Zeitschrift: Orion : Zeitschrift der Schweizerischen Astronomischen Gesellschaft

Herausgeber: Schweizerische Astronomische Gesellschaft

Band: 35 (1977)

Heft: 162

Artikel: Ableitungen aus der Gaussschen Osterformel : zum 200. Geburtstag von Carl Friedrich Gauss (1755-1855)

Autor: Oswalden, Manfred

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-899420

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ableitungen aus der Gaußschen Osterformel

Zum 200. Geburtstag von
CARL FRIEDRICH GAUSS
(1777–1855)

von MANFRED OSWALDEN, Wien

Die Gaußsche Osterformel dient im allgemeinen nur zur Berechnung des Osterdatums. Es ist aber mit Hilfe der in dieser Formel auftretenden Divisionsreste möglich, den ganzen Kalender eines Jahres zu erstellen. Auch die Berechnung von Kalendergrössen, wie Goldene Zahl, Epakte, Sonntagsbuchstabe und Festzahl, lässt sich aus der Formel ableiten.

Einleitung

«An ungefähr denselben Tagen (am 16. Mai) haben wir das chronologische Problem des Osterfestes auf elegante Weise gelöst.» Mit diesen Worten (in lateinischer Sprache) notierte der 23jährige C. F. GAUSS das Entstehungsdatum seiner berühmten Osterformel im Jahre 1800 in sein mathematisches Tagebuch. Es war in der Tat eine aufsehenerregende Formel, die der «Fürst der Mathematiker» im August 1800 in Zachs «Monatlicher Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde» veröffentlichte. Nun konnte sich jedermann auf einfache Art und Weise das Osterdatum selbst ausrechnen; die Kenntnis irgendwelcher Hilfsgrössen und die Benützung von Tabellen war überflüssig geworden. Heutzutage erleichtern überdies Taschenrechner die Rechenarbeit wesentlich.

Die Osterformel

Wenn wir die GAUSSSCHE Osterformel auf das Jahr 1978 anwenden wollen, dann müssen wir zuerst 1978 durch 19 dividieren. Uns interessiert bei dieser Division nur der Rest. Für 1978 ist dieser Rest $a = 2$. Hierauf wird die Jahreszahl auch noch durch 4 und durch 7 geteilt. Wir erhalten die Reste $b = 2$ und $c = 4$. Ferner haben wir $19a + M$ zu bilden, wobei $M = 24$ für die Jahre 1900–2099. Die erhaltene Summe dividieren wir durch 30. Für 1978 ist $19a + M = 62$ und der Dreissigerrest $d = 2$. Schliesslich ist noch $2b + 4c + 6d + N$ zu berechnen, wobei $N = 5$ für 1900–2099, und durch 7 zu teilen. Die Rechnung lautet $4 + 16 + 12 + 5 = 37$ und bei der Division $37:7$ bleibt der Rest $e = 2$. Der Ostersonntag fällt nun auf den $(22 + d + e)$ten März, also auf den 26. März 1978. Ein Blick in den Kalender bestätigt die Richtigkeit dieses Datums.

Die allgemeine Darstellung der GAUSSSCHEN Osterformen (G. O.) lautet: Wenn J die Jahreszahl bezeichnet, setze man den Neunzehnerrest von $J = a$, den Viererrest von $J = b$, den Siebenerrest von $J = c$, den Dreissigerrest von $(19a + M) = d$ und den Siebenerrest von $(2b + 4c + 6d + N) = e$. Ostern ist dann am $(22 + d + e)$ten März; falls $d + e$ grösser als 9 ist, nimmt man den $(d + e - 9)$ten April.

Die Werte von M und N gibt die folgende Tabelle:

Julianischer Kalender (bis 1582):

$M = 15, N = 6$

Gregorianischer Kalender:

1583–1699:	$M = 22, N = 2$
1700–1799:	$M = 23, N = 3$
1800–1899:	$M = 23, N = 4$
1900–2099:	$M = 24, N = 5$
2100–2199:	$M = 24, N = 6$
2200–2299:	$M = 25, N = 0$

Die G.O. enthält allerdings zwei Ausnahmefälle: Für $d = 29$ und $e = 6$ ist Ostern nicht, wie die Rechnung ergibt, am 26. April, sondern bereits eine Woche früher, am 19. April und für $d = 28$, $e = 6$ und a grösser als 10 ist statt des 25. April der 18. April als Osterdatum zu nehmen.

Die beiden Ausnahmefälle, die nur sehr selten auftreten, beruhen keineswegs auf einem Mangel der G.O., sie sind vielmehr auf die Regeln der sogenannten zyklischen Berechnungsweise des Ostervollmondes zurückzuführen. Sowohl die Grössen M und N, als auch die beiden Ausnahmefälle konnten später in eine einzige, umfangreiche Formel einbezogen werden.

Die Pfingstformel

Das Osterdatum wird bei der G.O. einzig und allein aus der Jahreszahl berechnet. Nun hängen aber alle beweglichen Feste vom Osterfest ab, von dem sie durch eine bestimmte Anzahl von Tagen getrennt sind. So wird z. B. Pfingsten immer sieben Wochen nach Ostern gefeiert. Es muss daher möglich sein, auch das Pfingstdatum aus den Divisionsresten der G.O. zu berechnen.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich die folgende Pfingstformel: Man bestimme zuerst aus der Jahreszahl wie vorhin die Reste a bis e. Der Pfingstsonntag fällt dann auf den $(10 + d + e)$ten Mai, wenn $d + e$ kleiner als 22 sein sollte, andernfalls nimmt man den $(d + e - 21)$ten Juni. Für das Jahr 1978 erhalten wir $10 + d + e = 10 + 2 + 2 = 14$, Pfingstsonntag ist der 14. Mai 1978.

Auch die Pfingstformel hat zwei seltene Ausnahmefälle: Bei $d = 29$ und $e = 6$ ist der 14. Juni durch den 7. Juni zu ersetzen. Im Falle $d = 28$, $e = 6$ und a grösser als 10 nimmt man statt des 13. Juni den 6. Juni als Pfingstsonntag.

Fronleichnam

Das Datum des Fronleichnamsfestes können wir auf

ähnliche Art aus der Jahreszahl berechnen. Wir benötigen wieder die Reste a bis e, um d + e bilden zu können. Wenn diese Summe kleiner als 11 ist, dann fällt Fronleichnam auf den (21 + d + e)ten Mai, ansonsten auf den (d + e — 10)ten Juni. Im Jahre 1978 ist Fronleichnam am (21 + 2 + 2)ten Mai, also am 25. Mai.

Ausnahmefälle sind wieder bei d = 29 und e = 6 (Fronleichnam am 18. Juni) und bei d = 28, e = 6 und a grösser als 10 (Fronleichnam am 17. Juni).

Auffahrt (Christi Himmelfahrt)

Da dieses bewegliche Fest in drei verschiedene Monate fallen kann, ist eine entsprechende Aufschlüsselung nach Berechnung der Reste a bis e notwendig. Wenn die Summe d + e gleich Null ist, dann haben wir Auffahrt am 30. April, bei d + e = 1 bis 31 am (d + e)ten Mai, und schliesslich bei d + e = 32 bis 35 am (d + e — 31)ten Juni. Im Jahre 1978 tritt der zweite Fall ein, Auffahrtstag ist der 4. Mai.

Der Ausnahmefall d = 29 und e = 6 bewirkt hier eine Verschiebung vom 4. Juni auf den 28. Mai und bei d = 28, e = 6 und a grösser als 10 ist Auffahrt nicht am 3. Juni, sondern bereits am 27. Mai.

Ostergrenze, Goldene Zahl und Gregorianische Epakte

Alle beweglichen Feste richten sich nach dem Laufe des Mondes: Ostern fällt auf den Sonntag nach dem Frühlingsvollmond; dies ist der erste Vollmond nach dem 20. März. Für die Ermittlung des Osterdatums darf jedoch nicht der astronomische Mond, dessen genaue Berechnung einstmals allzu grosse Schwierigkeiten bereitete, herangezogen werden; an seine Stelle tritt vielmehr ein eigener, zyklisch berechneter Mond, der geringfügig vom astronomischen Mond abweichen kann. Das Datum des zyklischen Ostervollmondes, das man auch Ostergrenze nennt, schreibt sich mit Hilfe des Restes d der G.O. folgendermassen: Die Ostergrenze fällt auf den (21 + d)ten März, bzw. auf den (d — 10)ten April, wenn d grösser als 10 sein sollte. In den Ausnahmefällen (d = 29, bzw. d = 28 bei a grösser als 10) ist ein Tag abzuziehen. Für das Jahr 1978 erhalten wir den 23. März als Ostergrenze, der astronomische Ostervollmond tritt hingegen erst am 24. März ein. Der Unterschied hat aber keinen Einfluss auf das Osterdatum 26. März.

In Kalendern findet man die für die zyklische Rechnung erforderliche Goldene Zahl und die Epakte des Mondes angegeben. Mit der Goldenen Zahl wird die Stellung eines Jahres im 19jährigen Mondzyklus beschrieben, nach dessen Ablauf die Mondphasen sehr nahe wieder auf die gleichen Monatsdaten fallen. Man erhält die Goldene Zahl eines Jahres durch Vermehrung des Restes a der G.O. um 1. Für 1978 finden wir 2 + 1 = 3. Die Epakte hingegen beschreibt das Alter des zyklischen Mondes am Neujahrstag, das ist die Anzahl von Tagen, die seit dem letzten Neumond des Vorjahres verstrichen sind. Mit Hilfe des Restes d der G.O. erhält man die Epakte eines Jahres durch die Differenz 23 — d oder 53 — d, falls d die Zahl 23 überschreiten sollte. Für 1978 ist 23 — d = 23 — 2 = 21, in Kalendern in römischen Zahlzeichen geschrieben, also Epakte 1978 = XXI.

Die Festzahl

Unter der Festzahl eines Jahres versteht man die Anzahl von Tagen, die der Ostersonntag vom 21. März entfernt liegt. Mit unseren Divisionsresten lässt sich die Festzahl, auch Jahrescharakter genannt, leicht berechnen: Festzahl = d + e + 1. Im Jahre 1978 ist die Festzahl 2 + 2 + 1 = 5, entsprechend dem Osterdatum 26. März = (21 + 5)ter März.

In den Ausnahmefällen ist 36 durch 29 und 35 durch 28 zu ersetzen, letzteres nur bei d = 28, e = 6 und a grösser als 10.

Es gibt insgesamt 35 Festzahlen, woraus die grosse Beweglichkeit der Feste zu ersehen ist; so fällt z. B. Ostern in die Zeit vom 22. März bis zum 25. April.

Der Sonntagsbuchstabe

Beim Osterdatum wird einem bestimmten Tag eines Gemein- oder Schaltjahres ein Sonntag zugeschrieben. Dadurch ist aber auch für jeden anderen Tag dieses Jahres der Wochentag festgelegt. Es ist daher möglich, die G.O. für Wochentagsberechnungen heranzuziehen.

Zur Beschreibung der Wochentage dient der Sonntagsbuchstabe. Jedem Tag des Jahres wird einer der ersten sieben Buchstaben des Alphabets zugeordnet, dem Neujahrstag A, dem 2. Januar B, dem 3. Januar C, usw. Der Zyklus A bis G wiederholt sich immer wieder. Der Buchstabe, der jeweils auf die Sonntage des betreffenden Jahres fällt, heisst Sonntagsbuchstabe.

In Schaltjahren erhält der 29. Februar bei der fortlaufenden Zuordnung den Buchstaben D, der in Gemeinjahren dem 1. März zufällt. Ab diesem Tag müssten daher in Schaltjahren alle Buchstaben um eine Einheit erhöht werden. Weil man aber die ursprüngliche Zuordnung beibehalten wollte, gibt man bei Schaltjahren zwei Sonntagsbuchstaben an; der erste gilt für die Monate Januar und Februar, der zweite für die übrigen Monate. So lautet z. B. für das Jahr 1980 der Sonntagsbuchstabe FE.

In der Schreibweise der G.O. ist der Sonntagsbuchstabe durch den Siebenerrest von (d + e + 4) gegeben; dabei bedeutet Rest 1 = A, 2 = B, 3 = C, 4 = D, 5 = E, 6 = F und 0 = G. Für das Jahr 1978 erhalten wir 2 + 2 + 4 = 8, Siebenerrest 1, also Sonntagsbuchstabe 1978 = A. Das bedeutet, dass alle Sonntage des Jahres 1978 beim Buchstaben A zu finden sind, alle Montage bei B, alle Dienstage bei C, usw. Insbesondere lässt sich wegen der Zuordnung von A zum 1. Januar aussagen, dass das Jahr 1978 mit einem Sonntag beginnt.

In Schaltjahren ist der Buchstabe, der sich aus dem Siebenerrest von (d + e + 5) ergibt, dem vorhin er-

rechneten Buchstaben vorzusetzen. (Schaltjahre sind durch den Rest b = 0 gekennzeichnet; es ist allerdings zu beachten, dass im Gregorianischen Kalender die Jahre 1700, 1800, 1900, dann 2100, 2200, 2300, usw. Gemeinjahre sind.)

Wochentage

Die Tabelle, die jedem Tag eines Jahres einen Buchstaben zuordnet, ist sehr umfangreich. Wir können sie umgehen, wenn wir bloss wissen wollen, wann in jedem Monat der erste Sonntag eintritt. Zunächst entnehmen wir der folgenden Tabelle die Monatsschlüsselzahl m.

Monat	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
m	3(4)	0(1)	0	4	2	6	4	1	5	3	0	5

In Schaltjahren gelten die eingeklammerten Zahlen für Januar und Februar.

Um nun den ersten Sonntag in jedem Monat zu finden, bilden wir den Siebenerrest von (d + e + m) und erhöhen ihn um 1. Als Beispiel wählen wir den Mai 1978: d + e + m = 2 + 2 + 2 = 6, Siebenerrest 6, 6 + 1 = 7; der erste Sonntag im Mai 1978 fällt auf den 7. Mai. Für alle weiteren Maidaten lassen sich daraus leicht die Wochentage ermitteln.

Wenn man nur für bestimmte Daten den Wochentag berechnen will, dann bedient man sich der Tagesschlüsselzahlen t. Eine Auswahl, darunter die Monatsersten, enthält die folgende Tabelle:

Tag	1.1.	6.1.	1.2.	1.3.	21.3.	1.4.	1.5.	1.6.	1.7.
t	3(4)	5(6)	0(1)	0	1	4	2	6	4

Tag	1.8	15.8.	1.9.	1.10.	1.11.	1.12.	8.12.	25.12.	31.12.
t	1	1	5	3	0	5	5	2	3

Wir bilden den Siebenerrest von (d + e + t); dabei bedeutet Siebenerrest 0 = So, 1 = Sa, 2 = Fr, 3 = Do, 4 = Mi, 5 = Di und 6 = Mo. Beispiel: Auf welchen Wochentag fällt der 25. Dezember 1978? d + e + t = 2 + 2 + 2 = 6, Siebenerrest 6, also fällt Weihnachten im Jahre 1978 auf einen Montag.

Die Adventssonntage

Mit Hilfe der G.O. lassen sich auch die Daten der vier Adventssonntage berechnen. Wir bilden den Siebenerrest von (d + e) = f. Bei Division von f durch 5 erhalten wir entweder 0 oder 1 als ganzzahligen Quotienten; wir wollen diesen mit q bezeichnen.

Der erste Adventssonntag fällt auf den (29 + f — 7q)ten November; bei Überschreiten von 30 zieht man diese Zahl ab und erhält so das entsprechende Dezemberdatum. Für 1978 lautet die Rechnung: Siebenerrest von (d + e) = Siebenerrest von (2 + 2) = 4, 4 : 5 = 0, 29 + 4 — 0 = 33, 33 — 30 = 3. Die Adventssonntage fallen im Jahre 1978 auf den 3., 10., 17. und 24. Dezember.

Literatur

C. F. Gauss: *Mathematisches Tagebuch*, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1976.

Robert Schram: *Über die Construktion und Einrichtung des christlichen Kalenders*, Astronomischer Kalender für 1900 der k.k. Sternwarte zu Wien, Verlag Carl Gerold's Sohn, Wien.

Anschrift des Verfassers:
Manfred Oswalden, Prof. Mag. rer. nat., A-1150 Wien, Reithofferplatz 5/50.

Fortschritte der Mondforschung von 1974 bis 1975

von J. Classen, Pulsnitz

Die folgenden Ausführungen setzen in erweiterter Form die Berichte über die 1970 bis 1974 in Houston (Texas, USA) abgehaltenen ersten fünf internationalen Mondkolloquien fort (Die Sterne *46* (1970) 83; *47* (1971) 151; *48* (1972) 141; *50* (1974) 159 und *51* (1975) 140).

In Amerika befasste man sich 1974 und 1975 vor allem mit der weiteren Untersuchung der Apollo-Mondproben. Die grossen Bestände der NASA an derartigem Material reichen noch viele Jahre für diese Zwecke. Besonders aktiv bei diesen Mondprobenuntersuchungen war der aus Deutschland stammende Klaus Keil. Er war früher in Jena am dortigen mineralogischen Institut tätig und wirkt jetzt als Professor der Geologie und Direktor des Institute of Meteoritics an der University of New Mexico in Albuquerque (New Mexico, USA).

Bemerkenswert waren beispielsweise die Untersuchungen von K. Keil und seinen Mitarbeitern an Mondproben, die von der letzten amerikanischen Mondlandung (Apollo 17. 19. 12. 1972) stammten. Er berichtete darüber Anfang 1975 auf dem sechsten Mondkolloquium in Houston (Lunar Sci. Conf. 6th, 1975, 193–220, Houston). Demnach zeigte der untersuchte Mare-Basalt einen sehr hohen TiO_2-Gehalt (10,8–14,5 Wt. %). Die meisten dieser Apollo 17-Mondproben liessen sich in die Kategorie der Ilmenit-Basalte einordnen.

Von Interesse dürften für europäische Leser die von K. Keil Anfang 1976 auf dem siebenten Mondkolloquium in Houston bekanntgegebenen Untersuchungsergebnisse sein, die das von der sowjetischen automatischen Mondsonde Luna 16 am 24. 9. 1970 mitgebrachte Mondmaterial betrafen (Lunar Sci. Conf. 7th, 1976, 462–464, Houston). Von 36 untersuchten Bruchstücken erwiesen sich 30 als basaltisch. Ein oft vorkommendes Mineral dieser Luna 16-Mondproben war Pyroxen. Olivin wurde verhältnismässig wenig