Die jüngste Entwicklung der Risikotheorie

Autor(en): **Thyrion, P.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **65 (1965)**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-551142

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Die jüngste Entwicklung der Risikotheorie

Einführendes Referat zum Thema 1 am fünften ASTIN-Kolloquium in Luzern

Von P. Thyrion, Brüssel [1])

Zusammenfassung

Im ersten Teil dieses Berichtes – freundlicherweise hat der Referent einer Übersetzung seines französisch gehaltenen Vortrags für die «Mitteilungen» zugestimmt – beleuchtet der Autor einige wichtige Etappen der Entwicklung der klassischen Form der Risikotheorie. Auf der Grundlage der Theorie der Transformationen von Verteilungsfunktionen lassen sich die Modelle der Sachversicherung methodisch aufbauen. Das ursprüngliche Grundschema der kollektiven Risikotheorie kann in verschiedenen Richtungen verallgemeinert werden, wobei heuristische Überlegungen von grossem Wert sind. An einige Gedanken zur numerischen Berechnung der Verteilungsfunktionen schliessen sich Betrachtungen auf dem Gebiet der Rückversicherung an, insbesondere zur Frage des «gefährlichsten» Verteilungsgesetzes und der Deckung von Höchstschäden.

Die zentrale Idee von Teil II beruht darauf, die Versicherungsoperationen nicht nur als stochastische Prozesse, sondern auch als ökonomische Gegebenheiten aufzufassen. Zu diesem Zwecke müssen mehr oder weniger subjektive Elemente wie z. B. die Risikoaversion eingeführt werden.

Meiner Ansicht nach kennzeichnen drei Grundströmungen die jüngste Entwicklung der Risikotheorie, Strömungen, die auch dem vorliegenden Bericht ihr Gepräge gegeben haben.

Es gab einmal eine Zeit, da beklagte man sich über das mangelnde Interesse der Versicherungsmathematiker an der Risikotheorie. Davon ist heute keine Rede mehr; das ist wohl das hervorstechendste Merkmal der Entwicklung, an der die ASTIN einen nicht geringen Anteil hat. Der ursprünglich gebildete – fast würde ich sagen – Geheimbund von Eingeweihten hat sich rasch erweitert. Das Gedankengut der Risiko-

---

[1]) «Je remercie vivement Monsieur Kupper qui a bien voulu se charger de cette traduction longue et délicate.» – P. Thyrion.

theorie breitete sich über alle Grenzen und Meere aus und ist dabei in mancher Hinsicht bereichert und verfeinert worden. Die Konfrontation mit anderswo entwickelten Ideen hat interessante Analogien aufgedeckt; weitere Anregungen sind durch die Bedürfnisse der Praxis entstanden. Kurz, man darf ohne Übertreibung sagen, dass die vergangenen Jahre einen recht bemerkenswerten Aufschwung an theoretischen Untersuchungen und Anwendungsmöglichkeiten gebracht haben. Das ist vom Standpunkt der Risikotheorie aus nur zu begrüssen; als weniger angenehm empfindet es der Berichterstatter, der die Aufgabe auf sich genommen hat, die Entwicklung angemessen nachzuzeichnen. Um das zu tun, müsste man über die notwendige Zeit verfügen, sich gründlich über alle Publikationen zu informieren. Bei der Vielfalt der gegenwärtig erscheinenden Arbeiten ist dies einem Berufstätigen fast nicht möglich.

Das mag erklären, weshalb ich meinen Bericht wissentlich etwas eingeschränkt habe. Ich beabsichtige nicht, der Theorie bis in alle Verästelungen nachzugehen, sondern will vielmehr versuchen, meine Blicke auf einige wichtige Gedanken zu konzentrieren, die sich bei der jüngsten Entwicklung herausgeschält haben. Deren Darstellung soll auch dazu dienen, über den künftigen, möglichen Verlauf der Risikotheorie einige Worte zu äussern. Damit habe ich mein Ziel kurz umrissen.

Die Risikotheorie hat in ihren Anfängen den Stempel «individuell» getragen. Später brachte die Einführung des Begriffs «kollektiv» eine spürbare Belebung der etwas erstarrten Theorie. Objektiverweise muss man zugeben, dass die beiden Standpunkte während längerer Zeit verschiedenenorts und mindestens teilweise als unvereinbar angesehen wurden. Die Verfechter der beiden Richtungen haben inzwischen ihre Streitaxt begraben; das ist das zweite charakteristische Merkmal der Entwicklung. Die verschiedenen Begriffe haben sich in der viel allgemeineren Theorie der stochastischen Prozesse – insbesondere jener von diskontinuierlichem Typus – verschmolzen. Die Einsichtigen unter den Begründern der kollektiven Risikotheorie hatten diese Entwicklung bereits vor Jahren angekündigt. Das Interesse für mathematische Modelle, seien sie nun vom einen oder andern Gesichtspunkt her aufgebaut, wird dadurch nicht geschmälert, im Gegenteil.

Die dritte wesentliche Grundströmung in den Gemarken der Risikotheorie scheint mir die wichtigste zu sein. Es handelt sich hier um eine Erweiterung – oder mindestens um den Versuch dazu – des Begriffs Risikotheorie selbst und folglich auch ihrer Ziele. Ich werde später ein-

gehender auf diesen Grundzug zu sprechen kommen, da der zweite Abschnitt meiner Arbeit diesem Thema gewidmet ist. Vorerst jedoch möchte ich in einem ersten Teil meines Berichtes die jüngste Entwicklung der Risikotheorie in ihrem klassischen Sinn darzustellen versuchen.

I. Die Entwicklung der Risikotheorie in ihrem klassischen Sinn

Eine bereits ziemlich alte Definition der Risikotheorie nennt als deren Kern die mathematische Untersuchung der zufälligen Schwankungen im Versicherungsgeschäft und das Studium der Hilfsmittel, um den daraus hervorgehenden Unannehmlichkeiten zu begegnen. Unter diesem Gesichtspunkt lassen sich die meisten Arbeiten der Risikotheorie, etwas übertrieben formuliert, in zwei grosse Gruppen einteilen. Die eine befasst sich mit dem Ruinproblem, die andere mit dem Studium gewisser Verteilungsfunktionen, welche zur Erfassung der oben erwähnten Zufallsschwankungen von Bedeutung sind.

Das Ruinproblem ruft zwar auch heute noch ein gewisses Interesse wach – denken wir nur beispielsweise an die aktuelle Frage der Solvabilitätskriterien. Trotzdem ist zu sagen, dass sich der Schwerpunkt der jüngsten Untersuchungen vom Ruinproblem weg auf das Studium der Verteilungsfunktionen verlagert hat. Dabei werden fortlaufend Anstrengungen unternommen, die theoretisch fundierten Modelle der viel komplizierteren Wirklichkeit, d. h. den Erfordernissen der Praxis, anzupassen.

Bei diesen Bemühungen stehen vor allem drei Gesichtspunkte im Vordergrund:

A. Verallgemeinerung bisheriger Modelle und ihrer Eigenschaften.

B. Einfluss der durch die Rückversicherung aufgeworfenen Probleme.

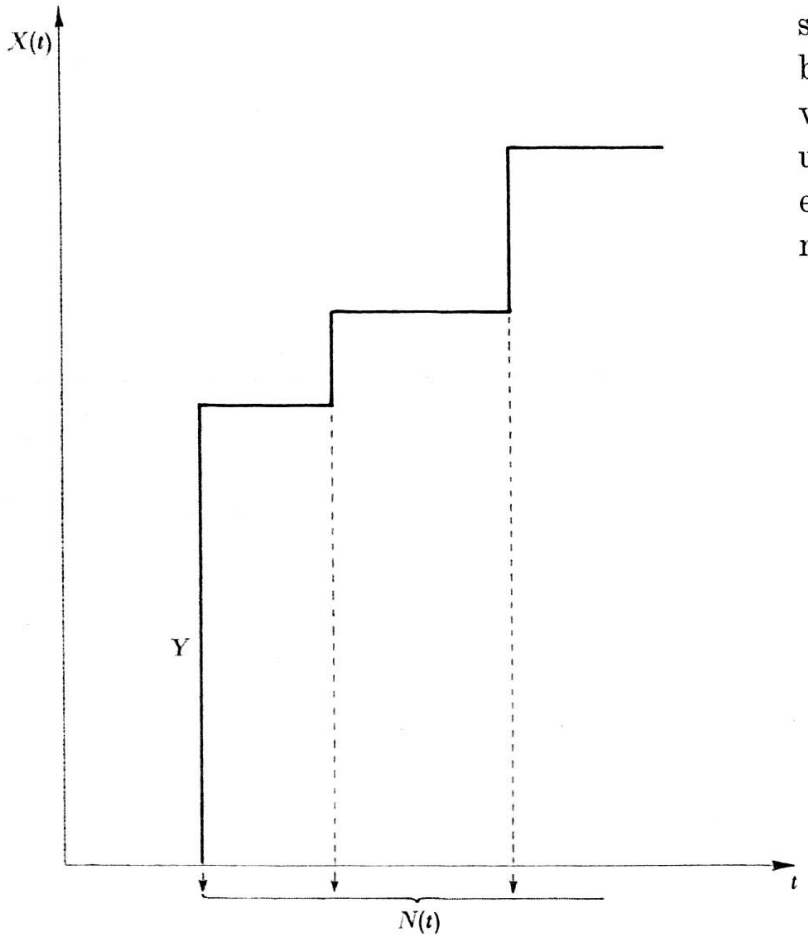
C. Anwendung neuer Hilfsmittel.

1.

Wir wollen den erstgenannten Aspekt mit Hilfe der wichtigsten der Verteilungsfunktionen zu erklären versuchen, der Verteilungsfunktion der Totalkosten aller Schäden eines Risikos oder einer Gesamtheit von Risiken in einer wohldefinierten Zeitspanne. Diese Variable hängt von

zwei Grössen ab, der Zahl der im betrachteten Zeitintervall eingetretenen Schäden und der Höhe eines Schadens, wenn man weiss, dass er eingetreten ist.

Bezeichnet $X(t)$ die Totalkosten aller Schäden, so lässt sich die zeitliche Entwicklung dieser Variablen graphisch durch die Treppenfunktion in Fig. 1 darstellen. Diese ist in doppelter Weise stochastisch, durch die Anzahl der Stufen $N(t)$ sowie die Stufenhöhe Y. Das bedeutet nichts anderes, als dass $X(t)$ als stochastische Summe von stochastischen Variablen aufgefasst werden muss. Es ist auch vorgeschlagen worden, $X(t)$ als Produkt zweier stochastischer Variablen zu behandeln, der Schadenzahl und des zugehörigen mittleren Schadens. Doch kompliziert dies die Sache insofern, als diese beiden Grundvariablen niemals unabhängig voneinander sein können.



Figur 1

Ich möchte hier im Rahmen von wahrscheinlichkeitstheoretischen Sätzen über Transformationen von Verteilungsfunktionen bzw. charakteristischen Funktionen einiges über die jüngsten Untersuchungen der Funktion $X(t)$ berichten.

Es ist bekannt, dass die grundlegende Transformationseigenschaft wie folgt lautet:

Sei $S(x;\lambda)$ eine messbare Funktion von λ, die für jeden Wert von λ eine Verteilungsfunktion in x darstellt;

sei zudem $U(\lambda)$ eine beliebige Verteilungsfunktion, dann ist

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(x;\lambda)\, dU(\lambda)$$

wieder eine Verteilungsfunktion.

Mit Hilfe der charakteristischen Funktionen lässt sich dieser Tatbestand folgendermassen ausdrücken:

$$z(u,\lambda) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iux}\, d_x S(x;\lambda)$$

sei die charakteristische Funktion der Variablen mit Verteilungsfunktion $S(x;\lambda)$ für jedes λ; dann ist

$$z_X(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(u,\lambda)\, dU(\lambda)$$

ebenfalls eine charakteristische Funktion.

Ist die Verteilungsfunktion F von der eben betrachteten Form, so sagt man, die Variable gehorche einem zusammengesetzten Verteilungsgesetz mit Strukturfunktion U. Dieses kann als gewichtetes Mittel über λ der Gesetze $S(x;\lambda)$ angesehen werden. Häufig tritt der Fall auf, dass unter S eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung zu verstehen ist. Unter den Aktuaren besonders bekannt ist sicherlich die zusammengesetzte Poisson-Verteilung.

Interessant ist der Spezialfall

$$S(x;\lambda) = S^{\lambda}(x),$$

wobei $S(x)$ eine beliebige Verteilungsfunktion, λ irgendeine Zahl > 0 bedeuten. Damit ist

$$F(x) = \int_{0}^{\infty} S^{\lambda}(x)\, dU(\lambda)\,.$$

Einer Anwendung davon werden wir später noch begegnen.

Von ganz besonderem Interesse für die vorliegende Untersuchung erweist sich der Fall, wo λ eine nichtnegative ganze Zahl N darstellt und zudem

$$S(x;n) = S^{*n}(x);$$

$S^{*n}(x)$ stellt die n-malige Faltung der Verteilungsfunktion $S(x)$ mit sich selbst dar.

Definiert man das Verteilungsgesetz der Variablen N mit $P_n = W(N = n)$, $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$, so ergibt sich für die Funktion F:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n S^{*n}(x)$$

bzw. mit der erzeugenden Funktion der Variablen N

$$g_N(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n z^n \qquad (|z| \leqq 1)$$

für die zugehörige charakteristische Funktion

$$z_X(u) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n z^n(u) = g_N[z(u)].$$

Damit haben wir nichts anderes als das Verteilungsgesetz der Variablen $X(t)$ aufgestellt unter der Voraussetzung, dass die beiden Grundvariablen N und Y voneinander unabhängig sind. Zudem müssen auch die Schadenhöhen Y unter sich stochastisch unabhängig und in gleicher Weise verteilt sein. Eine auf diese Weise gebildete Variable $X(t)$ folgt einem sogenannten verallgemeinerten Verteilungsgesetz. So haben wir, falls N nach Poisson verteilt ist, eine verallgemeinerte Poisson-Verteilung vor uns. Die Verallgemeinerung entsteht genau genommen dadurch, dass die Treppenstufen nicht gleichmässig von der Höhe 1 sind, sondern deren Höhe durch die von Y stochastisch angenommenen Werte bestimmt wird.

Auch Y selbst kann unter Umständen nur ganze, nichtnegative Werte besitzen; es ist klar, dass dann $X(t)$ dieselbe Eigenschaft hat. Die Stufenhöhe ist hier also stets eine ganze Zahl. Diese Tatsache drückt die Bezeichnung «une distribution par grappes» aus; es handelt sich dabei um jenes Modell, das sich auch zur Darstellung der Kumulereignisse (Ereignisse mit mehreren Schadenfällen) als adäquat erweisen wird

(siehe S. 181). Mit Hilfe der drei entsprechenden erzeugenden Funktionen ergibt sich die Transformationsgleichung

$$g_X(z) = g_N[g_Y(z)].$$

2.

Die Entwicklung der Untersuchungen über die Variable $X(t)$ geht Hand in Hand mit den verschiedenen Hypothesen, die über die Natur der beiden Grundverteilungen aufgestellt worden sind. Was die Variable N anbetrifft, kann man zusammenfassend sagen, dass eine grosse Menge von Modellen – zusammengesetzter Art und solche von Kumulcharakter – auf ihre Eignung ausprobiert worden sind. Ich will mich hier nicht auf alle die unzähligen Möglichkeiten einlassen, einmal aus Mangel an Zeit, zum andern aber auch weil es mir am letztjährigen Kolloquium in Triest bereits möglich war, einiges zu diesem Thema zu äussern. Ich möchte nur anhand zweier Beispiele die folgenden Feststellungen kurz illustrieren:

1. Eine grosse Anzahl von Arbeiten aus jüngster Zeit befasst sich damit, die Modelleigenschaften der kollektiven Risikotheorie in ihrer ersten Form, d. h. also mit einer poissonverteilten Variablen N, Schritt für Schritt zu verallgemeinern. Diese Entwicklung ist immer weiter fortgeschritten und hat heute einen Stand erreicht, den man gerne als endgültig bezeichnen möchte. Doch die Erfahrung lehrt, dass man in solchen entschieden klingenden Aussagen nie vorsichtig genug sein kann.
2. Je allgemeiner die betrachteten Eigenschaften formuliert werden, um so klarer tritt die grundlegende Idee im Beweis zutage und um so einleuchtender lässt sich – bereits aus heuristischen Überlegungen – folgern, dass es wirklich so sein muss. Diese Sachlage ist auch aus anderen Gebieten der Mathematik nicht unbekannt.

3.

Eine der ersten Erweiterungen der ursprünglichen Grundannahmen bestand darin, das Verteilungsgesetz von Y auch vom Zeitpunkt τ, wo der Schaden eintritt, abhängen zu lassen. Die aufeinanderfolgenden Variablen $Y(\tau)$ sind dann nicht mehr identisch verteilt. Wir bezeichnen mit $z(u;\tau)$ die charakteristische Funktion der Variablen $Y(\tau)$, der

Kosten eines Schadenfalles mit Eintritt im Zeitpunkt τ. Folgendes allgemeine Resultat lässt sich dann herleiten:

Die Schadenzahl N folge einer zusammengesetzten Poisson-Verteilung im engeren Sinne, d.h.

$$P(n;t) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} dU(\lambda),$$

wobei $U(\lambda)$ eine beliebige Verteilungsfunktion der positiven Variablen λ darstellt und unabhängig von der Zeit vorausgesetzt wird. Dann lassen sich die Variablen $Y(\tau)$ durch eine gemittelte Variable $\overline{Y}_t$ ersetzen, die nicht mehr von τ abhängt. Deren charakteristische Funktion berechnet sich zu

$$\bar{z}(u;t) = \frac{1}{t} \int_0^t z(u;\tau)\, d\tau. \tag{1}$$

Dieser Satz wurde ursprünglich in der kollektiven Risikotheorie für den Fall bewiesen, dass N einer gewöhnlichen Poisson-Verteilung folge. Nachher hat man ihn durch verschiedene Überlegungen sukzessive auf das vorliegende Resultat ausgedehnt. Denkt man etwas über die Bedeutung der Formel (1) nach, so überzeugt man sich leicht, dass die beschriebene Eigenschaft für jedes zusammengesetzte Poisson-Gesetz Gültigkeit haben muss.

Es ist in der Tat vernünftig anzunehmen, die Variable $\overline{Y}_t$ folge einem zusammengesetzten Gesetz, entstanden durch Vorgabe einer Struktur über die Zeit τ. Es ist schwer einzusehen, wie es anders sein könnte. Geht man von dieser Voraussetzung aus, so kann man die charakteristische Funktion von $\overline{Y}_t$ durch die Transformation

$$\bar{z}(u;t) = \int_0^t z(u;\tau)\, dV(\tau)$$

beschreiben, wobei $V(\tau)$ die Verteilungsfunktion (Strukturfunktion) von τ im Intervall $(0,t)$ bedeutet. Das ganze Problem reduziert sich so auf die Bestimmung dieser Funktion. Betrachten wir zu diesem Zweck einmal den Fall, dass während der Zeit $(0,t)$ ein einziger Schadenfall eingetreten sei. Ist die Schadenzahl nach irgendeinem zusammengesetzten Poisson-Gesetz im engeren Sinne verteilt und weiss man, dass im Intervall $(0,t)$ ein Schadenfall eingetreten ist, dann ist auf Grund

der a posteriori-Wahrscheinlichkeiten leicht zu sehen, dass dieses Ereignis zwischen 0 und t rein zufällig eingetreten ist. Die Dichtefunktion der Variablen τ kann deshalb nichts anderes als $\frac{d}{d\tau} V(\tau) = \frac{1}{t}$ sein.

Durch heuristische Überlegungen findet man so die Formel wieder, die anderweitig streng bewiesen worden ist.

4.

Das Grundschema der kollektiven Risikotheorie nimmt bekanntlich an, die Wahrscheinlichkeiten P_n würden einer Poisson-Verteilung folgen. Ist deren Parameter als λt definiert, so lautet die erzeugende Funktion von N

$$g_N(z) = e^{\lambda t(z-1)}.$$

Die charakteristische Funktion der Variablen $X(t)$ ergibt sich daraus zu

$$z_X(u) = e^{\lambda t[z(u)-1]}. \tag{2}$$

Die zugehörige Verteilungsfunktion ist in der Theorie recht ausgiebig studiert worden, insbesondere auch im Hinblick auf das Ruinproblem sowie auf angenäherte und asymptotische Ausdrücke.

Während man einerseits das Grundschema dadurch abgewandelt hat, dass man anstelle der Poisson-Verteilung Gesetze suchte, die den Erfordernissen der Praxis besser Rechnung tragen, hat man anderseits nach Modellen geforscht, die sich auf die charakteristische Funktion des einfachen Typus (2) zurückführen lassen. Dadurch ist es möglich, aus den zahlreichen Untersuchungen über dieses Modell Nutzen zu ziehen. Auch in dieser Hinsicht ist man zu allgemeinen Resultaten vorgestossen, die sich ebenso einfach beweisen lassen wie die Spezialfälle, die dazu geführt haben. Heuristische Überlegungen können wie früher von grossem Nutzen sein.

Es ist bereits erwähnt worden, dass die Variable $N(t)$ einer sogenannten Kumulverteilung gehorchen kann. Diese soll sich aus den folgenden beiden Bestandteilen zusammensetzen:

a) einer Poisson-Verteilung mit Parameter λt, welche das Eintreffen der Schadenereignisse im grossen (der Kumulschäden) regelt,

b) einem Verteilungsgesetz p_k $\left(k = 1, 2, \ldots, \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1\right)$ für die Anzahl der Schadenfälle pro Kumulereignis.

Die erzeugende Funktion der Variablen N lautet in diesem Fall

$$g_N(z) = e^{\lambda t[g_K(z)-1]},$$

wobei unter $g_K(z)$ die erzeugende Funktion der stochastischen Variablen K (Wahrscheinlichkeiten p_k) zu verstehen ist.

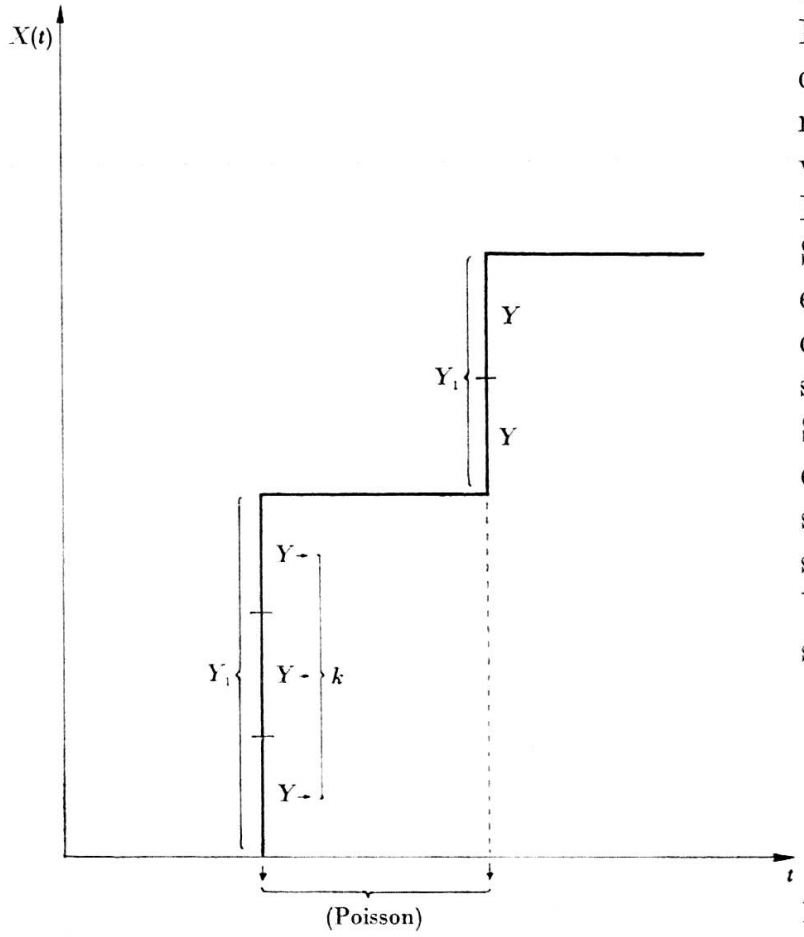
Die charakteristische Funktion der Variablen $X(t)$ ergibt sich wie früher dadurch, dass man z durch $z(u)$, die charakteristische Funktion von Y, ersetzt:

$$z_X(u) = e^{\lambda t\{g_K[z(u)]-1\}} = e^{\lambda t[z_1(u)-1]},$$

wobei $z_1(u) = g_K[z(u)]$ wiederum die charakteristische Funktion einer Variablen Y_1 ist, auf Grund der früher erwähnten Transformationseigenschaft.

Man sieht so, dass sich dieser Fall ebenfalls auf die ursprüngliche Form der kollektiven Risikotheorie überführen lässt.

Trotz ihrer Allgemeinheit erscheint diese Aussage sofort intuitiv klar, wenn man die Treppenkurve betrachtet, welche die Variable $X(t)$ symbolisiert. Im Falle von möglichen Kumulereignissen sieht diese wie in Figur 2 aus. Die Anzahl der Stufen folgt dabei einem gewöhnlichen Poisson-Gesetz, während die Stufenhöhen aus einer stochastischen Zahl k von stochastischen Variablen Y bestehen.



Figur 2

Es ist klar, dass es auf dasselbe herauskommen muss, wenn wir die Stufenhöhe durch eine einzige stochastische Variable Y_1, gebildet aus den k Variablen Y, definieren. Entblösst von allem mathematischen Beiwerk, lässt sich die besprochene Eigenschaft auf diese überaus einfache Tatsache zurückführen. In zahlreichen Arbeiten hat sich als Resultat ergeben, dass die verschiedensten zusammengesetzten Poisson-Verteilungen – von der negativen Binominalverteilung bis zu immer komplizierteren Fällen – für die charakteristische Funktion der Variablen $X(t)$ auf die einfache Form (2) gebracht werden können. Im Grunde genommen kommt das nicht daher, dass wir es mit zusammengesetzten Poisson-Verteilungen zu tun haben, sondern weil diese verschiedenen Gesetze eine Interpretation als Kumulverteilungen mit einer Poissonschen Basis erlauben. Gleichzeitig hat man auch festgestellt, dass sich eine sehr umfangreiche Gruppe von zusammengesetzten Poisson-Gesetzen derart interpretieren lässt, nämlich alle jene mit der folgenden kanonischen Form

$$P(0;t) = e^{\theta(t)},$$

$$P(n;t) = (-1)^n \frac{t^n}{n!} P^{(n)}(0;t),$$

wobei $\theta(0) = 0$

$\theta(t)$ unbeschränkt teilbar mit $(-1)^n \theta^{(n)}(t) \geqq 0$ für jedes $n \geqq 1$.

Ich habe diese beiden Beispiele mit Absicht nicht allzu kompliziert gewählt. Man würde aber leicht andere von nicht so einfacher Art finden, die meine Ansicht untermauern, dass es oft nützlich ist, die Ergebnisse vom zuweilen ziemlich gewichtigen mathematischen Beiwerk zu befreien. Auf diese Weise gelingt es nicht selten, die manchmal überraschend einfachen Grundgedanken in ihrem Kern freizulegen.

5.

Neben den Untersuchungen über die analytische Form der Verteilung von $X(t)$ ist das Studium über Näherungslösungen zur numerischen Berechnung dieser Verteilungsfunktion vorangetrieben worden. Auch in dieser für die Praxis eminent wichtigen Hinsicht sind gegenüber früheren Resultaten Fortschritte festzustellen. Schon vor etlicher Zeit hatte die kollektive Risikotheorie ein approximatives Verfahren zur Berechnung von $F(x;t)$ vorgeschlagen, unter der Voraussetzung, dass

die Variable N nach Poisson verteilt war. Diese Methode benützte die Hilfsfunktion $\overline{F}(x;t)$, definiert durch

$$d\overline{F}(x;t) = \frac{e^{hx}\, dF(x;t)}{\int\limits_0^\infty e^{hx}\, dF(x;t)}.$$

Das Integral im Nenner soll konvergent sein für jedes reelle h im Intervall $-H_1 < h < H_2$. Der fundamentale Gedanke, der hinter diesem Vorgehen steckt, beruht darauf, dass die Reihenentwicklung nach Edgeworth besser auf die Hilfsverteilung $\overline{F}$ angewendet werden kann als auf die ursprüngliche verallgemeinerte Poisson-Verteilung F.

Die Methode ist später auf den Fall ausgedehnt worden, wo die Schadenzahl negativ binomial verteilt war. Erst kürzlich hat man überdies gezeigt, dass dieses Verfahren unter sehr allgemeinen Bedingungen selbst für beliebige Verteilungsfunktionen gilt, deren charakteristische Funktion bekannt ist.

Zur numerischen Berechnung von $F(x;t)$ ist die Funktion $\overline{F}(x;t)$ passend abzuschätzen, wobei auf deren asymptotische Eigenschaften abgestellt wird. Insbesondere muss man auf den Bereich achten, für den eine möglichst präzise Auskunft über F von Wichtigkeit ist.

Eine andere numerische Schätzmethode besteht darin, zwei Hilfsfunktionen F_1 und F_2 zu finden, die die Eigenschaft haben, dass für jedes x

$$F_1(x;t) \leqq F(x;t) \leqq F_2(x;t).$$

Durch Transformationen der charakteristischen Funktion von F werden zwei modifizierte charakteristische Funktionen definiert, deren zugehörige Verteilungsfunktionen, berechnet mit Hilfe der Umkehrformel, als F_1 und F_2 bezeichnet werden. Die praktische Gültigkeit all dieser Näherungsverfahren ist erst vor ganz kurzer Zeit für einen grossen Geltungsbereich mit einem Elektronenrechner überprüft worden.

6.

Gleichzeitig mit diesen Studien über die Verteilungsfunktion $F(x;t)$ haben die Erfordernisse der Praxis auch Untersuchungen über das Gesetz $S(x)$ angeregt, die Verteilung der Höhe eines Schadens, wenn man weiss, dass er eingetreten ist. Die Exponentialverteilung

$$S(x;\lambda) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad (\lambda > 0, \text{ konst.})$$

ist zwar als erste Approximation wegen ihrer Einfachheit recht beliebt, im allgemeinen aber doch zu wenig anpassungsfähig. Alle möglichen Verteilungsgesetze hat man statt dessen vorgeschlagen. Man kann dabei die Feststellung machen, dass sich viele davon auch hier durch die von früher her bekannte allgemeine Transformationsformel

$$S(x) = \int_0^\infty S(x;\lambda)\, dU(\lambda)$$

ausdrücken lassen, wo $S(x;\lambda)$ die oben erwähnte gewöhnliche Exponentialverteilung, $U(\lambda)$ eine beliebige Strukturfunktion – Verteilungsfunktion von λ – bedeuten.

Zieht man alle untersuchten Möglichkeiten in Betracht, so will uns scheinen, dass eines der besten Gesetze vom praktischen Standpunkt aus dadurch gebildet wird, dass man λ nur diskrete Werte λ_i mit Wahrscheinlichkeiten p_i annehmen lässt. Auf diese Weise entsteht die oft verwendete Exponentialpolynom-Verteilung.

Allen Anstrengungen zum trotz muss man sich eingestehen, dass dieser Gegenstand noch mancherlei Probleme offen lässt. Vielleicht wäre es nicht ohne Nutzen, wenn wir uns mehr, von Untersuchungen aus andern Wissensgebieten anregen liessen, die zwar ziemlich verschieden erscheinen, deren mathematische Modelle aber grundsätzlich die gleichen sind. Ich denke hier z. B. an die Theorie der Warteschlangen.

7.

Wie dem auch sei, wir haben es bei solchen Studien oft mit stark asymmetrischen Verteilungen zu tun, und dies führt uns auf ein Beispiel, wo der Einfluss des auf Seite 175 genannten zweiten Aspekts, der Bedürfnisse der Rückversicherung, offenbar wird. Für die Rückversicherung ist der extreme Schwanz der Verteilung von besonderer Wichtigkeit. Gerade hier sind jedoch die notwendigen Mittel zur Ausrichtung der Entschädigungen sehr oft völlig ungenügend bemessen. Es verwundert deshalb nicht, dass jüngste Untersuchungen daraufhin gezielt haben, den Kurventypus zu definieren und zu bestimmen, der aus der Sicht des Erstversicherers als der gefährlichste angesehen werden muss. Damit meinen wir, dass bei einer «Excess of Loss»-Deckung die Prämie dabei ein Maximum erreichen soll.

Da die Messung der Asymmetrie auf Grund der alten Methode des 3. standardisierten Moments zu diesem Zweck nicht fein genug erschien, sind verschiedene neue Kriterien vorgeschlagen worden. Beispielsweise hat man sich von der Sterblichkeitsintensität in der Lebensversicherung inspirieren lassen. Man teilt danach die Verteilungsgesetze der Höhe eines Schadens nach der Wahrscheinlichkeit $\mu(x)\,dx$ ein, dass ein Schaden $(x + dx)$ nicht überschreitet, sofern man weiss, dass er mindestens gleich x sein muss. Je kleiner $\mu(x)$ ausfällt, umso «gefährlicher» wäre die Verteilung anzusehen.

Unter diesem Blickwinkel wurde der Gedanke geboren, dass die Pareto-Verteilung die gefährlichste Kurve sei. Dieses Resultat, das zum mindesten im Hinblick auf die Reihentheorie als überraschend erscheint, ist jedoch wohl nicht definitiv. So ist erst vor ganz kurzer Zeit mitgeteilt worden, dass die Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{A}{x^2 (\log x)^{1+\alpha}} \quad (0 < \alpha \leqq 1,\ x \geqq c,\ A \text{ konst.})$$

gefährlicher sein kann als eine Pareto-Kurve mit endlichem Mittelwert. Dieser Gegenstand bleibt daher weiteren Untersuchungen offen.

8.

Die Bedürfnisse der Rückversicherung haben noch in einer andern Richtung die jüngste Entwicklung der Risikotheorie wesentlich beeinflusst. Es handelt sich um die Frage der Deckung des grössten bzw. der k grössten Schäden. Die Versicherungsmathematiker haben bei ihren Studien in dieser Richtung ein weiteres wichtiges Hilfsmittel entdeckt, die Theorie der Extremalwerte. Diese ist zwar auf andern Wissensgebieten bereits häufig angewendet worden, in der Versicherung aber bis heute kaum zur Verwertung gelangt.

Ein erstes Ziel hat darin bestanden, die Verteilung des grössten Schadens herzuleiten. Diese lautet einfach:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n S^n(x) = g_N[S(x)],$$

wenn analog zu den früheren Bezeichnungen mit $S(x)$ die Verteilung der Kosten eines Schadens, mit $g_N(z)$ die erzeugende Funktion der Schadenzahl N gemeint sind. Auf eine solche Transformation einer Verteilungs-

funktion, hier im diskontinuierlichen Fall, haben wir bereits hingewiesen (Seite 177).

Anschliessend hat man sich mit der Verteilung des Totalschadens bei Ausschluss der k grössten Schäden beschäftigt, d.h. mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung des totalen Schadens für den Erstversicherer, wenn er die k grössten Schäden vollständig in Rückdeckung geben würde. Weitere Forschungen führten zum Verteilungsgesetz des k.-grössten Schadens. Daraus hat man beispielsweise die mittlere Schadensumme aus den k grössten Schäden hergeleitet unter der Voraussetzung, dass die Höhe eines Schadens einer Pareto-Verteilung folgt. Man hat damit alle Mittel zur Hand, die Prämie – mindestens die Nettoprämie – für ein Rückversicherungsverfahren zu berechnen, das bereits vor vielen Jahren vorgeschlagen wurde und das darin besteht, jene Summen zu decken, um die jeder der k grössten Schäden den k.-grössten übersteigt.

Weitere Untersuchungen haben von der Theorie der Extremalwerte Gebrauch gemacht, um den Schwanz der Verteilung der Schadenhöhe zu bestimmen. Aber auch hier bleibt die Frage offen. Kann man vernünftigerweise damit rechnen, dass diese Theorie für das Ungenügen der statistischen Unterlagen einen Ersatz bietet? Man bemerkt übrigens, dass gewisse Näherungsformeln, zu denen die Extremwerttheorie bei der Berechnung von «Excess of Loss»-Prämien Hand bietet, identisch sind mit jenen, die aus dieser oder jener Annahme über die analytische Form des Verteilungsgesetzes der Schadenhöhe hervorgehen würden. Auf diesem Gebiet bleibt deshalb noch ein weites Feld für die Forschung frei.

Gewiss sind ziemlich viele Arbeiten nicht erwähnt worden, die die Risikotheorie in ihrer klassischen Form bereichert haben. Doch ist es mir leider – will ich nicht Gefahr laufen, diesen Bericht ins Uferlose auszudehnen – nicht möglich, sie alle zu besprechen. Ich hoffe gerne, man trage es mir nicht nach, wenn ich mich darauf beschränkt habe, einige Beispiele zu zitieren, die sich meiner Ansicht nach besonders gut eignen, um die zu Beginn dieses Abschnittes genannten drei Aspekte der gegenwärtigen Entwicklung zu kennzeichnen.

II. Die Entwicklung des Begriffs «Risikotheorie»

Von den drei markanten Entwicklungstendenzen, die wir im ersten Abschnitt hervorgehoben haben, wird die dritte, die Anwendung neu-

artiger Hilfsmittel, den folgenden Ausführungen einen besonderen Stempel aufdrücken.

Die Mathematik hat in den letzten Jahren ein reiches Anwendungsgebiet in Fragen der Unternehmungsführung und -verwaltung gefunden. Es ist daher sicher kein reiner Zufall, wenn dieses Gedankengut auch in die Versicherungswissenschaften eingedrungen ist und ihr Hilfsmittel zur Verfügung stellt, die besonders gut geeignet sind, derartige Probleme, bezogen auf Versicherungsunternehmen, zu lösen. Ich denke hier unter anderem an Tarifierungsprobleme, das Niveau der technischen Reserven und der Sicherheitsreserven, die verschiedenen Gesichtspunkte der Rückversicherung, die Verteilung der Dividenden, Auswahlkriterien usw. Ohne gerade so weit zu gehen, etwas übertrieben von einer Entscheidungstheorie im Versicherungsgeschäft zu sprechen, muss man doch zugeben, dass die Risikotheorie allmählich immer ausgedehntere Fragenkomplexe angreift oder, vielleicht besser, alte Probleme unter einem viel weiteren Blickwinkel zu betrachten sucht.

Aber ist dieser Tatbestand für den Aktuar nicht von grossem Vorteil? Er sieht sich nicht mehr in die mehr oder weniger ernst genommene Rolle eines blossen Rechners zurückgebunden; nein, neben der Beherrschung des Zufalls muss er seine Modelle auch der Realität der Erscheinungen im Wirtschaftsleben anpassen, d.h. den grundlegendsten Erfordernissen der Praxis.

Diese Entwicklung ist so vor sich gegangen, wie ich im folgenden kurz auseinandersetzen werde.

1.

Unter den Faktoren, die auf die erwähnte Tätigkeit bestimmend wirken, muss man neben dem Zufälligen, mit dem sich die klassische Risikotheorie ausführlich beschäftigt hat, vor allem zwei hervorheben, einerseits die Reaktion der Gegner und anderseits die Entscheidungs- bzw. Auswahlkriterien, auf die sich – implizit oder explizit – derjenige stützt, der sich zu entscheiden hat.

In unserem Wirkungskreis ist unter Reaktion der Gegner nicht bloss jene der Konkurrenz zu verstehen, sondern ebenso auch jene der Kundschaft, jene der Rückversicherer bzw. Erstversicherer, wenn man selbst Rückversicherer ist.

Die mathematische Analyse der Reaktion der Gegner hat das Studium der strategischen Spiele angeregt, deren praktischer Nutzen

zugegebenermassen noch weit hinter der Theorie zurücksteht. Trotzdem hat dieses Hilfsmittel bereits einige unserer Arbeiten beeinflusst, insbesondere durch das Urteilsschema sowie die verschiedenen Begriffe, die eingeführt werden (reine und gemischte Strategien, Beziehungen zwischen den Spielern, Darstellung der Resultate durch eine Matrix).

Auf einer etwas weniger theoretischen Ebene kann man feststellen, dass sich, gerade um den Reaktionen von Kunden und Konkurrenten möglichst gut zu begegnen, eine ganze Serie von Studien entwickelt hat mit dem Ziele, die Tarifierung a posteriori in dieser oder jener Weise zu korrigieren. Ich werde mich hüten, hier das zweite Thema dieses Kolloquiums vorwegzunehmen, aber es sei mir erlaubt zu bemerken, dass es in einem weiteren Sinne sicher der Risikotheorie angehört.

Lassen wir daher diesen Punkt beiseite und konzentrieren wir uns auf eine kürzliche Veröffentlichung, die im Grunde genommen davon handelt, die Operationen im Versicherungsgeschäft, wie ich soeben bemerkt habe, nicht nur als stochastische Prozesse sondern auch als ökonomische Gegebenheiten anzusehen. Es ist augenscheinlich, dass man sich nicht darauf beschränken kann, Verwaltungsprobleme dadurch zu lösen, dass man als Kriterium die Maximierung des Mittelwerts des Gewinnes verlangt. Angewendet durch unsere Versicherten, würde dieses Kriterium übrigens das Ende unserer Tätigkeit bedeuten. Man kann ökonomische Probleme, im besonderen also die Verwaltungsaufgaben in der Versicherung, nur dann in einer wirklichkeitsnahen Art behandeln, wenn man gewisse mehr oder weniger subjektive Elemente einführt. Es gibt nicht notwendigerweise eine unbestreitbar richtige Antwort auf jedes solche Problem; subjektive Elemente können in der Risikotheorie eine nicht unbedeutende Rolle spielen. Eines dieser Elemente ist das Verhalten gegenüber dem Risiko, das mittels einiger Axiome als Utilitätsfunktion (Nutzenfunktion) $u(S)$ definiert werden kann. Die Funktion $u(S)$ misst den Nutzen einer gewissen Geldsumme S. Wenn S eine stochastische Variable X mit Verteilungsfunktion $F(x)$ darstellt, dann hat man vorgeschlagen, diese Risikosituation durch den Mittelwert des Nutzens zu kennzeichnen, nämlich

$$E[u(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)\, dF(x)\,.$$

Dieses Prinzip oder Hypothese von D. Bernoulli ist zum Teil umstritten. Dank einiger einfacher und intuitiv sehr vernünftiger Axiome

lässt es sich jedoch als Satz formulieren. Die Bedeutung wird sofort eindeutig klar, wenn man die Beziehung zwischen der Utilitätsfunktion und dem Begriff der Risikoaversion unter die Lupe nimmt, wie das erst ganz kürzlich in der folgenden Weise vorgenommen wurde.

2.

Um den Begriff «Risikoaversion» herauszukristallisieren, vergleicht man zwei Risikosituationen, deren Mittelwerte gleich sind, nämlich

I. eine Situation, wo man mit Sicherheit über eine Summe x verfügt;

II. eine Situation, wo man je mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ über eine Summe $(x+h)$ bzw. $(x-h)$ verfügt.

Nehmen wir an, der Situation I entspreche ein Nutzen U_{I}, der Situation II ein solcher von U_{II}. Die Risikoaversion wird dann ganz natürlich durch die Differenz $U_{\mathrm{I}} - U_{\mathrm{II}}$ gemessen.

Setzen wir eine Utilitätsfunktion $u(x)$ und die Hypothese von Bernoulli voraus, so erhalten wir

$$U_{\mathrm{I}} = u(x),$$

$$U_{\mathrm{II}} = \tfrac{1}{2}[u(x+h) + u(x-h)]$$

und demnach für die Risikoaversion (siehe Figur 3)

$$A(x,h) = u(x) - \tfrac{1}{2}[u(x+h) + u(x-h)].$$

Die Definition von $A(x,h)$ zeigt, dass diese Funktion die folgenden Eigenschaften hat:

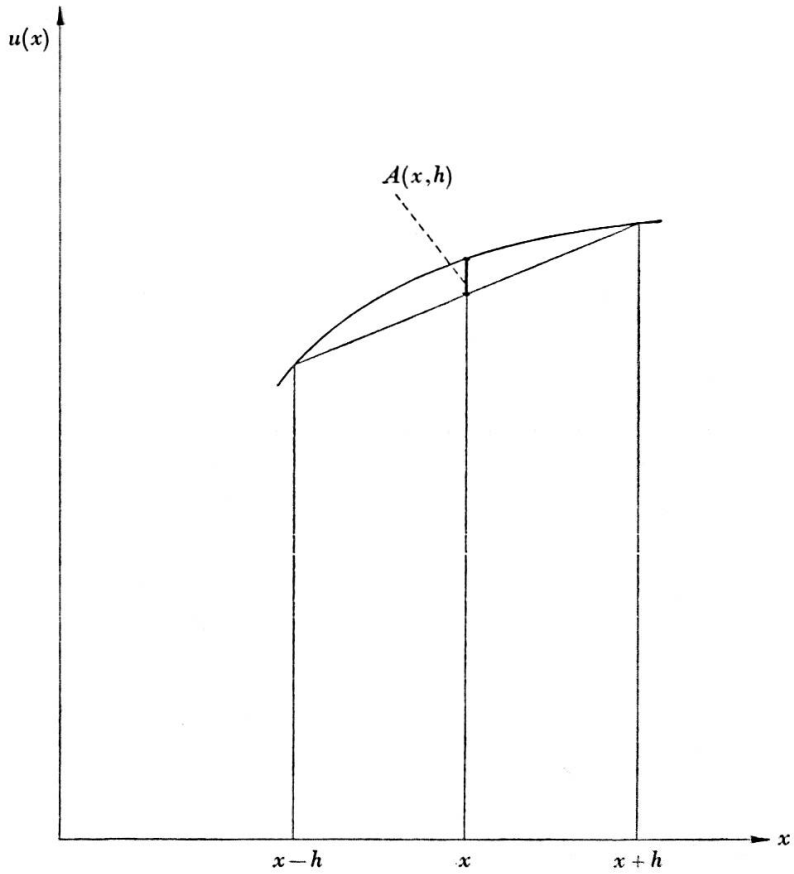
$$A(x,0) = 0 \text{ für jedes } x,$$

$$A(x,h) = A(x,-h) \text{ für jedes } x \text{ und } h,$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{(x,h)} - \left(\frac{\partial^2 A}{\partial h^2}\right)_{(x,h)} = -\left(\frac{\partial^2 A}{\partial h^2}\right)_{(x,0}$$

(die Funktion A wird als zweimal stetig differenzierbar angenommen).

Figur 3



Unter diesen Voraussetzungen ist bewiesen worden, dass

a) jede Funktion $A(x,h)$, welche die drei eben erwähnten Eigenschaften besitzt, notwendigerweise von der Form

$$f(x) - \frac{f(x+h) + f(x-h)}{2}$$

sein muss.

b) zwei Nutzenfunktionen $u(x)$ und $v(x)$ mit gleicher Risikoaversion $A(x,h)$ identisch sind bis auf einen linearen Term, der im Ausdruck für die Aversion keine Rolle spielt.

Auf diese Weise lässt sich zwischen der Utilitätsfunktion und der Risikoaversion eine gewisse Wechselbeziehung herstellen.

In diesem Zusammenhang dürfte es vielleicht von Interesse sein, dass der Verfasser dieser Arbeit eine Quelle der Inspiration in der Theorie der schwingenden Saiten gefunden hat, wo die oben angegebene Differentialgleichung das mathematische Grundschema darstellt.

Es ist klar, dass im Falle, wo $u(x)$ linear ist, $A(x,h) = 0$ für alle x und h. Das bedeutet Indifferenz gegenüber dem Risiko, so dass das Wahlkriterium einzig durch den Mittelwert des Gewinns bestimmt ist. Hat $u(x)$ eine parabolische Form, also $u(x) = -ax^2 + bx + c$ $(a,b > 0)$, so folgt

$$A(x,h) = ah^2.$$

Die Risikoaversion hängt nur von h ab, und ins Auswahlkriterium spielen nur die ersten beiden Momente der stochastischen Variablen hinein. Eine plausiblere Annahme würde darin bestehen, die Risikoaversion mit x und h variieren zu lassen. Ist beispielsweise, von einer linearen Funktion abgesehen, $u(x) = -e^{-ax}$ $(a > 0)$, was den einfachsten Fall einer durch hyperbolische Funktionen definierten Utilitätsfunktion darstellt, so führt dies zu einer in h zunehmenden, in x aber abnehmenden Aversion, wie es einem ziemlich landläufigen Verhalten entspricht.

Ist die Nutzenfunktion einmal gewählt, so besteht das Ziel einer im Ungewissen rationell arbeitenden Unternehmung darin, die Funktion $E[u(x)]$ unter allen möglichen Verteilungen von x maximal zu machen. Diese Auffassung erlaubt es, gewisse Probleme, die im Versicherungsgeschäft auftreten, neu zu formulieren. Gerade das aber bildet die Erweiterung der klassischen Form der Risikotheorie.

3.

Ich will nicht alle die Fragen aufrollen, die auf diese Weise wieder frisch in Angriff genommen worden sind. Sie reichen vom Ruinproblem über Optimalaufgaben in der Rückversicherung bis zur Dividendenausschüttung. Man findet sie in einigen kürzlich erschienenen ausgezeichneten Artikeln.

Vielmehr will ich mich damit begnügen, kurz zu bemerken – und damit komme ich wieder auf den Wahrscheinlichkeitsstandpunkt zurück, der trotz alledem grundlegend bleibt –, dass die Nutzenfunktion nichts anderes als ein Operator ist. Angewendet auf die Verteilungsfunktionen, die man vergleichen will, dient dieser dazu, eine Klassifikation vorzunehmen, die sich nicht einfach auf das eine oder andere betrachtete Moment einzeln bezieht, sondern sich einer Art Verquickung verschiedener Momente bedient. Die so festgelegte Reihenfolge beschreibt das rationelle Verhalten, falls die gewählte Nutzenfunktion das Gebahren des Unternehmens dem Risiko gegenüber gut wiedergibt.

Das ganze praktische Problem beruht offensichtlich darin, diese Utilitätsfunktion passend zu wählen. Und auch hier, wie bei den strategischen Spielen, muss man sagen, dass die Theorie der Praxis vorauseilt.

Die Theorie beschränkt sich übrigens nicht auf das eben von mir ins Gedächtnis Zurückgerufene. Sie hat auch das Studium von Problemen der Zusammenarbeit zwischen Parteien mit divergierenden Interessen angegangen, in der Absicht, auf Grund objektiver Unterlagen über die Konfliktstoffe ein Urteil zu fällen. Ebenfalls hat sie Spiele untersucht, bei denen nicht alle Spieler rationell handeln, d. h. die Spiele gegen die Natur, die in ganz besonderem Masse natürlich den Versicherer interessieren.

So sieht man in letzter Zeit eine ganze Reihe von Hilfsmitteln, die bisher der klassischen Risikotheorie fremd waren, mehr und mehr in diese eindringen. Deren Anwendung beraubt im übrigen die klassischen Studien, die hauptsächlich auf dem wahrscheinlichkeitstheoretischen Standpunkt aufgebaut waren, keineswegs ihres Interesses. Im Gegenteil, diese Studien bleiben als Grundlage unentbehrlich. Die neuen Hilfsmittel erlauben es jedoch, manches Problem in einer etwas realistischeren Art und Weise als bisher anzupacken und so alle früher erarbeiteten Tatsachen nach bestem Wissen und Gewissen auszunützen. Kurz gesagt, über alle Begriffe hinaus, die in der Risikotheorie zusammentreffen, ja aufeinanderprallen, sieht man die Möglichkeit einer fruchtbaren Synthese.

4.

Diese Bemerkungen sollen gleichzeitig als Ausblick auf die künftige Entwicklung der Risikotheorie in ihrem weiteren Sinn wie als Schlusszusammenfassung dienen.

Ich könnte noch beifügen, dass die jüngste Entwicklung der Risikotheorie mit der gegenwärtigen wissenschaftlichen Entwicklung in irgendeinem andern Wissenszweig konform ist. Man beobachtet überall den Einfluss, den das Eindringen verschiedener, an sich fremder, wissenschaftlicher Disziplinen mit sich bringt; wir haben eben eingehend davon gesprochen. Man nützt dabei die Ähnlichkeit von Erscheinungen aus, die auf den ersten Blick stark voneinander verschieden sind, deren logische Struktur jedoch einen gemeinsamen Nenner hat. Findet man nicht z. B. Ausdrücke der Ruinwahrscheinlichkeit von völliger Ähnlichkeit mit solchen der Verteilungsfunktion in der Theorie der Warteschlangen?

Am Schluss dieses Berichtes möchte ich nochmals darauf hinweisen, dass es keineswegs meine Absicht war, einen historischen Abriss der jüngsten Entwicklung der Risikotheorie zu geben; ich habe bloss versucht, einige allgemeine Ideen dieser Entwicklung freizulegen. Das mag auch erklären, wieso ich nicht alle kürzlich erschienenen Arbeiten, obschon manche des allgemeinen Interesses würdig gewesen wären, zitiert habe. Darf ich präzisieren, dass ich jene, die ich schliesslich ausgewählt habe, nicht für besser hielt als andere unerwähnte, sondern dass sie mir einfach für meine Zwecke besser dienlich schienen.

Das Ziel, das ich vor Augen hatte, erklärt vielleicht auch, wieso ich meinen Bericht nicht mit den Namen jener Autoren ausschmückte, auf deren diverse Arbeiten ich mich bezogen habe. Ich hätte dabei, nebenbei gesagt, in manchen Fällen Untersuchungen über die Vaterschaft anstellen müssen, die wohl zuweilen ebenso heikel wie im zivilrechtlichen Sektor gewesen wären. Ausserdem ist die Konstruktion des Gebäudes ein Gemeinschaftswerk. Deshalb hoffe ich, die Autoren werden es mir nicht übelnehmen, wenn ich entschlossen die kollektive Methode anwende, um allen jenen die wohlverdiente Ehre zu erweisen, die an diesem Bau teilgenommen haben. Meine Anerkennung gilt sowohl den Pionieren, deren Arbeiten teilweise bis heute einen bestimmenden Einfluss beibehalten haben, wie auch den Neuerern, deren Gedankengut die ersten Begriffe vertieft und belebt hat.

Résumé

Dans la première partie de ce rapport – l'orateur a aimablement accepté pour le «Bulletin» une traduction de sa conférence donnée en français – l'auteur mentionne quelques étapes importantes du développement de la théorie du risque dans son acception classique. La théorie des transformations des fonctions de répartition permet d'élargir méthodiquement les modèles de l'assurance non life. Le schéma fondamental primaire de la théorie collective du risque peut être généralisé dans diverses directions, pour ça des considérations heuristiques jouent un grand rôle. Après quelques réflexions relatives au calcul numérique des fonctions de répartition, l'auteur aborde le problème de la réassurance, en particulier les recherches sur la loi de répartition «la plus dangereuse» et sur celle du coût des sinistres les plus élevés.

L'idée centrale de la deuxième partie est de considérer les opérations d'assurances non seulement comme des processus aléatoires mais aussi comme des phénomènes économiques. Dans ce but, il faut introduire des facteurs plus ou moins subjectifs, comme par exemple l'aversion du risque.

Summary

In Part I of this article, the author, who has kindly agreed to a translation for the purposes of the «Mitteilungen» of his lecture given in French, throws light on some of the important stages of development of the Risk Theory in its classical form. Non-life insurance models can be methodically constructed with the theory of distribution function transformations as basis. The original, basic scheme of the Collective Risk Theory can be generalised in various ways: heuristic considerations are of great value here. Some thoughts on numerical computation of distribution functions are followed by observations in the field of reinsurance, particularly on the question of the «most dangerous» distribution law and of highest claim cover.

The pivotal idea of Part II touches upon interpreting insurance operations not only as stochastic processes but also as economic data. To this end, more or less subjective elements, as for instance risk aversion, must be introduced.

Riassunto

Nella prima parte del presente rapporto – il relatore ha messo cortesemente a disposizione delle «Comunicazioni» la traduzione della sua conferenza tenuta in francese – l'autore chiarisce alcune tappe importanti dello sviluppo della forma classica della teoria del rischio. I modelli dell'assicurazione non life possono essere costruiti metodicamente sui principi teorici delle trasformazioni delle funzioni di ripartizione. Lo schema fondamentale originario della teoria del rischio collettivo può essere generalizzato in direzioni diverse, dove tuttavia le riflessioni euristiche sono del massimo valore. In alcuni pensieri sui calcoli numerici delle funzioni si ottengono conclusioni nel campo della riassicurazione, in particolare per quanto concerne la questione della «più pericolosa» legge di ripartizione e della copertura dei danni elevati.

Nella parte seconda l'idea centrale è l'interpretazione delle operazioni assicurative non solamente come processi stocastici, ma anche come fattori economici. A tale scopo debbono essere introdotti elementi più o meno soggettivi come per esempio l'avversione del rischio.