Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 47 (1947)

Artikel: Begriff und Verwendung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung

Autor: Stauber, Kurt

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966848

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Begriff und Verwendung des Reduktionsfaktors in der Krankenversicherung

Von *Kurt Stauber*, Zürich

In der uns bekannten Literatur über Krankenversicherung wird der Reduktionsfaktor für die formelmässige Darstellung der Versicherungswerte stets als Funktion der entschädigungsberechtigten Krankheitsdauer, nicht aber als solche des Alters der versicherten Personen verwendet [1]). Die vorliegende Untersuchung bezweckt nun, den zahlenmässigen Einfluss auf die Prämien und technischen Reserven der Krankengeldversicherung festzustellen, wenn *vom Alter abhängige Reduktionsfaktoren* benutzt werden statt der bisher üblichen Durchschnittswerte.

Unter dem *Reduktionsfaktor* versteht man den Anteil, den die Krankentage der unmittelbar auf die Erkrankung folgenden Krankheitszeit an den Krankentagen des ersten Krankheitsjahres haben.

Zur Erläuterung dieses Begriffs führen wir ein Beispiel an. Es seien 1000 Krankheitsfälle vom ersten Tag der Erkrankung an während eines Jahres unter Beobachtung. Nach Abschluss des Beobachtungsjahres ergebe sich eine Gesamtzahl von beispielsweise 30 000 Krankentagen. Versuchen wir nun, uns ein Bild darüber zu machen, wie sich die Krankentage über das ganze Beobachtungsjahr verteilen. Zunächst werden wir feststellen, dass die Zahl der ursprünglich 1000 Krankheitsfälle infolge Genesung und Tod allmählich abnimmt, so dass am Ende des Beobachtungsjahres nur noch vereinzelte Fälle von Dauerkrankheiten vorliegen. Der überwiegende Teil der Krankentage bildet sich somit zu Anfang des Beobachtungsjahres, während die wenigen, gegen den Schluss desselben noch verbleibenden Patienten nur noch eine relativ geringe Zahl von Krankentagen verursachen. Auf die erste Jahreshälfte entfällt also eine weitaus grössere Zahl von Krankentagen als auf die zweite.

---

[1]) Vgl. etwa: H. Renfer, Beiträge zur Krankenversicherung, S. 64 u. ff. St. Gallen, Fehrsche Buchhandlung 1912.

Wir stellen den Reduktionsfaktor mit $\overset{(w)}{R}$ dar, wobei w die Zahl der Krankentage vom Beginn der Erkrankung an bedeutet. Ferner versteht man unter k_x die Zahl der Tage, während welchen der x-Jährige im Verlaufe eines Jahres durchschnittlich krank ist. Mit Hilfe von k_x gelangt man zur Formel für die einmalige Prämie $Z_{x:\overline{n}|}$ einer Versicherung von n-jähriger Dauer für das tägliche Krankengeld «1», zahlbar *vom ersten Tag der Erkrankung* an.

Es ist:

$$Z_{x\overline{n}|} = \frac{v^{\frac{1}{2}}}{D_x} \cdot \{k_x \cdot D_x + k_{x+1} \cdot D_{x+1} + \ldots + k_{x+n-1} \cdot D_{x+n-1}\} \qquad (1)$$

Die jährliche Prämie beträgt

$$\Omega_{x\overline{n}|} = \frac{Z_{x\overline{n}|}}{a_{x\overline{n}|}} \qquad (2)$$

Soll die Unterstützungspflicht bei jedem neuen Krankheitsfall erst nach Ablauf einer *Wartefrist von w Krankentagen* beginnen, so beträgt die entsprechende Einmalprämie

$$\overset{(w)}{Z}_{x\overline{n}|} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}\right\} \cdot Z_{x\overline{n}|} \qquad (3)$$

und die jährlich zahlbare Prämie

$$\overset{(w)}{\Omega} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}\right\} \cdot \Omega_{x\overline{n}|} \qquad (4)$$

Nach Heym beträgt beispielsweise für männliche Versicherte der Reduktionsfaktor für eine Karenzzeit von einer Woche 0,22 (s. Renfer, S. 170). Somit würde sich die entsprechende Prämie auf $\overset{(7)}{\Omega}_{x\overline{n}|} = 0{,}78 \cdot \Omega_{x\overline{n}|}$ belaufen.

Auf Grund einer statistischen Untersuchung am Bestand der Krankenkasse für den Kanton Bern aus den Jahren 1926—1928 hat nun H. F. Moser [1]) den zahlenmässigen Nachweis erbracht, dass bei einer bestimmten Karenzfrist die Werte der Reduktionsfaktoren nicht nur vom Geschlecht, sondern ebensosehr vom Alter der Versicherten abhängen. Wir wiederholen die in dieser Arbeit auf Seite 71 veröffentlichten *Reduktionsfaktoren* für ein- und zweiwöchige Karenzfristen der *männlichen Versicherten.*

---

[1]) Siehe «Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft», 71. Jahrgang, Heft 1, 1935: «Die Dauer der Krankheiten.»

Anteile der ersten Krankheitszeit an den Krankentagen des ersten Krankheitsjahres (Reduktionsfaktoren) in Prozenten

Erste Krankheitszeit	All-gemein	Altersgruppen					
		15–24	25–34	35–44	45–54	55–64	65 und mehr
1 Woche. . . .	21	26	28	24	21	16	10
2 Wochen . . .	37	45	47	41	37	29	19

Schon diese wenigen Zahlen besagen, dass eine verfeinerte Messung der Reduktionsfaktoren durch Abstufung nach Altersgruppen gerechtfertigt ist. Die Durchschnittswerte 21 % bei einwöchiger und 37 % bei zweiwöchiger Karenzfrist werden nämlich in den jüngern Altersgruppen im Maximum um rund 30 % übertroffen, andererseits gelten für die 65- und mehrjährigen Männer nur halb so grosse Reduktionsfaktoren als für den Durchschnitt aller Männer. Es ist einleuchtend, dass diese beträchtlichen Unterschiede bei gebührender Berücksichtigung die Prämien und technischen Rücklagen merklich zu beeinflussen vermögen. Über das Ausmass dieser Beeinflussung stellen wir nachstehend einige Betrachtungen an, die wir mit Zahlenbeispielen ergänzen.

Zunächst ist unser Bestreben darauf gerichtet, geeignete Formeln aufzustellen, welche die Ermittlung der Barwerte und Prämien mittels der nach dem Alter abgestuften Reduktionsfaktoren gestatten. Wir treffen die Annahme, der Reduktionsfaktor sei als Funktion für jedes ganzzahlige Alter x bekannt. Seine Bezeichnung ändern wir sinngemäss in $\overset{(w)}{R}_x$ ab. Allerdings müssen wir hier beifügen, dass uns zur Zeit nur die Werte der Moserschen Reduktionsfaktoren für Altersgruppen von 10 zu 10 Jahren bekannt sind, doch können die Zwischenwerte näherungsweise ermittelt werden. In unseren Berechnungsbeispielen haben wir die Annahme getroffen, die von Moser für die Altersgruppen 25—34, 35—44, 45—54 und 55—64 angegebenen Werte gelten je für die mittleren Alter 30, 40, 50 und 60, während die Werte für die dazwischenliegenden Alter 31—39, 41—49, 51—59 auf dem Wege der linearen Interpolation gewonnen wurden. Die mit Hilfe dieser Reduktionsfaktoren errechneten Versicherungswerte bezeichnen wir als «genaue» Werte.

Der Barwert für eine temporäre Krankengeldversicherung mit w-tägiger Wartefrist ist bei *genauer* Berücksichtigung der Reduktionsfaktoren in ihrer Abhängigkeit vom Alter

$$\overset{(w)}{Z}_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{\frac{1}{2}}}{D_x} \cdot \left\{k_x \cdot D_x \cdot \left(1 - \overset{(w)}{R}_x\right) + k_{x+1} \cdot D_{x+1} \cdot \left(1 - \overset{(w)}{R}_{x+1}\right) + \ldots + k_{x+n-1} \cdot D_{x+n-1}\left(1 - \overset{(w)}{R}_{x+n-1}\right)\right\}$$

$$= \frac{v^{\frac{1}{2}}}{D_x} \cdot \sum_{\lambda=0}^{n-1} k_{x+\lambda} \cdot D_{x+\lambda} \cdot \left(1 - \overset{(w)}{R}_{x+\lambda}\right), \tag{5}$$

die Prämie

$$\overset{(w)}{\Omega}_{x:\overline{n}|} = \frac{\overset{(w)}{Z}_{x:\overline{n}|}}{a_{x:\overline{n}|}} \tag{6}$$

Diese Formel ist für den praktischen Gebrauch ziemlich kompliziert, da eine Morbiditätstafel in der Regel nur die Werte $D_x \cdot k_x = B_x$ und deren Summe $K_x = \sum_x^{\omega} B_\xi$ enthält. Wohl lassen sich gleich beim Erstellen der Tabellen jeweils die Faktoren $(1 - \overset{(w)}{R}_x)$, $(1 - \overset{(w)}{R}_{x+1})$, ... $(1 - \overset{(w)}{R}_{x+\lambda})$ ... hinzu multiplizieren. Doch müssten solchermassen für jede vorkommende Wartefrist w besondere Kommutationstabellen aufgestellt werden, womit der Vorzug der Reduktionsfaktoren hinfällig würde. Es empfiehlt sich daher, ein Näherungsverfahren anzuwenden, indem beispielsweise an Stelle der in x variablen Faktoren $(1 - \overset{(w)}{R}_x)$, $(1 - \overset{(w)}{R}_{x+1})$, ... $(1 - \overset{(w)}{R}_{x+\lambda})$ ... ein konstanter Mittelwert verwendet wird, etwa durch Mittelbildung zwischen dem Anfangs- und dem Endwert gemäss dem Ausdruck $\left\{1 - \frac{\overset{(w)}{R}_x + \overset{(w)}{R}_{x+n}}{2}\right\}$, oder dadurch, dass man den Reduktionsfaktor nach halber abgelaufener Versicherungsdauer, somit den Klammerausdruck $\left\{1 - \overset{(w)}{R}_{x+\frac{n}{2}}\right\}$, verwendet.

Der Barwert der oben beschriebenen Krankengeldversicherung wird im ersten Fall

$$\overset{(w)}{Z}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \frac{\overset{(w)}{R}_x + \overset{(w)}{R}_{x+n}}{2}\right\} \cdot Z_{x:\overline{n}|} \tag{7}$$

und im zweiten Fall

$$\overset{(w)}{Z}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}_{x+\frac{n}{2}}\right\} \cdot Z_{x:\overline{n}|} \tag{8}$$

Die entsprechenden Formeln für die Jahresprämie lauten

$$\overset{(w)}{\Omega}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \frac{\overset{(w)}{R}_x + \overset{(w)}{R}_{x+n}}{2}\right\} \cdot \Omega_{x:\overline{n}|} \tag{9}$$

und

$$\overset{(w)}{\Omega}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}_{x+\frac{n}{2}}\right\} \cdot \Omega_{x:\overline{n}|} \tag{10}$$

Die nachstehende Tabelle vermittelt uns ein Bild über den zahlenmässigen Einfluss, den die Variabilität des Reduktionsfaktors hinsichtlich des Alters auf die Prämien ausübt. Ferner tritt die Wirkung der verschiedenen von uns gewählten Rechnungsverfahren in Erscheinung, wobei es natürlich je nach den praktischen Erfordernissen dem Mathematiker anheimgestellt bleibt, welcher Methode er den Vorzug geben will.

Die folgenden Werte stellen die jährlichen *Nettoprämien* einer Krankengeldversicherung für Männer dar[1]).

Jährliche Prämien für ein Taggeld von Fr. 1.—

Eintrittsalter	Terminalter	Versicherungsdauer	Krankengeldversicherung				
			Ohne Karenzfrist	Mit 14tägiger Karenzfrist			
				Nach durchschnittl. Reduktionsfaktoren	« Genaue » Werte	Angenäherte Werte	
			Formel (2)	Formel (4)	Formel (6)	Formel (9)	Formel (10)
30	50	20	7,44	4,69	4,28	4,32	4,39
40		10	7,86	4,95	4,77	4,79	4,79
30	55	25	7,66	4,83	4,48	4,60	4,60
40		15	8,24	5,19	5,09	5,19	5,11
50		5	9,37	5,90	6,05	6,09	6,09
30	60	30	7,93	5,00	4,73	4,92	4,84
40		20	8,71	5,49	5,50	5,66	5,49
50		10	10,11	6,37	6,72	6,77	6,77
30	65	35	8,24	5,19	5,02	5,52	5,11
40		25	9,22	5,81	6,00	6,45	5,99
50		15	10,94	6,89	7,55	7,88	7,55
60		5	13,55	8,54	10,15	10,30	10,30

[1]) Grundlagen nach F. Walther, s. Festschrift: «75 Jahre Krankenkasse für den Kanton Bern, 1870—1945.»

Der Vergleich der verschiedenen Kolonnen zeigt vor allem, dass die Abweichungen der Prämien nach durchschnittlichen Reduktionsfaktoren von den genauen Werten beträchtlich sind, betragen sie doch bei den hohen Eintrittsaltern bis 15 %. Es ist augenfällig, dass die Durchschnittswerte für die jüngeren Alter stets grösser, für die höheren Alter dagegen regelmässig kleiner sind als die genauen Werte. Die Erklärung dafür liegt darin begründet, dass die Reduktionsfaktoren mit zunehmendem Alter kleiner werden.

Die Ergebnisse, die wir anhand unserer Näherungsformeln (9) und (10) gewonnen haben, sind befriedigend. Besonders die Formel (10) liefert gute Resultate, indem sie für unser Beispiel zu Abweichungen von den genauen Werten von höchstens 3 % führt, während die Unterschiede nach Formel (9) bis zu 10 % betragen. Abgesehen von vereinzelten unbedeutenden Ausnahmen liefern beide Näherungsformeln leicht höhere Werte als die genaue Methode. Sie räumen folglich dem Versicherer neben den praktischen Vorzügen noch den Vorteil einer zusätzlichen Sicherheit ein.

Aus dem Vergleich der Prämien für die verschiedenen Terminalter geht hervor, dass die Prämien für die Kombinationen mit den niedrigen Terminaltern 50 und 55 im grossen und ganzen nach allen besprochenen Berechnungsmethoden mit genügender Genauigkeit ermittelt werden können, während es für die höheren Terminalter 60 und 65 eher angezeigt ist, die Berechnung nach den Näherungsformeln (9) oder (10) vorzunehmen, wenn nicht sogar die von uns als genaue Methode bezeichnete vorgezogen wird.

Entsprechend den Verhältnissen bei der Ermittlung der Prämien ist es ebenfalls in bezug auf die *Reserveberechnung* von Belang, wie der Reduktionsfaktor gehandhabt wird. Allerdings nehmen die technischen Rücklagen in der Krankenversicherung bei weitem nicht dieselben Ausmasse an wie in der Lebensversicherung. Trotzdem scheint es uns zweckmässig, auch hierüber einige Betrachtungen anzustellen. Zu diesem Zweck leiten wir die unseren Voraussetzungen angepassten Formeln für das Deckungskapital her, um schliesslich einige Zahlenbeispiele folgen zu lassen.

Für eine Krankengeldversicherung mit w-tägiger Wartefrist lautet die Reserveformel allgemein:

$$\overset{(w)}{U}{}^{t}_{x:\overline{n}|} = \overset{(w)}{Z}_{x+t:\overline{n-t}|} - \overset{(w)}{\Omega}_{x:\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \tag{11}$$

Bei Verwendung der durchschnittlichen, vom Alter unabhängigen Reduktionsfaktoren ist entsprechend wie in (3) und (4) zu setzen

$$\overset{(w)}{U}{}^{t}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}\right\} \cdot Z_{x+t:\overline{n-t}|} - \left\{1 - \overset{(w)}{R}\right\} \cdot \Omega_{x:\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \tag{12}$$

$$= \left\{1 - \overset{(w)}{R}\right\} \cdot U^{t}_{x:\overline{n}|}$$

Sollen aber $\overset{(w)}{Z}_{x+t:\overline{n-t}|}$ und $\overset{(w)}{\Omega}_{x:\overline{n}|}$ mit ihren genauen Werten, also unter Berücksichtigung der für jedes einzelne Alter interpolierten Reduktionsfaktoren analog (5) und (6) in die Reserveberechnung eingehen, so ergibt sich für das Deckungskapital

$$\overset{(w)}{U}{}^{t}_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{\frac{1}{2}}}{D_{x+t}} \cdot \sum_{\lambda=t}^{n-1} D_{x+\lambda} \cdot k_{x+\lambda} \cdot \left(1 - \overset{(w)}{R}_{x+\lambda}\right) - \frac{v^{\frac{1}{2}}}{D_x} \cdot \sum_{\lambda=0}^{n-1} D_{x+\lambda} \cdot k_{x+\lambda} \cdot \left(1 - \overset{(w)}{R}_{x+\lambda}\right) \cdot \frac{\mathsf{a}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\mathsf{a}_{x:\overline{n}|}} \tag{13}$$

Wenn wir uns wiederum die nämlichen Näherungsverfahren zu eigen machen, die zu den Beziehungen (7), (8), (9) und (10) geführt haben, so erhalten wir für das Deckungskapital:

$$\overset{(w)}{U}{}^{t}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \frac{\overset{(w)}{R}_{x+t} + \overset{(w)}{R}_{x+n}}{2}\right\} \cdot Z_{x+t:\overline{n-t}|} - \left\{1 - \frac{\overset{(w)}{R}_{x} + \overset{(w)}{R}_{x+n}}{2}\right\} \cdot \Omega_{x:\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \tag{14}$$

und

$$\overset{(w)}{U}{}^{t}_{x:\overline{n}|} = \left\{1 - \overset{(w)}{R}_{x+\frac{n+t}{2}}\right\} \cdot Z_{x+t:\overline{n-t}|} - \left\{1 - \overset{(w)}{R}_{x+\frac{n}{2}}\right\} \cdot \Omega_{x:\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{x+t:\overline{n-t}|} \tag{15}$$

Auf der Tabelle auf Seite 280 haben wir für eine Reihe von Jahren das Deckungskapital einer Krankengeldversicherung von Fr. 1 Taggeld berechnet unter der Annahme, dass es sich bei der versicherten Person um einen beim Versicherungsbeginn 30jährigen Mann handelt und dass die Versicherungsdauer 35 Jahre beträgt. Die Grundlagen sind wiederum die von F. Walther aufgestellten (s. Fussnote S. 277).

Dieses Beispiel beweist, dass die Methode der durchschnittlichen Reduktionsfaktoren insofern nicht empfehlenswert ist, als sie zu ungenügenden Reserven führt. In unserem Fall sind diese um rund 30 % niedriger als die nach Formel (13) gerechneten genauen Reservewerte. Für die Praxis befriedigende Ergebnisse liefern wiederum die beiden Näherungsverfahren nach den Formeln (14) und (15), obwohl deren Werte im allgemeinen etwas unter den genauen Werten liegen.

Seit Versicherungsbeginn verflossene Jahre	Deckungskapital einer Krankengeldversicherung für Fr. 1.— Taggeld				
	Ohne Karenzfrist $w = 0$	Mit 14tägiger Karenzfrist			
		Durchschnittlicher Reduktionsfaktor	« Genaue » Werte	Angenäherte Werte	
	Formel (11)	Formel (12)	Formel (13)	Formel (14)	Formel (15)
	Fr.	Fr.	Fr.	Fr.	Fr.
0	—	—	—	—	—
5	6,46	4,07	6,91	6,37	5,34
10	14,17	8,93	14,10	13,49	12,75
15	22,23	14,00	21,14	20,01	20,15
20	28,43	17,91	26,60	24,81	25,68
25	30,19	19,02	28,41	26,82	27,17
30	23,39	14,74	22,60	21,05	22,86
35	—	—	—	—	—

Ausser im oben mitgeteilten Beispiel haben wir die Reserveformeln an einem weiteren solchen (Eintrittsalter 30 Jahre, Versicherungsdauer 20 Jahre) geprüft und unsere Ausführungen bestätigt gefunden.

Zusammenfassend stellen wir fest, dass die Publikation von Moser über die Abhängigkeit des Reduktionsfaktors vom Alter der Versicherungstechnik wertvolle Dienste leistet. Die darin enthaltenen Tabellen der Reduktionsfaktoren für eine Reihe von Wartefristen, abgestuft nach Altersgruppen, versetzen den Praktiker in die Lage, seine Berechnungsmethoden zu vervollkommnen. Es ist wichtig, ob in der Praxis nur durchschnittliche oder aber nach dem Alter abgestufte Reduktionsfaktoren verwendet werden, denn beispielsweise für die 14tägige Wartefrist bewegen sich die Reduktionsfaktoren für Männer zwischen 47 % und 19 %, während der Durchschnittswert 37 % beträgt. Diese Verschiedenheit überträgt sich auf die Prämien und technischen Reserven, wo sie Unterschiede bis zu 15 %, beim Deckungskapital in den praktisch wichtigen Positionen sogar solche von rund 30 % hervorruft.

Um die relativ erhebliche Mehrarbeit zu vermeiden, die durch genaue Berücksichtigung der Reduktionsfaktoren entsteht, lassen sich zweckmässige Näherungsverfahren entwickeln. Zwei solche, unter sich ähnliche Verfahren haben wir in unserer Untersuchung angegeben. Sie gestatten Berechnungen von durchaus hinreichender Genauigkeit.