Astro- und Instrumententechnik : 5. Kapitel : "Das Steifigkeits-Additionsgesetz" (Teil II) [Fortsetzung]

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft**

Band (Jahr): **36 (1978)**

Heft 169

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

5. Kapitel: «Das Steifigkeits-Additionsgesetz» (Teil II)

von Ing. H. ZIEGLER

5.3 Diskussion des Steifigkeits-Additionsgesetzes

Die Grösse eines Teleskopes und seine Anwendung bestimmen die Systemsteifigkeit. Es stellt sich daher die Frage, wie gross bei vorgegebener Systemsteifigkeit die Steifigkeiten der Einzelteile sein müssen? Geht man vorerst von der Annahme aus, dass alle n-Elemente gleich steif sind, dann ergibt sich aus Gl. 5.11

$$c_{nk} = 2 \cdot n \cdot c_s \quad \text{.....Gl. 5.12}$$

Die Steifigkeit c_{nk} eines Elementes in einer Struktur von n-Elementen muss 2n-mal so gross sein wie die geforderte Systemsteifigkeit c_s. Es ist leicht einzusehen, dass mit dem Faktor 2 zu rechnen ist, da zwei aufeinanderfolgende Elemente immer über ein «Verbindungselement» miteinander verbunden werden müssen und diesen *Verbindungselementen,* seien es *Verschraubungen, Schweissnähte* oder *Passungen* und *Sitze* (Kugellager auf der Welle), ebenfalls eine charakteristische Steifigkeit zukommt, die auf keinen Fall vernachlässigt werden darf. Nach dem $\frac{1}{c}$-Gesetz dürften die Verbindungselemente nur dann vernachlässigt werden, wenn ihre Steifigkeit unendlich gross wäre und diese Annahme ist bei Verbindungselementen nie erfüllt. Hier mag nur soviel dazu gesagt werden, dass die steife Verbindung von zwei Teilen ein beträchtliches technisches Problem ist. Es ist viel einfacher die zu verbindenden Teile selber steif zu gestalten als die Verbindungsstellen. Aus diesem Grunde wird der Problemkreis *Verbindungselemente* und *Verbindungssteifigkeiten* noch ausführlich zur Sprache kommen müssen.

Zwei Beispiele sollen die Konsequenzen der Gl. 5.12 anschaulich machen.

Beispiel 3. *Gesucht ist die Steifigkeit c_{nk} der Teile einer Montierung, die aus den aufgezählten 12 Hauptteilen besteht und eine Systemsteifigkeit von 1 MN/m besitzen soll.*

$$c_{nk} = 2 \cdot n \cdot c_s = 2 \cdot 12 \cdot 1 = 24\,\text{MN/m}$$

Jedes Teil und jede Verbindungsstelle muss demnach eine Steifigkeit von 24 MN/m aufweisen. Wirkt in der Bildebene eine Kraft von 24 N, dann darf jedes Element und jede Verbindungsstelle nur 1/1000 mm zur Gesamtauslenkung von 1/100 mm beisteuern.

Dieses Beispiel ist keineswegs typisch, da bei Teleskopmontierungen auf jeden Fall mehr als die angeführten 12 Hauptteile im Kraftfluss liegen. Zudem ist eine Systemsteifigkeit von 1 MN/m ein recht akzeptabler Wert für eine mittlere Amateurmontierung, nicht aber für ein grösseres Instrument das für anspruchsvolle Arbeiten eingesetzt werden soll. Eine gute Montierung für einen 250 mm Newton-Reflektor oder einen 150 mm Refraktor sollte eine Systemsteifigkeit von mindestens 3—5 MN/m besitzen. Im nächsten Beispiel soll daher eine realistischere Anzahl von Einzelheiten und eine etwas grössere Systemsteifigkeit angenommen werden.

Beispiel 4. *Im Kraftfluss eines 250 mm Teleskopes befinden sich 20 Einzelteile, da mehrere Hauptteile aus Subelementen zusammengesetzt wurden. Die Systemsteifigkeit des Instrumentes möge 5 MN/m betragen. Man findet, dass in diesem Fall jedes Teil und jede Verbindungsstelle eine Steifigkeit von 200 MN/m besitzen muss. Bei einer Kraft von 20 N darf demnach jedes Element und jede Verbindungsstelle nur 1/10000 mm zur Auslenkung in der Bildebene beisteuern.*

Verschiedene Teile einer Montierung werden sich noch relativ einfach mit einer Steifigkeit von 200 MN/m auslegen lassen, bei gewissen Teilen wird dies bereits recht schwierig und bei den Verbindungselementen schlussendlich ein kaum mehr realisierbarer Wert sein. Nach diesem Ergebnis stellt sich die Frage, ob nicht in diesem Beispiel die Anzahl der Elemente oder die Systemsteifigkeit zu hoch angenommen wurden? Die Anzahl der Elemente vom Rohr bis zum Fundament mag der Leser selber an seinem Instrument nachzählen! Und die Systemsteifigkeit? *Manipulationskräfte* erreichen durchaus Werte von 10 N und mehr und der Winddruck am Rohr eines 250 mm Newton-Teleskopes liegt schon bei geringen Luftgeschwindigkeiten bei 20—30 N. Bei einer Systemsteifigkeit von 5 MN/m verursachen diese Kräfte Auslenkungen von 2—6 μm. Es wäre jedoch falsch nur diese relativ kleinen Beträge in Betracht zu ziehen, denn die Erfahrung zeigt, dass die bei Schwingungen auftretenden Amplituden in der Regel wesentlich grösser als diese statischen Auslenkungen sind. Bei konventionell gebauten Amateurmontierungen [1]) mit einer Systemsteifigkeit von 5 MN/m muss mit Schwingungsamplituden von einigen hundertstel Millimetern gerechnet werden. Diese Ausschläge lassen sich nur durch Erhöhen der Steifigkeit reduzieren [2]). Eine Systemsteifigkeit von 5 MN/m wird daher für anspruchsvollere Beobachtungsaufgaben kein zu hoch angesetzter Wert sein.

Mit jedem leichtfertigen Aufgliedern der Hauptteile in Subelemente und mit jedem Einfügen eines nicht absolut notwendigen Teiles in die Kette wird es schwieriger die Einzelteile und die Verbindungsstellen so zu konstruieren, dass sie im Verband eine genügende Steifigkeit aufweisen. Einer der wichtigsten Grundsätze für die Konstruktion von Teleskopmontierungen lautet daher:

Die tragende Struktur einer Teleskopmontierung ist so zu konstruieren, dass sie aus möglichst wenigen integralen Teilen besteht und möglichst wenig Verbindungsstellen aufweist.

Es kann dem Montierungsbauer nur sehr empfohlen werden diesen Grundsatz zu beachten, denn mit seiner Nichtbeachtung legt man bereits am Reissbrett den

Grundstein zu einem Instrument mit geringer Steifigkeit.

Es ist ersichtlich, dass Gusskonstruktionen, bei denen ganze Funktionseinheiten als integraler Gussteil vorliegen, sehr günstig sind. Neben der integralen und kompakten Form besitzen Gusskonstruktionen, insbesondere aus Leichtmetallegierungen, noch weitere vorteilhafte Eigenschaften. Sie würden eine vermehrte Beachtung durch den Amateur verdienen. Interessante Beispiele für Gusskonstruktionen sind die Springfield-Montierung von R. W. Porter und die Badener Gusswürfelmontierung.

Für die weiteren Betrachtungen und Beispiele soll die zu Beginn gemachte Annahme, dass alle Teile gleich steif sein sollen, fallen gelassen werden. Eine solche Forderung wäre in der Praxis auch strenggenommen kaum realisierbar. Zudem könnte man auf folgende Idee kommen: Wenn es schon technisch schwierig ist gewisse Verbindungsstellen mit genügender Steifigkeit auszuführen, dann sollte man dieses *Steifigkeitsdefizit* doch durch andere Teile wettmachen können, die sich relativ einfach mit entsprechend höherer Steifigkeit ausführen lassen! Im nächsten Beispiel soll dieser Fall untersucht werden.

Beispiel 5. *Bei einem Instrument mit einer geplanten Steifigkeit von 1 MN/m das aus 20 Teilen besteht, müsste theoretisch jedes Element und jede Verbindungsstelle eine Steifigkeit von 40 MN/m besitzen. Da 5 Verbindungsstellen jedoch nur 1/10 ihrer Sollsteifigkeit (4 MN/m) haben, werden 5 andere Teile mit 10-facher Sollsteifigkeit (400 MN/m) ausgeführt. Wie gross ist die tatsächliche Systemsteifigkeit c'_s?*

$$\frac{1}{c'_s} = \frac{30}{40} + \frac{5}{4} + \frac{5}{400} = 2{,}0125 \text{ und } c'_s = 0{,}497 \text{ MN/m}$$

Die tatsächliche Systemsteifigkeit dieses Instrumentes beträgt nur 50% der projektierten (1 MN/m)!

Man sieht, dass es trotz 5 stark überdimensionierten Teilen nicht gelang den Einfluss der *Schwachstellen* zu kompensieren. Die Rechnung zeigt, dass die 5 zu schwach geratenen Verbindungsstellen die Systemsteifigkeit von 1 MN/m auf 0,47 MN/m herabsetzen und die 5 überdimensionierten Teile diesen Wert um bescheidene 2,6% anzuheben vermochten. Würden nicht 5 Teile mit 10-facher, sondern 10 Teile mit 100-facher Sollsteifigkeit ausgeführt, dann würden diese die Systemsteifigkeit nur von 0,47 auf 0,53 MN/m anheben! Dieses überraschende Ergebnis zeigt, dass die weitverbreitete Ansicht, mit massiv dimensionierten Achsen und vielleicht noch einigen weiteren reichlich ausgelegten Teilen könne eine *«stabile»* Montierung realisiert werden, ein Irrtum ist. Es demonstriert aber auch die Effizienz des *Steifigkeitsbegriffes.* Aus dem bisher gebrauchten Begriff der *«Stabilität»* lassen sich solche grundlegenden Aussagen nicht ableiten. Da dieser Punkt sehr wichtig ist, soll er noch etwas näher beleuchtet werden.

Die Systemsteifigkeit c'_s einer Struktur aus n-Teilen, von denen m-Teile eine um den Faktor q kleinere (oder grössere) Steifigkeit als $2 \cdot n \cdot c_s$ aufweisen, errechnet sich nach der aus Gl. 5.11 abgeleiteten Formel.

$$c'_s = c_s \cdot \frac{2nq}{2nq + m - mq} \quad \text{.....Gl. 5.13}$$

Diese Formel soll als *Schwachstellengleichung* und der Faktor q als *Schwachstellenfaktor* bezeichnet werden.

Für überdimensionierte Teile ist $q > 1$ und für zu schwach ausgeführte Teile ist $q < 1$. Besitzen alle Teile die gleiche Steifigkeit, dann ist $q = 1$ und die Gl. 5.13 geht in $c'_s = c_s$ über. Im Diagramm der Abb. 5.3 ist die Schwachstellengleichung graphisch dargestellt. Aus den Kurven ist ersichtlich, dass überdimensionierte Teile die Systemsteifigkeit nur in bescheidenem Masse erhöhen. Werden in einer Struktur von 20 Elementen die Hälfte, also 10 Teile 100-fach überdimensioniert, dann erhöhen diese die Systemsteifigkeit nur um 33%, hingegen genügt ein einziges Glied mit 0,01 Sollsteifigkeit um die Systemsteifigkeit auf 29% abzusenken. Dieser Sachverhalt kann auch so ausgedrückt werden:

Die Steifigkeit eines Instrumentes wird faktisch nur durch die Schwachstellen im Verband bestimmt.

Nach diesen Überlegungen stellt sich die Frage, in welchem Bereich der Schwachstellenfaktor bei Amateurinstrumenten etwa liegt? Die Schwachstellenfaktoren lassen sich allerdings nur grob abschätzen. Für ihre genauere Berechnung müssten detaillierte Konstruktionszeichnungen vorliegen und solche existieren von Amateurinstrumenten nur in Ausnahmefällen. Zudem lassen sich die Steifigkeiten von amateurmässig ausgeführten Verbindungsstellen nur dann einigermassen berechnen, wenn sie statisch bestimmt und einwandfrei ausgeführt sind. Immerhin liegen mit Bauplänen belegte Montierungsentwürfe von A. STAUS[3]) vor, die einige q-Werte abzuschätzen erlauben. Nimmt man bei den *Staus'schen* Entwürfen die Steifigkeit der Achsen als Bezugsbasis an, dann lassen sich in diesen Konstruktionen Schwachstellenfaktoren von 0,05—0,015 nachweisen. Die Vermutung, dass ein Grossteil der bis heute gebauten Amateurinstrumente Schwachstellen mit q-Werten von 0,05 und wesentlich darunter aufweisen, dürfte nicht weit von der Realität entfernt liegen. Daraus ergibt sich, dass diese Montierungen bestenfalls 5—15% ihrer theoretisch möglichen Steifigkeit besitzen. Andererseits wird es selbst einem routinierten Konstrukteur kaum möglich sein eine Montierung so zu entwerfen, dass kein einziger Punkt mit q-Werten unter 1 nachzuweisen wäre. Wie das Diagramm zeigt, sollen diese jedoch nicht wesentlich unter 0,5 liegen und in grösserer Anzahl auftreten.

Dieser hier erstmals aufgezeigte Sachverhalt kann in drei Merksätzen zusammengefasst werden:

1. **Überdimensionierte Teile erhöhen die Steifigkeit einer Montierung nur unbedeutend. Sie schaden zwar nicht, sind aber unökonomisch.**
2. **Die Systemsteifigkeit einer Montierung wird in erster Linie durch die Schwachstellen im Verband bestimmt. Schon eine einzige Schwachstelle in der Kette setzt die Systemsteifigkeit in gravierender Weise herab.**
3. **Optimale Verhältnisse ergeben sich wenn alle Teile und Verbindungsstellen in der Kette mit annähernd gleicher Steifigkeit ausgeführt werden.**

Zudem lässt sich aus dem Steifigkeits-Additionsgesetz eine Grundphilosophie des Montierungsbaues formulieren:

Schwachstellen erkennen, Schwachstellen vermeiden, vorhandene Schwachstellen eliminieren!

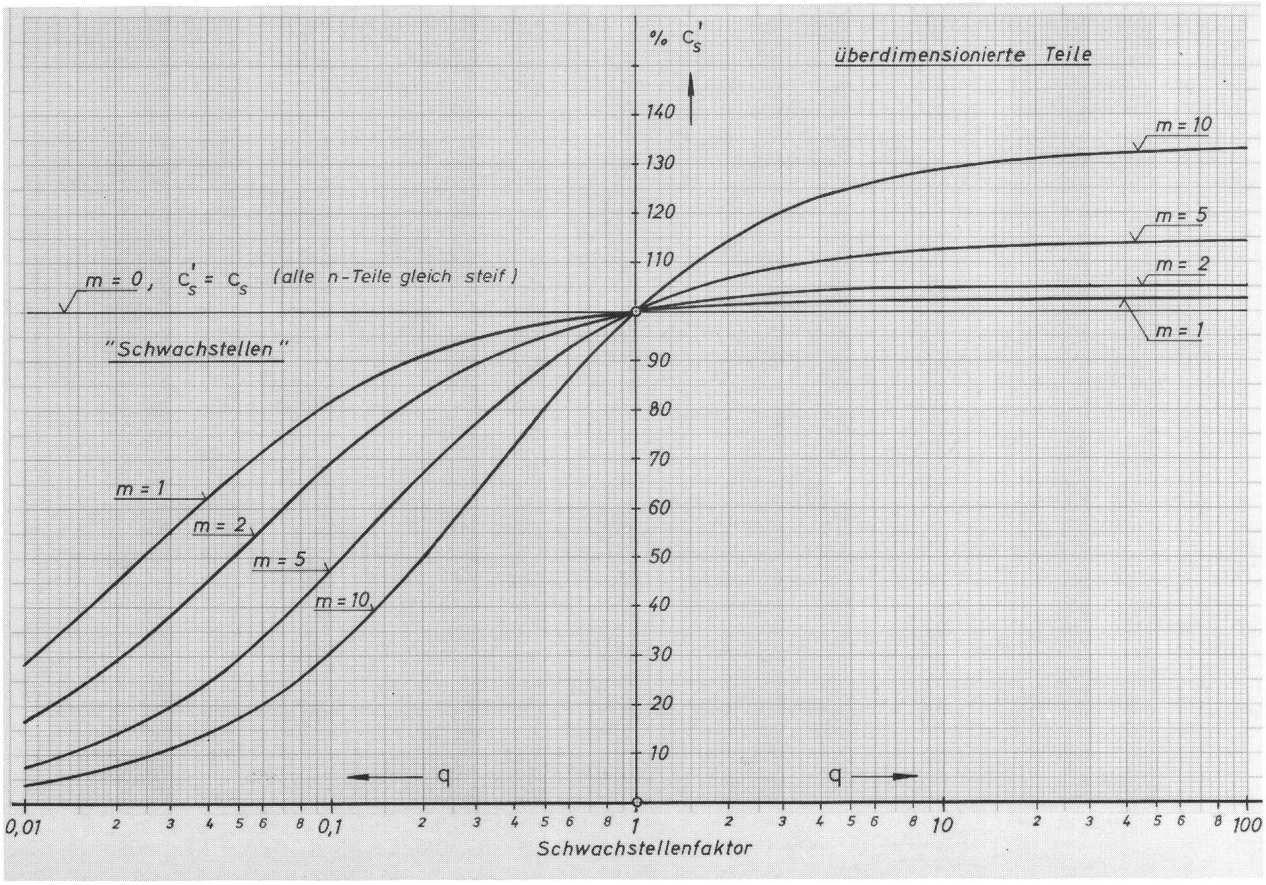

Abb. 5.3 Graphische Darstellung der Schwachstellengleichung. Das Diagramm zeigt den Einfluss von zu schwach dimensionierten oder überdimensionierten Teilen auf die Systemsteifigkeit c_s' einer Struktur von n = 20 Elementen. Mit m ist die Anzahl der um den Faktor q zu schwach bzw. überdimensionierten Teile bezeichnet. Der 100% Punkt entspricht einer Struktur bei der alle n-Elemente die gleiche Steifigkeit besitzen.

Es wird sich zeigen, dass für die kinematischen Aspekte einer Montierung ein dem Steifigkeits-Additionsgesetz sehr ähnliches Gesetz, das *Fehlerfortpflanzungsgesetz* gilt. Diese Grundphilosophie lässt sich daher sinngemäss auch auf die Kinematik eines Teleskopes anwenden. Anstelle des Wortes «*Schwachstellen*» braucht nur das Wort »*Fehlerstellen*» gesetzt zu werden.

1) Unter konventionell gebauten Montierungen sollen Montierungen verstanden werden, die nicht nach Kriterien der Schwingungslehre konzipiert wurden. Praktisch alle bis heute gebauten Amateurmontierungen dürften dazu zu zählen sein.

2) Bei einer Schwingerkette und bei Anregungsmechanismen am Rohr sind die Schwingungsamplituden proportional $\sqrt{\frac{m}{c}}$. *Eine Erhöhung der Masse (Gewicht) hat grössere Amplituden zur Folge und eine Erhöhung der Steifigkeit setzt diese herab.*

3) STAUS, Fernrohrmontierungen und ihre Schutzbauten. München: Uni-Druck 1976.
Montierungsentwürfe aus diesem Werk wurden analysiert, da diese im deutschen Sprachraum gut bekannt und weit verbreitet sind.

Zuschriften an den Verfasser:
Ing. H. ZIEGLER, Hartensteinstrasse 23, CH-5415 Nussbaumen

Bibliographie

Das Himmelsjahr 1979. Sonne, Mond und Sterne im Jahreslauf. Herausgegeben von Max Gerstenberger, 1978, 111 Seiten mit 129 Abbildungen im Text, kart. lamin. DM 8.80, Kosmos-Verlag, Franck'sche Verlagshandlung, Stuttgart.

Wiederum liegt das seit Jahren bekannte, handliche, kleine Jahrbuch des Kosmos-Verlages vor. Die astronomischen Ereignisse für 1979 werden im Himmelsjahr für jeden Monat exakt beschrieben und mit Tabellen und Zeichnungen sinnvoll ergänzt. Man findet jeweils ein «Thema des Monats» für den März z.B. Albert Einstein: Wegbereiter einer neuen Physik. Weiter sind aus dem Inhaltsverzeichnis die nachstehend angeführten Abschnitte genannt: Sonnenephemeriden. Für regelmässige Sonnenbeobachter Angaben zur Stellung von Sonnenachse und Sonnenäquator, Ephemeriden der grossen Planeten und der Kleinplaneten, Sternbedeckungen, Tabelle für Marsbeobachter und viele weitere brauchbare Hinweise für die Beobachtung.

Der Text wird wie immer durch einfache und klare Sternkarten ergänzt. Das Büchlein ist ein ideales kleines Weihnachtsgeschenk, das jeden Sternbeobachter freut. WERNER LÜTHI