Der proportionale Rückversicherungsmarkt

Autor(en): **Bühlmann, Hans**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **71 (1971)**

PDF erstellt am: **04.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-967176

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Der proportionale Rückversicherungsmarkt

Von Hans Bühlmann, Zürich

1. Modelle für das Marktgeschehen

Die Marktwirtschaft kann als ein Mechanismus aufgefasst werden, welcher auf Grund von Entscheidungen vieler unabhängiger Mitwirkender im Rahmen einer monetären Bewertung zu einem ökonomischen Gesamtzustand führt. Es stellt sich dabei die Frage nach der «Güte» dieses Zustandes. Dem Fragesteller bewusst oder unbewusst impliziert diese Frage aber zunächst notwendigerweise das Vorhandensein einer Modellvorstellung über das ökonomische Geschehen, innerhalb welcher eine solche Bewertung überhaupt erst vorgenommen werden kann.

Solche Modelle existieren generell für gesamte nationale Ökonomien. Es sei hier an die *Leontief*-Systeme [6] erinnert, welche zum Instrumentarium par excellence der zentralen Verwaltungswirtschaft geworden sind, vor allem aber an die von der Lausanner Schule (*Pareto, Walras* [9, 10]) geschaffenen Vorstellungen von den «Zuständen» einer Ökonomie als Lösungen simultaner Gleichungssysteme und der Bewertung dieser Lösungen nach ihrem «Nutzen». Diese letzteren Denkformen führen direkt zu den modernen Modellen einer polyzentrischen Marktwirtschaft (siehe z.B. [5]).

Wie steht es nun mit Modellen für den Rückversicherungsmarkt? *Borch* [2, 3] kommt hier das Verdienst zu, uns gezeigt zu haben, wie der nach Pareto benannte Begriff des *Optimums* in einer Ökonomie des Risikoaustauschs verstanden und charakterisiert werden kann. Mit diesem Artikel sei die Übertragung des in der mathematischen Ökonomie dualen Begriffs des *Preisequilibriums* für den Rückversicherungsmarkt (wenigstens den traditionellen proportionalen) gewagt. Die dazu verwendeten Vorstellungen über die «Spielregeln» (siehe Abschnitt 4) erscheinen dabei meines Wissens hier erstmals in dieser Form, eine

Feststellung, womit ich den aufmerksamen Leser zu kritischer Prüfung derselben auffordern möchte. Dass diese Spielregeln im allgemeinen Fall nur unter Entrichtung zusätzlicher «Transferzahlungen» einen Pareto-optimalen Risiko-Austausch herbeiführen, bildet das Hauptresultat der folgenden Untersuchungen.

2. Rückversicherung als Ökonomie des Risikoaustausches

Wir beginnen unsere Detaildiskussion mit dem von Borch behandleten *Austauschproblem* (siehe auch [4], S. 190).

N Gesellschaften (die aktiv und/oder passiv Mitwirkenden im Rückversicherungsmarkt) sollen ihre Portefeuilles – dargestellt durch die Zufallsvariablen $\{Z^{(j)};\ j = 1, 2, \ldots, N\}$ – untereinander rückversichern (austauschen). (Im Abschnitt 4 dieser Arbeit wird verlangt, dass die $Z^{(j)}$ zusätzlich voneinander unabhängig sein sollen.)

Die Rückversicherungsabkommen seien durch die reellen Funktionen $f_j(x_1, \ldots, x_N)$, $j = 1, 2, \ldots, N$, beschrieben mit der Bedeutung, dass f_j die Belastung (das Resultat) der Gesellschaft j nach Anwendung aller Rückversicherungsabkommen in Abhängigkeit der Belastungen (Resultate) $x_1, x_2, \ldots, x_N$ aus den ursprünglichen Portefeuilles liefert. Aus der Tatsache, dass die Gesamtbelastung aller Gesellschaften zusammen vor und nach Abschluss des Rückversicherungsabkommens dieselbe sein muss, leitet sich die folgende Normierungsbedingung ab:

$$B) \qquad \sum_{j=1}^{N} f_j(x_1, x_2, \ldots, x_N) \equiv \sum_{j=1}^{N} x_j \quad \text{identisch in} \quad (x_1, x_2, \ldots, x_N)$$

Schliesslich bezeichnen wir die Zufallsvariablen $f_j(Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)})$ – entsprechend den mittels Rückversicherung modifizierten Portefeuilles – mit $Y^{(j)}$.

Folgende Tabelle hält die Situation vor und nach erfolgter Rückversicherung fest:

Gesellschaft	Zufallsvariable entsprechend Portefeuille vor Rückversicherung	Zufallsvariable entsprechend Portefeuille nach Rückversicherung
1	$Z^{(1)}$	$Y^{(1)} = f_1(Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)})$
2	$Z^{(2)}$	$Y^{(2)} = f_2(Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)})$
$\vdots$		
j	$Z^{(j)}$	$Y^{(i)} = f_j(Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)})$
$\vdots$		
N	$Z^{(N)}$	$Y^{(N)} = f_N(Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)})$

Man beachte, dass realiter die Zufallsvariablen $Y^{(j)}$ aus den $Z^{(1)}, \ldots, Z^{(N)}$ hervorgehen, indem Risikoanteile wie auch feste Zahlungen transferiert werden.

Es geht nun darum, die Portefeuilles vor und nach erfolgter Rückversicherung zu *bewerten*. Da wir hier und im folgenden nur den proportionalen Rückversicherungsmarkt untersuchen wollen, beschränken wir uns auf Bewertungen durch quadratische Nutzenkerne, welche immer auf einen porportionalen Austausch führen (siehe z. B. [1]). Etwas anders ausgedrückt, können wir auch sagen, dass wir nur Bewertungen zulassen, welche lediglich von den ersten zwei Momenten der bewerteten Zufallsvariablen abhängen. Die Bedeutung der gedanklichen Einschränkung auf diesen Typus von Nutzenkernen wird im letzten Abschnitt noch eingehender diskutiert.

Bezeichnen wir mit K_j den der Gesellschaft j entsprechenden Nutzenkern, dann soll also gelten ($\alpha_j > 0$ für alle $j = 1, 2, \ldots, N$)

$$K_j(y) = y - \frac{1}{2\alpha_j} y^2 \quad \text{mit der Einschränkung} \quad y \leqq \alpha_j .$$

Wir nennen α_j das Mass der *Nutzensättigung* für die Gesellschaft j und halten für das folgende hier klar fest, dass wir durch die Wahl unserer Nutzenkerne die ursprünglichen Portefeuilles $\{Z^{(j)}; j = 1, 2, \ldots, N\}$ der Beschränkung

C) $$Z^{(j)} \leqq \alpha_j \quad \text{für alle} \quad j = 1, 2, \ldots, N$$

unterwerfen.

Sei mit $E[\cdot]$ die Operation «Erwartungswert» dargestellt (analog $Var[\cdot]$ für «Varianz»). Dann bewerten wir die Portefeuilles nach erfolgter Rückversicherung mit

$$\mathfrak{U}_j(Y^{(j)}) = E[K_j(Y^{(j)})].$$

Definition:

Wir nennen die entstandenen $\{Y^{(1)}, Y^{(2)}, \ldots, Y^{(N)}\}$ *Pareto-optimal*, falls nicht durch einen weiteren Austausch mit den resultierenden Portefeuilles $\{\overline{Y}^{(1)}, \overline{Y}^{(2)}, \ldots, \overline{Y}^{(N)}\}$ eine *gleichzeitige* Verbesserung für *alle* Gesellschaften möglich ist, d.h. falls nicht $\{\overline{Y}^{(1)}, \ldots, \overline{Y}^{(N)}\}$ existiert mit $\mathfrak{U}_j(\overline{Y}^{(j)}) > \mathfrak{U}_j(Y^{(j)})$ für alle $j = 1, \ldots, N$. Wir stellen uns die Aufgabe, die Gesamtheit der Pareto-optimalen Abkommen $\{(f_j; j = 1, \ldots, N)\}$ zu bestimmen und möchten dann untersuchen, ob der übliche proportionale Rückversicherungsmarktmechanismus solche Pareto-Optima zu realisieren imstande ist.

3. Pareto-optimale Rückversicherungsabkommen

Borch [2] und *Du Mouchel* [7] haben folgendes notwendige und hinreichende Kriterium für Pareto-Optimalität aufgestellt bzw. bewiesen (vgl. [4], S. 192):

Z) $c_i K_j'(f_j(x_1, \ldots, x_N)) \equiv c_j K_i'(f_i(x_1, \ldots, x_N))$ identisch in $(x_1, \ldots, x_N)$ und mit beliebigen positiven $c_1, c_2, \ldots, c_N$.

Wegen der speziellen Form der hier verwendeten Nutzenkerne

$$K_j(y) = y - \frac{1}{2\alpha_j} y^2$$

reduziert sich *Z)* auf

$$c_i\left(1 - \frac{f_j(x_1, \ldots, x_N)}{\alpha_j}\right) = c_j\left(1 - \frac{f_i(x_1, \ldots, x_N)}{\alpha_i}\right),$$

woraus wir

$$f_j(x_1, \ldots, x_N) = \alpha_j - \alpha_j \frac{c_j}{c_i}\left(1 - \frac{f_i(x_1, \ldots, x_N)}{\alpha_i}\right)$$

und durch Summation über j und Verwendung von B)

$$x = \alpha - \frac{K}{c_i}\left(1 - \frac{f_i(x_1, \ldots, x_N)}{\alpha_i}\right) \quad \text{erhalten,}$$

wobei $$x = \sum_{j=1}^{N} x_j\,,$$

$$\alpha = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j\,,$$

$$K = \sum_{j=1}^{N} \alpha_j c_j\,. \text{ (Da } c_j > 0 \text{ beliebig, gilt auch } K > 0 \text{ beliebig.)}$$

Somit gilt

$$\boxed{\begin{aligned} f_i(x_1, \ldots, x_N) &= \alpha_i\left(1 - \frac{c_i}{K}[\alpha - x]\right) \\ &= \alpha_i\left(1 - \frac{c_i}{K}\alpha\right) + \frac{\alpha_i c_i}{K} x \quad (i = 1, 2, \ldots, N). \end{aligned}} \tag{1}$$

Noch etwas übersichtlicher wird die Darstellung unter Verwendung der Abkürzungen $r_i = \dfrac{\alpha_i c_i}{K}$ $\left(\sum_{i=1}^{N} r_i = 1\right)$:

$$\boxed{f_i(x_1, \ldots, x_N) = \underbrace{(\alpha_i - r_i\alpha)}_{\text{feste Zahlungen}} + \underbrace{r_i x}_{\substack{\text{Anteil an}\\ \text{gepoolten}\\ \text{Resultaten}}} = \alpha_i - r_i(\alpha - x)\,.} \tag{2}$$

Die Rückversicherungsverträge, welche auf einen Austausch gemäss Formel (2) führen, bilden die Gesamtheit aller Pareto-optimalen Vereinbarungen, sofern man die $r_i (i = 1, 2, \ldots, N)$ alle nicht-negativen reellen Werte mit $\sum_{i=1}^{N} r_i = 1$ durchlaufen lässt. Der Praktiker wird

diese Art Abmachung im Effekt einen Pool nennen. Gepoolt werden die ursprünglichen Resultate, zu denen noch bestimmte feste Zahlungen kommen. Man sieht auch leicht, dass mit zunehmendem r_i das f_i monoton abnimmt. Es sind also die kleinen Werte von r_i vorteilhaft für Gesellschaft i. Die Summe aller r_i muss aber immer gleich 1 sein, was den Fall ausschliesst, dass alle r_i gleichzeitig beliebig klein sein können.

4. Preisequilibrium auf dem proportionalen Rückversicherungsmarkt

Man beachte, dass wir bis jetzt überhaupt nicht von Bewertungen der zur Diskussion stehenden Portefeuilles durch (monetäre) Preise gesprochen haben. Jetzt sollen solche erstmals eingeführt werden. Erst durch sie wird ja das Marktgeschehen überhaupt möglich.

Sei

$P(Z^{(j)}) = P_j$ der Preis (feste Abgeltung) für das Portefeuille $Z^{(j)}$.

Konkreter gesagt: Es soll die Gesellschaft j die Möglichkeit haben, ihre stochastischen Resultate $Z^{(j)}$ gegen einen festen Preis P_j umzuwandeln. Der Praktiker wird sich im proportionalen Fall unter dem «Preis» die vom Rückversicherer bezahlten Kommissionen vorstellen. Der Ort, wo diese Verwandlung stattfindet, ist eben der *Rückversicherungsmarkt.* Dieser kommt zustande, weil sich die Gesellschaft j mit einem P_j zufriedengeben wird, welches unter dem erwarteten Resultat $E[Z^{(j)}]$ liegt.

Wir halten fest:

$E[Z^{(j)}] - M_j = P_j\,;\ M_j > 0$ nennen wir dabei die *Marge* bei der Abgeltung des j-ten Portefeuilles (diese wird hier immer *positiv* vorausgesetzt). (3)

Im übrigen stellt jede Gesellschaft j auf dem Rückversicherungsmarkt eine *Varianzkapazität* $V_j > 0$ zur Verfügung, in der Meinung, dass nur solche Zufallsvariablen $Y^{(j)}$ nach erfolgtem Austausch zugelassen sind, für welche gilt

$$Var[Y^{(j)}] \leqq V_j\,. \tag{4}$$

Da wir hier nur vom proportionalen Rückversicherungsmarkt sprechen, soll gelten:

$$Y^{(j)} = P_j + \sum_{i=1}^{N} a_{ji}(Z^{(i)} - P_i) \quad \text{mit } a_{ji} \geqq 0 \quad \sum_{j=1}^{N} a_{ji} = 1 \tag{5}$$

(a_{ji} = Anteil der Gesellschaft j am ursprünglichen Portefeuille der Gesellschaft i).

Der Usanz des proportionalen Rückversicherungsmarktes entsprechend werden die Portefeuilles und die zugehörigen festen Abgeltungen mit den gleichen Anteilen a_{ji} auf die Risikoträger aufgeteilt. Man beachte, dass jede Gesellschaft auch als Rückversicherer ihres eigenen Portefeuilles auftritt (Selbstbehalt!).

Wir verwenden hier zum erstenmal auch die Unabhängigkeit der

$$\{Z^{(i)};\ i = 1, 2, \ldots, N\}, \qquad \text{woraus folgt}$$

$$Var[Y^{(j)}] = \sum_{i=1}^{N} a_{ji}^2\, Var[Z^{(i)}]\,. \tag{6}$$

Damit sind wir schliesslich in der Lage, den Begriff des *Preisequilibriums* zu definieren. Wir meinen damit einen stabilen Zustand des Marktes, aus dem zu entfernen keiner der Teilnehmer sich veranlasst sieht.

Definition:

$\{Y^{(1)}, Y^{(2)}, \ldots, Y^{(N)}\}$ bilden ein *Preisequilibrium* auf dem proportionalen Rückversicherungsmarkt (wobei die $Y^{(j)}$ gemäss (5) definiert sind),

falls für alle $j = 1, 2, \ldots, N$

$$E[Y^{(j)}] = \sum_{i=1}^{N} a_{ji} M_i + P_j$$

sein Maximum erreicht unter der Nebenbedingung

$$Var[Y^{(j)}] = \sum_{i=1}^{N} a_{ji}^2\, Var(Z^{(i)}) \leqq V_i\,.$$

Man beachte, dass dabei die P und M_i als gegeben, die a_{ji} hingegen als variabel aufzufassen sind.

Zur Lösung dieser Extremalaufgabe verwenden wir folgenden Hilfssatz von *de Finetti* [8].

Lemma (siehe auch [4], S. 115):

$\sum_{i=1}^{N} a_{ji} M_i$ erreicht sein Maximum unter der Nebenbedingung

$\sum_{i=1}^{N} a_{ji}^2 \, Var[Z^{(i)}] \leqq V_j$ für festes j genau dann, falls

a) $a_{ji} = \min\left(1, C_j \dfrac{M_i}{Var[Z^{(i)}]}\right),$

b) $\sum_{i=1}^{N} a_{ji}^2 \, Var[Z^{(i)}] = V_j$ (keine freie Varianzkapazität).

Aus diesem Lemma folgt wegen $M_i > 0$ und $Var[Z^{(i)}] < \infty$ für alle i, dass $a_{ji} > 0$ für alle i und j und somit wegen $\sum_{j=1}^{N} a_{ji} = 1$ auch $a_{ji} < 1$ für alle i und j.

Also muss gelten

$$a_{ji} = C_j \frac{M_i}{Var[Z^{(i)}]}$$

und durch Summation über j

$$1 = \left(\sum_{j=1}^{N} C_j\right) \frac{M_i}{Var[Z^{(i)}]} \qquad \text{für alle } i = 1, 2, \ldots, N.$$

Daraus folgt die

Erste Konsequenz:

a) Ein Preisequilibrium ist nur möglich, falls alle mit den Varianzen normierten Zuschläge gleich sind, d. h. falls

$$\frac{M_i}{\mathrm{Var}[Z^{(i)}]} = L \quad \text{unabhängig von } i. \tag{7}$$

b) Dann sind auch die a_{ji} unabhängig von i (Gesellschaft j nimmt gleichen Anteil an allen Portefeuilles $Z^{(i)}$).

Bemerkung: Man beachte, dass ein Preisequilibrium auf die Verwendung des Varianzprinzips für die Prämienberechnung führt.

Ein erneutes Einsetzen in das Lemma von de Finetti ergibt

$$a_{ji} = C_j L$$

$$C_j^2 L^2 \; Var[Z] = V_j \quad \left(\text{wobei } Var[Z] = Var\left[\sum_{i=1}^{N} Z^{(i)}\right] = \sum_{i=1}^{N} Var[Z^{(i)}]\right)$$

und somit durch Wurzelziehen aus der letzten Gleichung und Summation über j die

Zweite Konsequenz:

a) Ein Preisequilibrium ist nur möglich, falls

$$\sqrt{Var[Z]} = \sum_j \sqrt{V_j[L]} \; . \tag{8}$$

b) Dann gilt
$$a_{ji} = \frac{\sqrt{V_j[L]}}{\sqrt{Var[Z]}} \; .$$

Bemerkung: Beachte die hier erstmals verwendete Schreibweise $V_j(L)$, welche die Abhängigkeit der Varianzkapazität vom «Zuschlagsniveau» L explizit hervorhebt. Da $V_j(L)$ mit L monoton strikt zunehmend sein wird, ergibt sich aus (8) auch eindeutig das Zuschlagsniveau, auf welchem der Markt im Gleichgewichtszustand operiert.

Schliesslich können wir für ein Preisequilibrium auch die Funktionen f_j, wie im Abschnitt 2 für einen Risikoaustausch definiert, angeben. Um hervorzuheben, dass sie hier aus dem Postulat des Preisequilibriums abgeleitet wurden, bezeichnen wir sie aber mit g_j.

(9)

$$g_j(x_1, x_2, \ldots, x_N) = \frac{\sqrt{V_j(L)}}{\sqrt{Var[Z]}}[(x_1 + x_2 + \ldots + x_N) - (P_1 + P_2 + \ldots + P_N)] + P_j$$

$$= r_j(x - P) + P_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, N,$$

wobei $P = \sum_{j=1}^{N} P_j$.

Die Gesamtheit aller möglichen Preisequilibria erhält man, wenn in Formel (9) die Anteile $r_j = \frac{\sqrt{V_j(L)}}{\sqrt{Var[Z]}}$ wiederum alle nichtnegativen reellen Werte durchlaufen, so dass $\sum_{j=1}^{N} r_j = 1$ erhalten bleibt. Auch hier führt der Risikoaustausch im Effekt zu einer Resultatpoolung und zusätzlichen festen Zahlungen.

5. Zusammenhang zwischen Preisequilibria und Pareto-Optima

Wir haben nun die Gesamtheit der Pareto-Optima (Austauschfunktionen f nach Formel (2)) und diejenige der Preisequilibria (Austauschfunktionen g nach Formel (9)) explizit beschrieben. Jede g-Funktion kann zu einer f-Funktion gemacht werden, indem man für die Gesellschaft j

$$T_j = (\alpha_j - P_j) - r_j(\alpha - P) \qquad j = 1, 2, \ldots, N \tag{10}$$

zu ihrer Austauschfunktion $g_j(x_1, \ldots, x_N)$ addiert. Andererseits lässt sich auch jede f-Funktion durch eine um die feste Zahlung nach (10) vermehrte g-Funktion darstellen. Wir nennen die T_j, $j = 1, 2, \ldots, N$, *Transferzahlungen* und halten fest:

Dritte Konsequenz:

Durch geeignete zusätzliche Transferzahlungen T_j (unabhängig vom Risikoverlauf x) mit $\sum_{j=1}^{N} T_j = 0$ können die Gesamtheiten der Pareto-optimalen Risikoaustausche und der Preisequilibria auf dem proportionalen Rückversicherungsmarkt ineinander übergeführt werden.

In der Praxis wäre wohl bei diesen Transferzahlungen an ein Subventionssystem zu denken, welches die Beteiligten des Marktes gemeinsam finanzieren würden. Interessant ist dann vor allem noch die Feststellung, dass es *genau einen Marktanteil* für jeden Beteiligten gibt, bei welchem die Transferzahlungen Null werden. Wir bezeichnen ihn mit r_j^*. Aus (10) folgt sofort für alle $j = 1, 2, \ldots, N$

$$r_j^* = \frac{\alpha_j - P_j}{\alpha - P} = \frac{\alpha_j - E[Z^{(j)}] + L\,Var[Z^{(j)}]}{\alpha - E[Z] + L\,Var[Z]} = \frac{\beta_j + L\,Var[Z^{(j)}]}{\beta + L\,Var[Z]}, \quad (11)$$

wobei

$$\beta_j = \alpha_j - E[Z^{(j)}]$$

$$\beta = \alpha - E[Z]$$

oder (unter expliziter Festhaltung der Abhängigkeit von L)

$$r_j^*(L) = \frac{\beta}{\beta + L\,Var[Z]} \cdot \frac{\beta_j}{\beta} + \frac{L\,Var[Z]}{\beta + L\,Var[Z]} \; \frac{Var[Z^{(j)}]}{Var[Z]}. \quad (12)$$

Dieser «optimale Anteil» wird also bei kleinem L in erster Linie vom Verhältnis der modifizierten Nutzensättigungen $\beta_j : \beta$, bei grossem L vom Varianzanteil des ursprünglich eigenen Portefeuilles bestimmt.

6. Diskussion

Was bedeutet nun der aufgezeigte Zusammenhang? Dass es nur ein solcher im Modell ist, darauf haben wir ja schon am Anfang hingewiesen. Entscheidender ist die Frage, wieweit in unserem Modell die zum Teil recht speziellen Annahmen von Bedeutung sind. Dabei erinnern wir uns insbesondere der gemachten Voraussetzungen über die Nutzenstruktur. Mindestens in einer Denkrichtung – der für die Praxis

vielleicht relevanteren – brauchen wir deswegen aber keine Bedenken zu haben. Falls nämlich schon bei unserer speziellen Nutzenstruktur ein Preisequilibrium im allgemeinen durch Transfer-Zahlungen korrigiert werden muss, um ein Pareto-Optimum zu erzielen, so gilt diese Feststellung um so mehr für allgemeinere Annahmen über die Nutzenkerne. Ja wir wissen von einigen Beispielen, die uns *Borch* [1] gegeben hat, dass dann mit der proportionalen Rückversicherung überhaupt nicht mehr immer ein Optimum erzielt werden kann. Im Lichte der Fragestellung nach optimalem Funktionieren des proportionalen Rückversicherungsmarktes scheint es aber andererseits weit relevanter, die hier angenommenen «Spielregeln» dieses Marktes der Kritik zu unterziehen:

a) Ist es vernünftig, die *Deckungskapazität* der einzelnen Gesellschaften durch eine *Varianzkapazität* auszudrücken? Persönlich halte ich dies im Falle des proportionalen Rückversicherungsmarktes für angängig, ebensogut wie ich im Falle des *nichtproportionalen* Rückversicherungsmarktes vom Gegenteil überzeugt wäre. In der Praxis ist aber in Konkurrenz zum Varianzdenken auch eine Neigung zum «maximalen Höchstschaden-Denken» erkennbar, obwohl sich dieses höchstens auf der Risiko-Ebene, aber nicht auf der Portefeuille-Ebene konsequent halten lässt.

b) Unser Marktmodell postuliert durchwegs positive Gewinnmargen für die Abgeltung von Portefeuilles. Da die Teilnehmer am Markt aber gleichzeitig aktiv und passiv rückversichern, ist es möglicherweise nicht abwegig, auch negative Gewinnmargen zuzulassen. Die Verhaltensregel der Gewinnoptimierung innerhalb der zur Verfügung gestellten Varianzkapazität kann dann aber nicht mehr zu einem Gleichgewicht führen.
Wie wäre sie abzuändern?

c) Schliesslich sollte auch das Konzept des Preisequilibriums auf den nichtproportionalen Rückversicherungsmarkt erweitert werden. Dabei geht es in erster Linie einmal darum, die weit komplexeren Verhaltensregeln für diesen Markt überhaupt zu formulieren, fürwahr ein weit schwierigeres Problem als das proportionale Analogon.

So soll denn der Sinn dieses Artikels vor allem der sein, einen möglichst grossen Kreis von aus praktischen und/oder theoretischen

Gründen Interessierten vermehrt zum Nachdenken über das Funktionieren des proportionalen, aber auch des allgemeinen Rückversicherungsmarktes veranlasst zu haben.

Das hoffe ich wenigstens.

Literatur

[1] *Borch, K.:* Reciprocal reinsurance treaties, ASTIN–Bulletin *1*, 170–191.

[2] – «The safety loading of reinsurance premiums», Skandinavisk Aktuarietidskrift *43*, 163–184 (1960).

[3] – Equilibrium in a reinsurance market, Econometrica *30*, 424–444 (1962).

[4] *Bühlmann, H.:* Mathematical methods in risk theory, Springer, Berlin 1970.

[5] *Debreu, G.:* «Theory of Value», Wiley, New York 1959.

[6] *Leontief, W.W.:* «Input-Output Economies», Oxford University Press, London and New York 1966.

[7] *Du Mouchel, W.H.:* The Pareto-optimality of an *n*-company reinsurance treaty, Skandinavisk Aktuarietidskrift *51*, 165–170 (1968).

[8] *De Finetti, B.:* Il problema dei pieni, Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari II, 1–88 (1940).

[9] *Pareto, V.:* Cours d'économie politique, Rouge, Lausanne 1896–1897.

[10] *Walras, L.:* Eléments d'économie politique pure, Corbaz, Lausanne 1874–1877.

Zusammenfassung

Es wird ein Modell des proportionalen Rückversicherungsmarktes diskutiert. Bei diesem lassen sich Pareto-Optima (Arrangements, die sich nicht gleichzeitig zum Vorteil aller Beteiligten verbessern lassen) und Preisequilibria (Arrangements, die innerhalb des Marktgeschehens stabil sind) recht einfach bestimmen. Durch geeignete zusätzliche Transferzahlungen lassen sich diese ineinander überführen. Es gibt genau ein Preisequilibrium, das auch ohne Transferzahlungen Pareto-optimal ist.

Summary

A model of the proportional reinsurance market is discussed. In this model the set of Pareto-optima (arrangements which cannot be improved simultaneously for all participants) and the set of price-equilibria (arrangements, which are stable within the market) can be easily determined. The two sets can be transformed into each other by means of suitable transfer payments. There is exactly one price-equilibrium which is Pareto-optimal without transfer payments.

Résumé

On discute un modèle du marché de réassurance proportionnel. Dans ce modèle, l'ensemble des optima de Pareto (arrangements qui ne peuvent être améliorés simultanément pour tous les participants) et l'ensemble des équilibres de prix (arrangements stables dans le cadre du marché) peuvent être déterminés facilement. Les deux ensembles peuvent être transformés l'un dans l'autre au moyen de paiements additionnels de transfert. Il y a exactement un équilibre de prix qui est aussi un optimum de Pareto sans paiement de transfert.

Riassunto

Si discute un modello del mercato di riassicurazione proporzionale. In un caso del genere è possibile calcolare facilmente gli ottimi di Pareto (accordi che non possono essere migliorati contemporaneamente per tutte le parti) e i corrispondenti equilibri di prezzo (accordi stabili nel gioco del mercato). Questi possono venir trasformati gli uni negli altri mediante trasferimenti di capitali. Esiste esattamente un equilibrio di prezzo che è anche un ottimo di Pareto senza bisogno di trasferimenti di capitali.