Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft
Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft
Band: 46 (1988)
Heft: 225

Artikel: Photographische Astrometrie
Autor: Schürer, Max
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-899091

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Photographische Astrometrie

I. Teil

Prof. Dr. MAX SCHÜRER

Astrometrie, insbesondere photographische Astrometrie, scheint bei den Amateurastronomen ein wenig beackertes Feld zu sein, und doch lassen sich auf diesem Gebiet ganz reizvolle und oft auch nützliche Arbeiten leisten. Das positionelle Verfolgen eines Kleinplaneten oder Kometen mit nachfolgender Bahnbestimmung ist beispielsweise äusserst interessant und lehrreich. Hat man gar das Glück einen Kometen oder eine Nova zu entdecken, sollte man in der Lage sein, die Position des gefundenen Objekts kompetenten Stellen mitzuteilen.

Prinzipiell eignet sich zur photographischen Astrometrie jede Himmelsaufnahme. Wünschenswert ist jedoch ein Gesichtsfeld, das mindestens 5-6 sog. Anhaltsterne enthält und ein Aufnahmeinstrument von mehr als 20 cm Brennweite, da von dieser u.a. Faktoren die erreichbare Genauigkeit abhängt. Ein Sternkatalog, der Sterne bis zur 8ten oder 9ten Grösse enthält, einige Erfahrung in numerischer Mathematik (Erleichterung bieten programmierbare Taschenrechner oder Personalcomputer) und eine Messeinrichtung (es muss nicht unbedingt ein Koordinatenmesstisch sein, zur Not genügt auch ein feingeteilter Massstab) sind das notwendige «Werkzeug».

Ein Gebiet der Himmelssphäre wird auf einer ebenen Aufnahme notwendigerweise verzerrt abgebildet. Die Beziehungen zwischen den sphärischen Aequatorkoordinaten und den rechtwinkligen Koordinaten auf der Aufnahme, den sog. Standardkoordinaten, lassen sich leicht herleiten. Ein Stern, dessen Richtung mit der optischen Achse des Instruments den Winkel s einschliesst, wird im Abstand f·tg s bei ebener Emulsion oder f·s bei sphärischer Emulsion (Schmidt-oder Maksutov-Kamera) vom Aufnahmemittelpunkt (meist dem Leitstern) abgebildet (Abb.1).

Wir denken uns ein rechtwinkliges Koordinatensystem auf der Aufnahme mit dem Ursprung im Aufnahmemittelpunkt, der x-Achse nach Osten (in Richtung zunehmender Rektaszension) und der y-Achse nach Norden (Abb.2). Dem Aufnahmemittelpunkt entspreche an der Himmelssphäre der Ort mit den Koordinaten α_0 und δ_0. Im sphärischen Dreieck PMO (Abb.3, Sphäre von innen gesehen) gelten die Hauptgleichungen der sphärischen Trigonomertie:

$$\sin s \cdot \sin p = \cos\delta \cdot \sin(\alpha-\alpha_0)$$
$$\sin s \cdot \cos p = \sin\delta \cdot \cos\delta_0 - \cos\delta \cdot \sin\delta_0 \cdot \cos(\alpha-\alpha_0)$$
$$\cos s = \sin\delta \cdot \sin\delta_0 + \cos\delta \cdot \cos\delta_0 \cdot \cos(\alpha-\alpha_0)$$

Die beiden letzten Gleichungen lassen sich für die Rechnung bequemer gestalten, wenn man zwei Hilfsgrössen m und q nach

$$m \cdot \sin q = \sin\delta$$
$$m \cdot \cos q = \cos\delta \cdot \cos(\alpha-\alpha_0) \quad \text{oder}$$
$$\operatorname{tg} q = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\cos(\alpha-\alpha_0)} \quad \text{und } m = \frac{\cos\delta \cdot \cos(\alpha-\alpha_0)}{\cos q}$$

einführt. Die drei Gleichungen lauten damit

$$\sin s \cdot \sin p = \cos\delta_0 \cdot \sin(\alpha-\alpha_0)$$
$$\sin s \cdot \cos p = m \cdot \sin(q-\delta_0)$$
$$\cos s = m \cdot \cos(q-\delta_0)$$

Durch Division erhält man

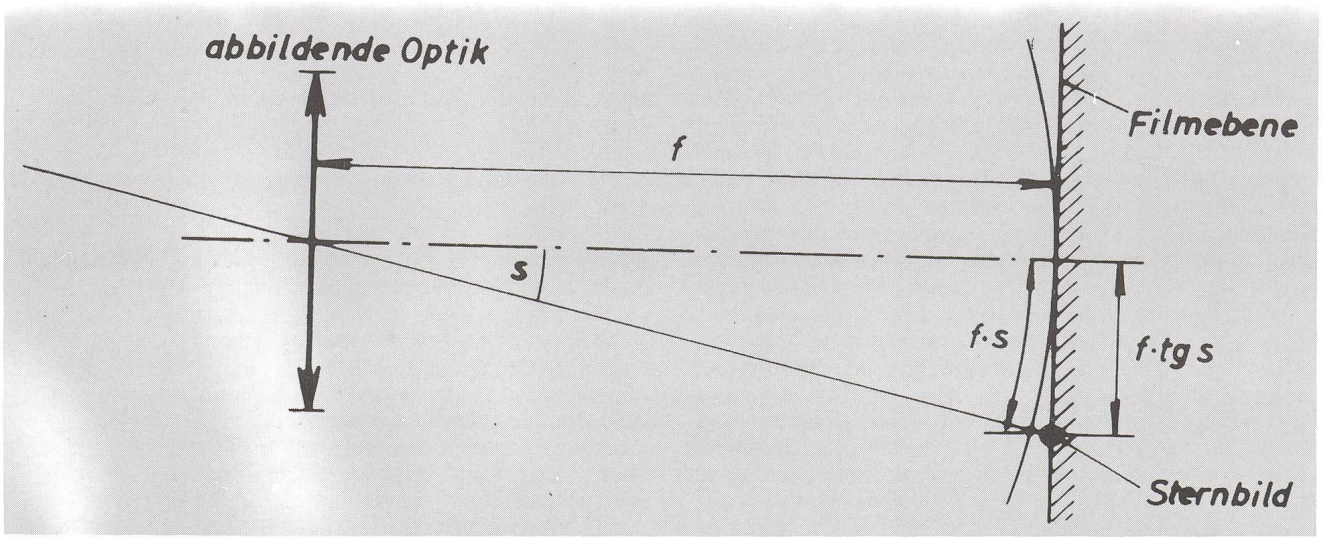
$$\operatorname{tg} s \cdot \sin p = \frac{\cos\delta \cdot \sin(\alpha-\alpha_0)}{m \cdot \cos(q-\delta_0)} = \frac{\cos q \cdot \operatorname{tg}(\alpha-\alpha_0)}{\cos(q-\delta_0)}$$

$$\operatorname{tg} s \cdot \cos p = \frac{m \cdot \sin(q-\delta_0)}{m \cdot \cos(q-\delta_0)} = \operatorname{tg}(q-\delta_0)$$

und damit sofort die Standardkoordinaten

$$x = f \cdot \operatorname{tg} s \cdot \sin p$$
$$y = f \cdot \operatorname{tg} s \cdot \cos p \qquad \text{(Abb.2)}$$

Bei Aufnahmen auf gekrümmten Film muss s aus tgs·sinp und tgs·cosp (in Bogenmass) berechnet werden. Die Standard-



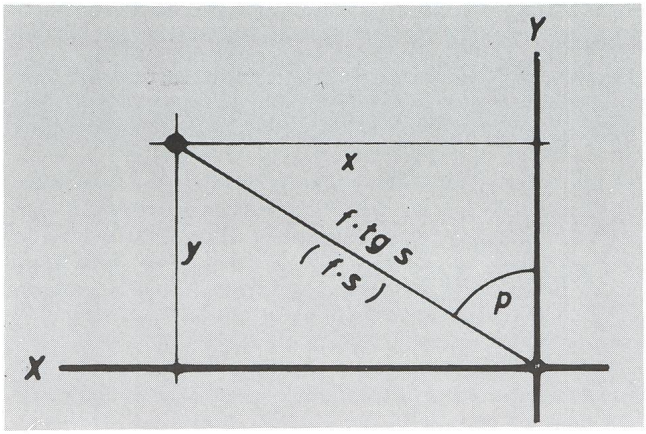


Abb. 2

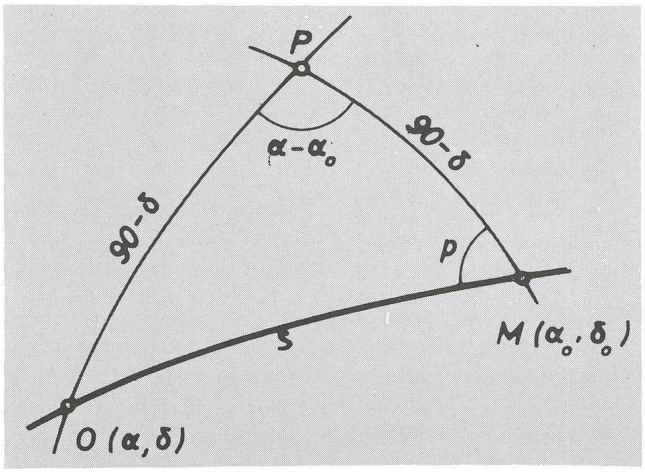


Abb. 3

koordinaten sind dann

$x = f \cdot s \cdot \sin p$
$y = f \cdot s \cdot \cos p$

Kennt man die Standardkoordinaten, so lassen sich daraus umgekehrt die Aequatorkoordinaten bestimmen. Aus der ebenen Abbildung erhält man:

$$q = \delta_0 + \operatorname{arctg}\frac{y}{f}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \alpha_0) = \frac{x \cdot \cos(q - \delta_0)}{\cos q}, \quad \operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}q \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)$$

und damit α und δ. Bei der Abbildung auf gekrümmten Film muss $\frac{x}{f} = s \cdot \sin p$ und $\frac{y}{f} = s \cdot \cos p$ um den Faktor $\frac{\operatorname{tg} s}{s}$ (s in Bogenmass!) korrigiert werden, bevor man die Werte in obige Formeln einführen kann. Die Berechnungen versagen nur für den kaum auftretenden Fall, dass $\alpha - \alpha_0 = 90°$.

Die Messkoordinaten x' und y' sind im allgemeinen nicht identisch mit den Standardkoordinaten x und y. Es wird kaum möglich sein, dass Messystem so zu legen, dass der Koordinatenursprung genau mit dem durch α_0 und δ_0 definierten Ort und dieser mit dem Aufnahmemittelpunkt zusammenfällt, und dass die y'-Achse genau nach Norden zeigt und rechtwinklig auf der x'-Achse steht. Meist ist auch die Brennweite des Instruments nicht genügend genau bekannt. Zudem verfälschen Verzeichnungen der Optik, Schichtverzerrungen der Emulsion, differentielle Refraktion und Aberration die Oerter gegenüber einer idealen Abbildung.

Der grössere Teil der Abweichungen der Messkoordinaten von den Standardkoordinaten kann behoben werden, wenn die Messkoordinaten von mindestens drei sog. Anhaltsternen mit deren Standardkoordinaten verglichen werden. Die Aequatorkoordinaten der Anhaltsterne sind einem Sternkatalog zu entnehmen und in Standardkoordinaten umzurechnen. Als Sternkataloge stehen zur Verfügung:

1. SAO-Catalog (Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog, Smithsonian Publications)
2. Sky Catalogue 2000.0 (Cambridge University Press)
3. AGK3, Star Catalogue of Positions and Proper motions North of -2°.5 Deklination
4. Perth 70 (für Südsterne)

3. und 4. herausgegeben von der Sternwarte Hamburg-Bergedorf. Die Anhaltsterne sollten wenn möglich nahe am zu bestimmenden Objekt stehen und dasselbe einschliessen. Es ist zu beachten, dass schwächere Sterne genauer zu messen sind als hellere, und dass die Belichtungszeiten nicht länger als notwendig ausgedehnt werden, da sonst Nachführfehler und zu grosse Bilder die Genauigkeit der Messungen beeinflussen. Die Relationen zwischen den Standard- und den Messkoordinaten der Anhaltsterne können in die (genäherte) Form

$$x_i = x'_i + Ax'_i + By'_i + C \qquad (i = 1,2,3)$$
$$y_i = y'_i + Dx'_i + Ey'_i + F$$

gebracht werden. Das sind 6 lineare Gleichungen für die 6 Unbekannten A bis F, die Aufnahmekonstanten. Das Gleichungssystem stellt eine lineare Transformation des Mess- das Standardkoordinatensystem dar und wird nach Turner benannt. Das Messystem braucht nicht unbedingt rechtwinklig zu sein und der Masstab in der x'-Richtung kann von demjenigen in der y'-Richtung abweichen und auch von dem Massstab des Standardsystems. Mit der linearen Transformation werden damit die linearen Anteile sämtlicher Verzerrungen erfasst, insbesondere auch der lineare Anteil der differentiellen Refraktion und Aberration.

Sind die Aufnahmekonstanten bekannt, so lassen sich jetzt die Standardkoordinaten des Objekts aus den Messkoordinaten x' undy' bestimmen,

$$x = x' + Ax' + By' + C$$
$$y = y' + Dx' + Ey' + F,$$

und aus den Standardkoordinaten schliesslich die Aequatorkoordinaten α und δ des Objekts. Man beachte, dass diese Koordinaten für dasselbe Aequinoktium gelten wie für dasjenige der Anhaltsterne.

Nebenbei bemerkt, lassen sich die Beziehungen zwischen dem Messystem und dem Standardsystem aus den Aufnahmekonstanten herleiten. Ist f_0 die angenommene Brennweite, so sind die Massstäbe, bzw. die Brennweiten in der x'-bzw. y'-Richtung

$$f = \frac{f_0}{\sqrt{(A+1)^2 + B^2}} \text{ und } f = \frac{f_0}{\sqrt{D^2 + (E+1)^2}} \quad [3''s'']$$

Die Orientierung der x' - bzw. y' -Achse findet man aus:

$$\operatorname{tg}\phi_x = \frac{B}{A+1} \quad \text{bzw. } \operatorname{tg}\phi_y = \frac{-D}{E+1}$$

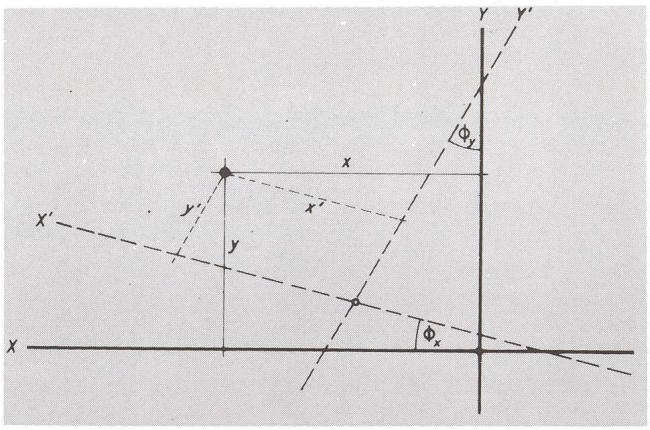


Abb. 4

und die Translation des Nullpunktes aus C und F. Bei der Berechnung der Standardkoordinaten des Objekts ist jedoch immer noch das ursprünglich angenommene f_o einzusetzen, das im übrigen stark von f abweichen darf.

Aufschlüsse über mögliche grobe Messfehler, mehr Information über die Genauigkeit der Messungen und eine grössere Präzision der Resultate erhält man, wenn mehr als drei Anhaltsterne beobachtet werden. Die überschüssigen Gleichungen für die Aufnahmekonstanten müssen dann nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden. Aus den Beobachtungsgleichungen

$$Ax'_i + By'_i + C_i = x_i - x'_i + v_i = l_i + v_i \qquad (i = 1,2,..n)$$

leitet man die sog. Normalgleichungen ab:

$$\begin{aligned}
(x'_i x'_i)\cdot A &+ (x'_i y'_i)\cdot B + (x'_i)\cdot C = (x'_i l_i)\\
(x'_i y'_i)\cdot A &+ (y'_i y'_i)\cdot B + (y'_i)\cdot C = (y'_i l_i)\\
(x'_i)\cdot A &+ (y'_i)\cdot B + n\cdot C = (l_i)
\end{aligned}$$

Das sind wieder nur drei Gleichungen für die drei Unbekannten A, B und C, und analoge Gleichungen erhält man für die Unbekannten D, E und F. Die Summierung erstreckt sich dabei von l bis n.

Nach dem Einsetzen dieser Grössen in die Beobachtungsgleichungen wird man Abweichungen von den x_i-x'_i, bzw. den y_i-y'_i feststellen, gegeben durch die v_i, aus denen man sich ein Bild über die erreichte Genauigkeit machen kann.

Eine zweite, allerdings etwas weniger genaue Methode - da sie den Verzerrungen und der differentiellen Refraktion und Aberration nicht Rechnung trägt - besteht darin, dass man die Abstände zwischen dem Objekt und zwei oder mehr Anhaltsternen auf der Aufnahme misst. Auch hier müssen die Standardkoordinaten x_i und y_i der Anhaltsterne berechnet werden. x_o und $_o$ seien geschätzte Standardkoordinaten des Objekts. Die Messungen dienen nun dazu, die Schätzung der Koordinaten zu verbessern nach der Formel:

$$\frac{x_o - x_i}{l_o}\,dx + \frac{y_o - y_i}{l_o}\,dy = l'_i - l_o$$

l'_iist der Abstand vom iten Anhaltstern, $l_o = (x_o-x_i)^2 + (y_o-y_i)^2$

Aus zwei Gleichungen erhält man dx und dy und damit die Standardkoordinaten des Objekts zu $x = x_o + dx$ und $y = y_o + dy$.

Zwei Anhaltsterne genügen, wenn die Brennweite genügend genau zur Berechnung der Standardkoordinaten bekannt ist. Die beiden Abstände sollten aber einen genügend grossen Winkel miteinander einschliessen.

Ist die Brennweite auch als unbekannt zu betrachten, so sind mindestens drei Anhaltsterne zur Berechnung von dx, dy und dm aus den Gleichungen

$$\frac{x_o - x_i}{l_o}\,dx + \frac{y_o - y_i}{l_o}\,dy + = l'_o\cdot dm = l'_i - l_o$$

nötig. dm ist die Verbesserung des Masstabs der Aufnahme, bzw der angenommenen Brennweite f_o: $f = f_o(l + dm)$.

Werden die Distanzen zu mehr als zwei, bzw. drei Anhaltsternen gemessen, so kann auch hier die Methode der kleinsten Quadrate angewandt werden und der Verbesserung der Resultate dienen.

Auf das Messverfahren kann hier nicht eingegangen werden, da dieses zu sehr von den individuellen Möglichkeiten abhängt. Nur so viel: Es wird etwa vorgeschlagen, durch Vergrösserungen oder durch Projektion den Masstab zu vergrössern und damit die Messung zu erleichtern. Die Projektionsoptik bringt aber meist neue Verzerrungen hervor und macht den Gewinn wieder zunichte. Man misst deshalb besser das Originalnegativ aus.

Ganz allgemein ist jedem Astrophotographen zu empfehlen, eine Kartothek anzulegen, in der jede Aufnahme - auch jede «verunglückte» - verzeichnet ist mit Nummer, Koordinaten des Aufnahmezentrums, Datum und Zeit der Beobachtung (Anfang und Ende der Belichtung), Instrument, Filmmaterial, Art der Entwicklung, Wetterbedingungen, u,a,m. Werden die Resultate weitergeleitet, so sollte auch der Beobachtungsort (geographische Länge und Breite), der Katalog der Anhaltsterne (Aequinoktium!) und die geschätzte Genauigkeit angegeben werden.

Zahlenbeispiele folgen im Teil II.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dr. MAX SCHÜRER, Thunstrasse 42, CH-3005 Bern

MEADE + CELESTRON
Ausstellung Schweiz

Demonstration + Verkauf aller Modelle. Einzelanfertigung optischer Teile
E. Aeppli, Adlikon (bei Regensdorf). 24 Stunden
Telefon: 01/841 05 40