger geom. Ahnlichkeit gemäss Formel (5) erfüllt.		
	1,0	19,35	1,0	44	Nachteil: Grosse Fallhöhen erfordern entspreche		
siehe Tabelle 1	1,2	23,20	1,0	44	Prüfstandsleistung- und Kosten.		
Werkstoff: Silumin	0,6	11,62	2,49	17,7			
$\frac{s_0}{D_1} = 2,36 \cdot 10^{-3}$	0,8	15,50	1,81	24,3	Versuche müssen bei variablen H_{Mod} bzw. <i>Re</i> durch- geführt werden. Relativ grosse Fallhöhen führen u. U.		
	1,0	19,35	1,58	27,9	zu unzulässigen Schaufelbeanspruchungen da		
Materialkonstante siehe Tabelle 1	1,2	23,20	1,46	30,1	$\sigma_{zul} \operatorname{Mod} < \sigma_{zul} \operatorname{Anl}$		
Werkstoff: St. G	0,6	11,62	0,361	122			
$\frac{s_0}{2} = 2.36 \cdot 10^{-3}$	0,8	15,50	0,370	119	H_{Mod} ist vorteilhafterweise annahernd konstant, je- doch extrem hoch ($H_{Mod} \approx 3 \cdot H_{Anl.}$) und aus		
	1,0	19,35	0,374	117,5	Festigkeitsgründen kaum realisierbar.		
Siehe Tabelle 1	1,2	23,20	0,377	116,5	$(\sigma_{\rm zul} {\rm Mod} \sim \sigma_{\rm zul} {\rm Anl})$		
Werkstoff:	0,6	11,62	24,9	1,77	Versuche müssen hei sehr kleinen und noch da		
Glastaserverstarktes Epoxydnarz	0,8	15,50	17,6	2,50	variablen H_{Mod} bzw. Re durchgeführt werden.		
$\frac{s_0}{D_1} = 2,36 \cdot 10^{-3}$	1,0	19,35	15,05	2,92	von den I.E.CRegeln empfohlene Grenze Re_{\min} 2,5 · 10 ⁶ würde u.U. unterschritten. Kavitation versuche sind problematisch (Luftausscheidung).		
Materialkonstante	1,2	23,20	13,8	3,19			

7. Hydraulische Ähnlichkeit der Spaltströmung

Bisher standen ausschliesslich die Gesetze der geometrischen Ähnlichkeit der elastizitätsbedingten Deformationen und Spaltänderungen zur Diskussion. Es sei aber auch auf die hydraulische Ähnlichkeit bzw. das Modellgesetz der Spaltströmung verwiesen, wonach das Spaltspiel s von Modell und Anlage in der gleichen Beziehung zur Grenzschichtdicke ϑ stehen soll [2].

$$\left(\begin{array}{c} s \\ \overline{\vartheta} \end{array}
ight)_{\mathrm{Mod}} = \left(\begin{array}{c} s \\ \overline{\vartheta} \end{array}
ight)_{\mathrm{Am}}$$

Grenzschichtdicke (Laufradmantel) und Strömungsstruktur innerhalb dieser Grenzschicht beeinflussen die Spaltströmung u. U. wesentlich. Da s meistens die Grössenordnung von ϑ hat, spielt das angegebene Verhältnis für den Spaltverlust eine wichtige Rolle. Aus dem Ansatz für die Dicke der turbulenten Grenzschicht

$$\vartheta \sim K \times Re_r^{-0,2}$$

folgt das erwähnte Modellgesetz zu:

$$\left(\frac{s}{D_1}\right)_{\mathrm{Mod}} = \left(\frac{s}{D_1}\right)_{\mathrm{Anl}} \left(\frac{H_{\mathrm{Anl}}}{H_{\mathrm{Mod}}}\right)^{0,1} \left(\frac{D_1 \mathrm{Anl}}{D_1 \mathrm{Mod}}\right)^{0,2} \left(\frac{\nu_{\mathrm{Mod}}}{\nu_{\mathrm{Anl}}}\right)^{0,2}$$

Die hydraulische Ähnlichkeit erfordert – sofern $Re_{Mod} < Re_{Anl}$ – einen grösseren bezogenen Spalt der Modellturbine. Der betreffende Unterschied zur geometrischen Ähnlichkeit ist:

(14)
$$\left(\frac{\Delta s}{D_1}\right)_{HG} = \left(\frac{s}{D_1}\right)_{Anl} \left[\left(\frac{H_{Anl}}{H_{Mod}}\right)^{0,1} \left(\frac{D_1 \text{ Anl}}{D_1 \text{ Mod}}\right)^{0,2} \left(\frac{\nu_{Mod}}{\nu_{Anl}}\right)^{0,2} - 1\right]$$

Aufgrund der hinlänglich beschriebenen Untersuchungen über die geometrische Spaltähnlichkeit darf $(s/D_1)_{Mod} = (s/D_1)_{An1}$ als bekannt vorausgesetzt werden (vgl. Formel (6) und Tabellen 2 und 3). Nachdem aus diesen Unterlagen auch das Fallhöhen- bzw. Re-Verhältnis hervorgeht, ist $(\Delta s/D_1)_{HG}$ mit Formel (14) bestimmbar.

Wird hydraulische Spaltähnlichkeit bei der Modellturbine gefordert, so muss zum bereits errechneten Nullspalt $(\Delta s/D_1)_{HG}$ addiert werden

$$\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Mod}}^* = \left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Mod}} + \left(\frac{\Delta s}{D_1}\right)_{HG}$$

Abschliessend sei vermerkt, dass die hydraulische Spaltähnlichkeit in der Praxis meistens unbeachtet bleibt. Ohne ein Werturteil abzugeben, sollte im Rahmen dieses Beitrages lediglich auf einen weiteren Aspekt der Modellähnlichkeit aufmerksam gemacht werden.

Dimension

Bezeichnungen

Zeiche	n	Dimension
D_1	Nenndurchmesser des Laufrades	[m]
$R_1 =$	$\frac{D_1}{2}$	[m]
s	Spaltweite	[m]
Η	Fallhöhe	[m]
$\triangle p =$	$H\gamma_{St}$	[kp m ⁻²]
n	Drehzahl	[min ⁻¹]
<i>Q</i> 11	spez. Volumenstrom $Q_{11} = \frac{Q}{D_1^2 H}$	$[m^{1/2} s^{-1}]$
Ku1	spez. Umfangsgeschwindigkeit Ku1 =	$= \frac{n \pi D_1}{60 (2g H)^{1/2}}$
ns	spez. Drehzahl	$[PS^{-1/2} \cdot min^{-1} \cdot n^{-5/4}]$
σ	Kavitationsbeiwert	
Re	Reynoldssche Zahl	
ν	kinematische Zähigkeit	$[m^2 s^{-1}]$
Y	spez. Gewicht	[kp m ⁻³]
g	Erdbeschleunigung	[m s ⁻²]

Tabelle 3. Beispiele zur Bestimmung der relativen Spaltweite $\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{Mod}$ bei vorgegebener Modellfallhöhe (Anwendung b).

Daten der Grossanlage:

 $D_1 = 1.1 \text{ m}; H = 44 \text{ m}; n = 428.6 \text{ U/min}, \frac{s_0}{D_1} = 2.36 \cdot 10^{-3}; \gamma_{St} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kp/cm}^3$

Laufradwerkstoff: Al-Bz; Materialkonstante siehe Tabelle 1

Dimensionslose Kennziffern* $C_F = 51,7$; $C_K = 1000 \cdot \frac{Q_{11}}{Q_{11}}$; $A = \frac{C_K}{C_F} = 19,35 \cdot \frac{Q_{11}}{Q_{11}}$ * Bei Modell und Anlage gleich, sofern Ku₁ und Q₁₁ gleich sind.

Daten der Modellturbine bzw. des Laufrades	$\frac{Q_{11}}{Q_{11}}$	A	AC _{2 Mod} -1	$\frac{\Delta s_0}{D_1}$	$\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\mathrm{Mod}}$	Bemerkungen
annehitert Legen Alter and a	0,6	11,62	0,532	$0,629 \cdot 10^{-3}$	2,99 · 10 ⁻³	$\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{Mod}$ ändert sich je nach Be-
Werkstoff: Al-Bz $H_{Mod} = 20 \text{ m}$	0,8	15,50	1,04	$1,225 \cdot 10^{-3}$	$3,58 \cdot 10^{-3}$	tischen Gründen nicht für jeden
Strömungsmedium Wasser	1,0	19,35	1,55	1,83 · 10 ⁻³	4,19 · 10 ⁻³	kann, wird am besten vom Mittel-
	1,2	23,20	2,06	2,43 · 10 ⁻³	4,79 · 10 ⁻³	wert im wichtigsten Bereich $\frac{Q_{11}}{Q_{11}}$ ausgegangen. (Kompromiss)
Werkstoff	0,6	11,62	6,26	$-1,69 \cdot 10^{-3}$	$0,67 \cdot 10^{-3}$	$\left(\frac{s_0}{D_1}\right)_{\text{Mod}}$ ist vorteilhafterweise
Glasfaserverstärktes Epoxydharz	0,8	15,50	8,70	$-1,69 \cdot 10^{-3}$	0,67 · 10 ⁻³	$H_{\text{Mod}} = 4,4$ m bei ausreichenden
Strömungsmedium	1,0	19,35	11,10	$-1,69 \cdot 10^{-3}$	$0,67 \cdot 10^{-3}$	chungen durchgeführt werden. Bei
Wasser	1,2	23,20	13,50	$-1,69 \cdot 10^{-3}$	0,67 · 10 ⁻³	Kavitationsuntersuchungen sir Probleme der Luftausscheidunge u. U. zu beachten.
Werkstoff:	0,6	11,62	n Valsen 1 oct 1 t man 1 sit	21,65 · 10 ⁻³	24,01 · 10 ⁻³	Hohe Umfangsgeschwindigkeiten bzw. Drehzahlen und entsprechende Spaltänderung durch Fliehkraft-
$\Delta p = 250 \text{ kp/m}^2$	0,8	15,50		$22,75 \cdot 10^{-3}$	$25,11 \cdot 10^{-3}$	wirkung $\frac{\Delta s_F}{D_1}$ erfordern extreme Nullspalte. Die Beanspruchunger wären zu gross. Luftversuche sind unter solchen Voraussetzungen nich durchführbar. (Beachte Hooke sches Gesetz)
$H = \frac{\Delta p}{\gamma st} = 198,5 \text{ m}$	1,0	19,35	-1	$23,85 \cdot 10^{-3}$	26,21 · 10 ⁻³	
Strömungsmedium Luft mit $\gamma_{St} = 1,26 \text{ kp/m}^3$	1,2	23,20		24,95 · 10 ⁻³	27,31 · 10 ⁻³	
the other Restored and the set	an a	un in pretty	S. Gradh Street	i ontino de	li dance	Obige Kriterien treffen in etwas ver-
Werkstoff: Silumin	0,6	11,62		$3,0 \cdot 10^{-3}$	5,36 · 10 ⁻³	mindertem Umfange gleichfalls zu. Luftversuche mit Francisturbinen
$\Delta p = 125 \text{ kp/m}^2$	0,8	15,50		4,1 · 10 ⁻³	6,46 · 10 ⁻³	dieser Bauart sind offenbar un- zweckmässig, da fliehkraftbedingte
$H = \frac{1}{\gamma_{St}} = 99,2 \text{ m}$	1,0	19,35	-1	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$7,56 \cdot 10^{-3}$	Biegebeanspruchungen (exzentri- scher Zug) extreme Deformationen
Luft mit $\gamma_{St} = 1,26 \text{ kp/m}^3$	1,2	23,20		6,3 · 10 ⁻³	8,66 · 10 ⁻³	und Spaltänderungen $\frac{\Delta s_F}{D_c}$ be-
						wirken.

Q	Dichte	[kg m ⁻³]
E	Elastizitätsmodul	[kp cm ⁻²]
σ_Z	Zugspannung	[kp cm ⁻²]
C_1	Werkstoffkonstante $C_1 = \gamma_W/E$	[cm ⁻¹]
C_2	Dichteverhältnis $C_2 = \gamma_{St} / \gamma_W$	
C_K	Beiwert für hydrodynamische Kraftwirkung	
C_F	Beiwert für Fliehkraftwirkung	
4	Verhältnis der Beiwerte $4 - C_{rr}/C_{rr}$	

Indices

- Mod Modell
- Anl Anlage
- St Strömungsmedium W Werkstoff
- W Werkstoff K hydrodynamische Kraftwirkung

 $_{K}$ hydrodynamische Kraftwir $_{F}$ Fliehkraftwirkung

0 Ruhezustand der Turbine

Punkt besten Wirkungsgrades

HG Unterschied des bezogenen Spaltes bei hydraulischer zu geometrischer Betrachtungsweise

Adresse der Verfasser: Jörg Osterwalder, Dipl.-Ing., o. Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt und Direktor des Institutes für Hydraulische Maschinen und technische Strömungslehre und Peter Gast, Dipl.-Ing., Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen der Technischen Hochschule Darmstadt, D-6100 Darmstadt, Magdalenenstrasse 8–10.

Literaturverzeichnis

[1] *M. Fauconnet*: «Die Erhaltung des Wirkungsgrades von Wasserturbinen in offenen Laufrädern».

Vorabdruck zum IAHR-Symposium, Aufsatz H₂ 1/1, Lausanne (Okt. 1968).

[2] M. Strscheletzky: «Spaltverlust bei axialen Strömungsmaschinen, insbesondere bei Kaplan-Turbinen».

«Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Bd. 21, (1955) H. 4, S. 101–106.