Bestimmung von Bruttoprämien bei veränderlicher Prämienzahlung nach Ansätzen, die zunächst nur für gleichbleibende Prämienzahlung aufgestellt sind

Autor(en): **Göring, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **7 (1912)**

PDF erstellt am: **01.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-967475

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Bestimmung von Bruttoprämien bei veränderlicher Prämienzahlung nach Ansätzen, die zunächst nur für gleichbleibende Prämienzahlung aufgestellt sind.

Von Dr. phil. **E. Göring**, Mathematiker
bei der Schweizerischen Rückversicherungs-Gesellschaft.

Die Bruttoprämien werden öfters, besonders im Rückversicherungsgeschäfte, aus den theoretischen Nettoprämien nach einem für alle Fälle festgelegten Ansatz bestimmt. Dieser hat gewöhnlich die Form

$$(1.) \qquad (\mathfrak{P}) = (1+\beta)\left[(P) + \frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\,\overline{m}|}}\right] + h\,;$$

dabei bedeutet (P) die theoretische Nettoprämie nach der festgesetzten Grundlage und $(\mathfrak{P})$ die Bruttoprämie der vorgegebenen Versicherung. [In diesem Aufsatze sollen, wenn nichts anderes angegeben ist, die internationalen Bezeichnungen der Versicherungstechnik gelten.] m bedeutet die Dauer der als gleichbleibend vorausgesetzten Prämienzahlung. α und β sind positive Konstante (echte Brüche) und h ist in der Regel bestimmt durch

$$(2.) \qquad h = \gamma\left(P_x + \frac{\alpha}{\mathfrak{a}_x}\right),$$

wo γ eine positive Konstante (< 1) und P_x die lebenslängliche Prämie für eine lebenslängliche Versicherung bedeutet. α ist dieselbe Konstante, die auch in (1.) vorkommt. h ist also nur vom Beitrittsalter, nicht aber von der Versicherungsart oder -dauer abhängig. [P_x ist

hie und da ersetzt durch $P_{x,\overline{85-x}|}$ oder ähnliche Ausdrücke, nämlich dann, wenn Versicherungen mit höhern Endaltern als 85 etc. nicht in Betracht kommen.] Der Zuschlag $\frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}}$ im Ansatze (1.) hat offenbar den Sinn, dass ein Zuschlag zu wählen ist, dessen Barwert für alle Prämienzahlungen zusammen immer gleich α ist; denn es ist

$$\frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}} \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|} = \alpha.$$

Ist nun die Nettoprämie für die Prämienzahlungsdauer nicht mehr gleichbleibend, sondern während den einzelnen Versicherungsjahren verschieden, so wird man wohl den Zuschlag h unverändert lassen [falls man es nicht vorzieht, ihn in anderer Weise auf die Prämien zu verteilen, wie wir später sehen werden], hingegen setzt man statt des Zuschlages $\frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}}$ einen Zuschlag ein, der für die einzelnen Versicherungsjahre zu den entsprechenden Nettoprämien proportional ist, und dessen Barwert wieder gleich α ist. [Für die erste Bedingung kann nach Zweckmässigkeit eventuell eine andere treten.]

Ist also die Nettoprämie nach t Jahren ${}_t(P)$, so ist die zugehörige Bruttoprämie ${}_t(\mathfrak{P})$ bestimmt durch

$$(3.) \qquad {}_t(\mathfrak{P}) = (1+\beta)\left({}_t(P) + f_t\right) + h;$$

dabei ist h wieder bestimmt durch Gleichung (2.), und für die f_t gelten die Beziehungen

$$(4.)\begin{cases} a) & f_0 : f_1 : \ldots : f_t : \ldots = {}_0(P) : {}_1(P) : \ldots : {}_t(P) : \ldots \\ b) & \dfrac{f_0 \cdot D_x + f_1 \cdot D_{x+1} + f_2 \cdot D_{x+2} + \ldots + f_t \cdot D_{x+t} + \ldots}{D_x} = \alpha. \end{cases}$$

Daraus ist

$$(5.)\quad f_t = \frac{{}_t(P)\cdot D_x}{{}_0(P)\,D_x + {}_1(P)\,D_{x+1} + \cdots {}_t(P)\cdot D_{x+t} + \cdots}\cdot a.$$

Als **wichtiges Beispiel** einer solchen Versicherung mit veränderlicher Prämienzahlung sei folgendes angeführt: Gegeben sei eine Versicherung für einen x-jährigen auf die Dauer n. Die Prämie sei in den ersten k Jahren so bemessen, als wenn die Dauer der Versicherung μ wäre; nach k Jahren werde für die folgenden $(n-k)$ Jahre diejenige gleichbleibende Prämie bezahlt, die mit der vorherbezahlten Prämie nötig ist, um den Anspruch auf die gemischte Versicherung zu decken.

I. Methode: Die Nettoprämie in den ersten k Jahren ist

$$(6.)\qquad P_{x,\overline{\mu}|} = \frac{A_{x,\overline{\mu}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}},$$

die Nettoprämie in den folgenden $(n-k)$ Jahren sei ${}_k(P_{x,\overline{n}|})$; dann ist

$$(7.)\quad P_{x,\overline{\mu}|}\cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\cdot(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = A_{x,\overline{n}|},$$

woraus folgt

$$(8.)\qquad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x,\overline{n}|} - P_{x,\overline{\mu}|}\cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}$$

$$= \frac{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{\mu-k}|}}{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{n-k}|}\cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}} - d,$$

was sich nach einiger Transformation ergibt.

Man kann auch annehmen, obige Versicherung sei zunächst auf die Dauer μ abgeschlossen worden und nach k Jahren werde sie unter Reserve-Anrechnung

in eine Versicherung auf die fernere Dauer $(n-k)$ umgewandelt. Daraus folgt unmittelbar

$$(9.)\qquad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x+k,\overline{n-k}|} - {}_kV_{x,\overline{\mu}|}}{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{n-k}|}}.$$

Über die Identität der Ausdrücke (8.) und (9.) kann man sich durch Umrechnung leicht überzeugen.

Die beiden Bruttoprämien ${}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ und ${}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ sind nach (3.) gegeben durch

$$(10.)\qquad {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\,[P_{x,\overline{\mu}|} + f_0] + h \qquad \text{und}$$

$$(11.)\qquad {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\,[{}_k(P_{x,\overline{n}|}) + f_k] + h,$$

wo h durch (2.) gegeben ist, und wo nach (5.) bei einfacher Umformung

$$(12.)\qquad f_0 = \frac{P_{x,\overline{\mu}|}}{P_{x,\overline{\mu}|}\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}\cdot a \qquad \text{und}$$

$$(13.)\qquad f_k = \frac{{}_k(P_{x,\overline{n}|})}{P_{x,\overline{\mu}|}\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}\cdot a \qquad \text{ist.}$$

Unter Berücksichtigung von (7.) ergibt sich daraus

$$(14.)\qquad f_0 = \frac{A_{x,\overline{\mu}|}}{A_{x,\overline{n}|}}\cdot\frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}} = \frac{P_{x,\overline{\mu}|}}{A_{x,\overline{n}|}}\cdot a \qquad \text{und}$$

$$(15.)\qquad f_k = \frac{1 - \dfrac{A_{x,\overline{\mu}|}}{A_{x,\overline{n}|}}\cdot\dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}\cdot a$$

$$= \left(1 - \frac{P_{x,\overline{\mu}|}\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{A_{x,\overline{n}|}}\right)\cdot\frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}.$$

Hier sind, wie hervorzuheben ist, die dem Gliede $\dfrac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}}$ entsprechenden Zuschläge proportional den entsprechenden Nettoprämien berechnet.

11. Methode: Man wird im Gegensatz zu oben Gefundenem in der Regel annehmen, dass die Bruttoprämie in den ersten k Jahren analog wie die Nettoprämie die Bruttoprämie für eine gemischte Versicherung auf μ Jahre ist, also

$$(16.)\quad {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (\mathfrak{P}_{x,\overline{\mu}|}) = (1+\beta)\left[P_{x,\overline{\mu}|} + \frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}\right] + h,$$

also in Abweichung von (14.)

$$(17.)\qquad f_0 = \frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}.$$

Die Zuschläge f_0 und f_k können nun nicht mehr zu den Nettoprämien proportional sein, hingegen muss noch die Bedingung gelten, dass der Barwert dieser Zuschläge gleich a ist; d. h. es ist, wenn man noch für f_0 seinen Wert aus (17.) setzt,

$$(18.)\quad \frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}} \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + f_k(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = a.$$

Daraus folgt in Abweichung von (15.)

$$(19.)\qquad f_k = \frac{1 - \dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} \cdot a.$$

Setzt man diesen Wert in Formel (11.) unter Berücksichtigung von (8.) ein, so erhält man

$$(20.)\quad {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\frac{(A_{x,\overline{n}|} + a) - \left(P_{x,\overline{\mu}|} + \dfrac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}\right)\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} + h.$$

Bringt man also (8.) in die Form

$$(21.)\qquad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x,\overline{n}|} - A_{x,\overline{\mu}|} \cdot \dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}},$$

so hat man, um ${}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ zu erhalten, hierin $A_{x,\overline{n}|}$ durch $A_{x,\overline{n}|}+\alpha$, sowie $A_{x,\overline{\mu}|}$ durch $A_{x,\overline{\mu}|}+\alpha$ zu ersetzen, das Resultat mit $(1+\beta)$ zu multiplizieren und h zu addieren. Zum gleichen Ziele kommt man auch, wenn man im zweiten Ausdrucke für ${}_k(P_{x,\overline{n}|})$ in (8.) $\mathfrak{a}_{x+k,\overline{\mu-k}|}$ mit $(1+\alpha)$ multipliziert, den ganzen Ausdruck hernach mit $(1+\beta)$ und wieder h dazu addiert. Es ist also

(22.)
$$
\begin{aligned}
{}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) &= (1+\beta)\,\frac{(A_{x,\overline{n}|}+\alpha)-(A_{x,\overline{\mu}|}+\alpha)\cdot\dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}+h \\
&= (1+\beta)\left[\frac{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{\mu-k}|}\,(1+\alpha)}{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{n-k}|}\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}-d\right]+h.
\end{aligned}
$$

III. Methode: Will man bedingen, dass die Bruttoprämie in den ersten k Jahren gleich der Bruttoprämie einer gemischten Versicherung auf μ Jahre ist, und sollen doch die Bedingungen (4.) resp. (5.) gelten, so kann die Nettoprämie ${}_0(P_{x,\overline{n}|})$ in den ersten k Jahren nicht mehr $P_{x,\overline{\mu}|}$ sein, sondern es gilt nur noch die der Gleichung (7.) analoge Bedingung

(23.) $$ {}_0(P_{x,\overline{n}|})\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}+{}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})=A_{x,\overline{n}|}. $$

Dabei ist nach (10.) und (16.)

(24.) $$
\begin{aligned}
{}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) &= (1+\beta)\left[{}_0(P_{x,\overline{n}|})+f_0\right]+h=\mathfrak{P}_{x,\overline{\mu}|} \\
&= (1+\beta)\left[P_{x,\overline{\mu}|}+\frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}\right]+h, \qquad \text{also}
\end{aligned}
$$

(25.) $$ {}_0(P_{x,\overline{n}|})+f_0=P_{x,\overline{\mu}|}+\frac{\alpha}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}. $$

Weiter ist analog zu (12.)

$$(26.)\quad f_0 = \frac{{}_0(P_{x,\overline{n}|})}{{}_0(P_{x,\overline{n}|})\cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}\cdot a$$

und zu (13.)

$$(27.)\quad f_k = \frac{{}_k(P_{x,\overline{n}|})}{{}_0(P_{x,\overline{n}|})\cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}\cdot a$$

Aus den Gleichungen (23.) und (26.) ergibt sich

$$(28.)\qquad f_0 = \frac{{}_0(P_{x,\overline{n}|})}{A_{x,\overline{n}|}}\cdot a$$

und aus (25.) und (28.)

$$(29.)\quad {}_0(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{P_{x,\overline{\mu}|} + \dfrac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{1 + \dfrac{a}{A_{x,\overline{n}|}}} = \frac{1 + \dfrac{a}{A_{x,\overline{\mu}|}}}{1 + \dfrac{a}{A_{x,\overline{n}|}}}\cdot P_{x,\overline{\mu}|}$$

und

$$(30.)\quad f_0 = \frac{P_{x,\overline{\mu}|} + \dfrac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{A_{x,\overline{n}|} + a}\cdot a = \frac{A_{x,\overline{\mu}|} + a}{A_{x,\overline{n}|} + a}\cdot\frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}.$$

Aus (23.) und (29.) folgt

$$(31.)\quad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x,\overline{n}|}\left\{1 - \dfrac{A_{x,\overline{\mu}|} + a}{A_{x,\overline{n}|} + a}\cdot\dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}\right\}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}$$

und aus (27.) unter Berücksichtigung von (23.) und (31.)

$$(32.)\qquad f_k = \frac{1 - \dfrac{A_{x,\overline{\mu}|} + a}{A_{x,\overline{n}|} + a}\cdot\dfrac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}\cdot a$$

Diese Werte in (11.) eingesetzt, gibt

(33.)
$$ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \frac{(1+\beta)(A_{x,\overline{n}|}+a)\left\{1-\frac{A_{x,\overline{\mu}|}+a}{A_{x,\overline{n}|}+a}\cdot\frac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}\right\}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}+h $$

oder

(34.)
$$ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\frac{(A_{x,\overline{n}|}+a)-(A_{x,\overline{\mu}|}+a)\frac{\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}+h $$

$$ = (1+\beta)\left[\frac{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{\mu-k}|}\,(1+a)}{\mathfrak{a}_{x+k,\overline{n-k}|}\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{\mu}|}}-d\right]+h. $$

Wie man sieht, stimmt der Ausdruck für ${}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ nach (34.) mit dem Ausdrucke nach (22.) überein; d. h. nach der zweiten und dritten Methode erhält man gleiche Bruttoprämien, trotzdem die Nettoprämien voneinander verschieden sind.

In *konkreten Fällen* wird man nach der zweiten Methode rechnen, d. h. die dem Gliede $\frac{a}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}}$ entsprechenden Zuschläge nicht proportional den Nettoprämien wählen; die dritte Methode zeigt uns, dass man zu den gleichen Bruttoprämien kommt, auch wenn man diese Zuschläge proportional zu den Nettoprämien rechnet, falls man letztere selber in anderer Weise auf die Prämienzahlungsdauer verteilt.

Die Grösse h wird übrigens in der Regel für die Prämie nach k Jahren nicht für das Beitrittsalter x, sondern für das Alter $(x+k)$ genommen; man setzt also

(35.)
$$ h_k = \gamma\left(P_{x+k}+\frac{a}{\mathfrak{a}_{x+k}}\right). $$

Dabei ist zu bemerken, dass, wenn $\mu = n$ gesetzt wird, der Zuschlag h_k doch von h verschieden ist,

also auch die Bruttoprämie nach k Jahren von der Anfangsbruttoprämie abweicht, trotzdem die Versicherungsart im übrigen zur gewöhnlichen gemischten Versicherung auf n Jahre wird. Indem also die gemischte Versicherung nach k Jahren eigentlich in sich selber transformiert wird, da $\mu = n$ bleibt, die Änderung also eine rein formelle ist, wird die Bruttoprämie doch erhöht. Sollte es also zweckmässig sein, für $\mu \neq n$ den Zuschlag h nach k Jahren zu erhöhen, so müsste es auf eine Weise geschehen, dass h_k nicht so sehr von k, als vielmehr von der Ungleichheit von μ und n abhängig ist, und für $\mu = n$ müsste $h_k = h$ werden.

Als **weiteres Beispiel** sei eine gemischte Versicherung auf die Dauer n gegeben, deren Bruttoprämie ${}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ nach k Jahren sich um den $(1+\varphi)$-fachen Betrag der Anfangsbruttoprämie ${}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|})$ ändert. Es sei also

$$(36.) \qquad {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\varphi)\, {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}),$$

dabei ist φ irgend eine positive oder negative Grösse, nur muss $\varphi > -1$ sein.

I. Methode: Nach Ansatz (1.) gelten wieder die Gleichungen

$$(37.) \quad \begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left[{}_0(P_{x,\overline{n}|}) + f_0\right] + h & \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left[{}_k(P_{x,\overline{n}|}) + f_k\right] + h. \end{cases}$$

Für h gilt wieder Formel (2.)

$$h = \gamma\left[P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x}\right],$$

für die Nettoprämien ${}_0(P_{x,\overline{n}|})$ und ${}_k(P_{x,\overline{n}|})$ Formel (23.)

$${}_0(P_{x,\overline{n}|}) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|}) \cdot (\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = A_{x,\overline{n}|},$$

hingegen kann ${}_k(P_{x,\overline{n}|})$ nicht das $(1+\varphi)$-fache von ${}_0(P_{x,\overline{n}|})$ sein.

Aus (5.) ergeben sich für f_0 und f_k wieder die Gleichungen (26.) und (27.), die sich infolge von (23.) schreiben lassen:

$$(38.)\quad \begin{cases} f_0 = \dfrac{{}_0(P_{x,\overline{n}|})}{A_{x,\overline{n}|}} \cdot a & \text{und} \\[2ex] f_k = \dfrac{{}_k(P_{x,\overline{n}|})}{A_{x,\overline{n}|}} \cdot a. \end{cases}$$

Diese Werte in (37.) eingesetzt ergibt

$$(39.)\quad \begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left(1+\dfrac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_0(P_{x,\overline{n}|}) + h & \text{und} \\[2ex] {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left(1+\dfrac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_k(P_{x,\overline{n}|}) + h, \end{cases}$$

aus Gleichung (36.) folgt demnach

$$(40.)\quad (1+\beta)\left(1+\frac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_k(P_{x,\overline{n}|}) + h$$

$$= (1+\varphi)\left\{(1+\beta)\left(1+\frac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_0(P_{x,\overline{n}|}) + h\right\} \text{ oder}$$

$$(41.)\quad (1+\beta)\left(1+\frac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right)\left\{{}_k(P_{x,\overline{n}|}) - (1+\varphi)\,{}_0(P_{x,\overline{n}|})\right\}$$

$$= \varphi \cdot h.$$

Aus der oben angeführten Formel (23.) ergibt sich analog zu (8.)

$$(42.)\quad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x,\overline{n}|} - {}_0(P_{x,\overline{n}|}) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}, \qquad \text{also}$$

(43.)
$$ {}_k(P_{x,\overline{n}|}) - (1+\varphi)\ {}_0P_{x,\overline{n}|} $$
$$ = \frac{A_{x,\overline{n}|} - {}_0(P_{x,\overline{n}|}) \cdot [(1+\varphi) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}]}{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}. $$

Diesen Ausdruck in (41.) eingesetzt:

(44.)
$$ (1+\beta)(A_{x,\overline{n}|}+a)\cdot[1-\frac{{}_0(P_{x,\overline{n}|})}{A_{x,\overline{n}|}}\{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}\}] $$
$$ = \varphi \cdot h \cdot \{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}\} \qquad \text{oder} $$

(45.)
$$ (1+\beta)\left(1+\frac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_0(P_{x,\overline{n}|}) $$
$$ = \frac{(1+\beta)\ (A_{x,\overline{n}|} + a) - \varphi \cdot h \cdot (\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}{(1+\varphi)\ \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}. $$

Aus (42.) und (45.) folgt

(46.)
$$ (1+\beta)\left(1+\frac{a}{A_{x,\overline{n}|}}\right) \cdot {}_k(P_{x,\overline{n}|}) $$
$$ = \frac{(1+\beta)\ (1+\varphi)\ (A_{x,\overline{n}|} + a) + \varphi \cdot h \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{(1+\varphi) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}. $$

Die Werte (45.) und (46.) in (39.) eingesetzt, ergibt

(47.)
$$ \begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)(A_{x,\overline{n}|}+a) - \varphi\cdot h\cdot(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|})}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} + h \\ \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)\ (1+\varphi)\ (A_{x,\overline{n}|}+a) + \varphi\cdot h\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} + h \end{cases} $$

oder, diese Ausdrücke transformiert,

$$(48.)\begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)\,(A_{x,\overline{n}|}+\alpha)+\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}\cdot h}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} & \text{und} \\[2ex] {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)\,(1+\varphi)\,(A_{x,\overline{n}|}+\alpha)+(1+\varphi)\,\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}\cdot h}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}-\varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} \\ \qquad\qquad = (1+\varphi)\cdot{}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) \end{cases}$$

wie es auch nach (36.) der Fall sein muss.

II. Methode: Nehmen wir in diesem Beispiele an, dass sich nicht nur die Bruttoprämie nach k Jahren gegenüber der Anfangsbruttoprämie, sondern auch die Nettoprämie nach k Jahren gegenüber der Anfangsnettoprämie um den vorgegebenen Betrag $(1+\varphi)$ vervielfacht, so können wir in den beiden Gleichungen (37.) das h nicht mehr unverändert lassen, sondern man hat zu setzen

$$(49.)\begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left[{}_0(P_{x,\overline{n}|})+f_0\right]+h_0 & \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\beta)\left[{}_k(P_{x,\overline{n}|})+f_k\right]+h_k. \end{cases}$$

Dabei ist wieder, wie (36.) angibt

$${}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = (1+\varphi)\;{}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}),$$

aber es ist auch

$$(50.)\qquad {}_k(P_{x,\overline{n}|}) = (1+\varphi)\;{}_0(P_{x,\overline{n}|}),$$

und deshalb nach (4. a)

$$(51.)\qquad f_k = (1+\varphi)\cdot f_0;$$

dann muss aber auch, damit die Gleichungen (49.) möglich sind,

$$(52.)\qquad h_k = (1+\varphi)\cdot h_0$$

sein.

Wir haben nun angenommen, dass der Barwert der Zuschläge f_0 und f_k zusammen gleich a ist, d. i.

$$(53.)\qquad f_0 \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + f_k\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = a;$$

entsprechend nehmen wir auch an, dass der Barwert der Zuschläge h_0 und h_k zusammen der gleiche bleibt, als ob der Zuschlag $\gamma\left(P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x}\right)$ für die ganze Versicherungsdauer der gleiche geblieben wäre, d. h.

$$(54.)\qquad h_0 \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} + h_k\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = h \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}$$

$$= \gamma\left(P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x}\right) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}.$$

Es gilt selbstverständlich wieder Formel (23.)

$${}_0(P_{x,\overline{n}|}) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P_{x,\overline{n}|})\,(\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = A_{x,\overline{n}|};$$

in Verbindung mit (50.) folgen für die Nettoprämien die für unsere Versicherungsart bekannten Gleichungen

$$(55.)\qquad {}_0(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{A_{x,\overline{n}|}}{(1+\varphi)\,\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\,\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} \qquad \text{und}$$

$${}_k(P_{x,\overline{n}|}) = \frac{(1+\varphi)\,A_{x,\overline{n}|}}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}};$$

aus (51.) und (53.) folgt

$$(56.)\qquad f_0 = \frac{a}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} \qquad \text{und}$$

$$f_k = \frac{(1+\varphi)\cdot a}{(1+\varphi)\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}};$$

aus (52.) und (54.) folgt

$$(57.)\qquad h_0 = \frac{\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}\cdot h}{(1+\varphi)\,\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\cdot\mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}} \qquad \text{und}$$

$$h_k = \frac{(1+\varphi) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} \cdot h}{(1+\varphi)\ \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}}.$$

Setzt man alle diese Werte in (49.) ein, so erhält man

$$(58.)\begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)\ (A_{x,\overline{n}|} + \alpha) + \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|}\ h}{(1+\varphi)\ \mathfrak{a}_{x,n|} - \varphi\ \mathfrak{a}_{x,k|}} & \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P}_{x,\overline{n}|}) = \dfrac{(1+\beta)\,(1+\varphi)\,(A_{x,\overline{n}|}+\alpha)+(1+\varphi)\ \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} \cdot h}{(1+\varphi)\ \mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \varphi\ \mathfrak{a}_{x,k|}}. \end{cases}$$

Diese beiden Gleichungen sind mit den Gleichungen (48.) übereinstimmend, man erhält also trotz der Verschiedenheit der Nettoprämien nach den beiden Methoden für die Bruttoprämien dieselben Resultate.

Die Identität der Gleichungen (58.) und (48.), ebenso wie diejenige der Gleichungen (34.) und (22.) gibt zu folgender Überlegung Anlass: Gegeben sei irgend eine Versicherung, deren Prämienzahlung m Jahre währt, und zwar sei in den ersten k Jahren die Nettoprämie ${}_0(P)$ und die Bruttoprämie ${}_0(\mathfrak{P})$ und nach k Jahren die Nettoprämie ${}_k(P)$ und die Bruttoprämie ${}_k(\mathfrak{P})$. Die Einmal-Einlage für die Versicherung (Netto-Einlage) sei (A), dann ist

$$(59.)\quad {}_0(P) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P) \cdot (\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|}) = (A).$$

Die Bruttoprämien sollen nach den Ansätzen berechnet werden

$$(60.)\begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}) = (1+\beta) \cdot {}_0(P) + g_0 & \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P}) = (1+\beta) \cdot {}_k(P) + g_k, \end{cases}$$

wo g_0 und g_k zunächst irgendwie von der Versicherungsart abhängen können.

Für dieselbe Versicherung sei nun eine andere Wahl der Nettoprämien und der Zuschläge gegeben, die Bruttoprämie in den ersten k Jahren bleibe hingegen dieselbe, nach k Jahren sei sie ${}_k(\mathfrak{P})'$, die Nettoprämien seien ${}_0(P)'$ und ${}_k(P)'$, der Zuschlag β bleibe derselbe und der zweite Zuschlag sei g'_0 und g'_k; dann ist also

$$(61.)\quad \begin{cases} {}_0(\mathfrak{P}) = (1+\beta)\ {}_0(P)' + g'_0 & \text{und} \\ {}_k(\mathfrak{P})' = (1+\beta)\ {}_k(P)' + g'_k; \end{cases}$$

dabei ist wieder

$$(62.)\quad {}_0(P)' \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|} + {}_k(P)' \cdot (\mathfrak{a}_{x,n|} - \mathfrak{a}_{x,k|}) = (A).$$

Die Zuschläge g'_0 und g'_k sollen nun so gewählt werden, dass sie zusammen den gleichen Barwert besitzen wie die vorhergehenden Zuschläge g_0 und g_k. Es ist also

$$(63.)\quad \begin{aligned} & g'_0 \cdot \mathfrak{a}_{x,k|} + g'_k \cdot (\mathfrak{a}_{x,n|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}}) \\ & = g_0 \cdot \mathfrak{a}_{x,k|} + g_k \cdot (\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,k|}). \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$(64.)\quad (g'_0 - g_0)\, \mathfrak{a}_{x,k|} = (g_k - g'_k)\, (\mathfrak{a}_{x,\overline{n}|} - \mathfrak{a}_{x,k|}).$$

Aus (62.) und (59.) folgt

$$(65.)\quad \left[{}_0(P) - {}_0(P)'\right] \mathfrak{a}_{x,k|} = \left[{}_k(P)' - {}_k(P)\right] (\mathfrak{a}_{x,n|} - \mathfrak{a}_{x,\overline{k}|});$$

aus (64.) und (65.)

$$(66.)\quad \frac{{}_0(P) - {}_0(P)'}{g'_0 - g_0} = \frac{{}_k(P)' - {}_k(P)}{g_k - g'_k}.$$

Durch Subtraktion der ersten Gleichungen von (60.) und (61.) voneinander erhält man

$$(67.)\quad (1+\beta)\left[{}_0(P) - {}_0(P)'\right] - (g'_0 - g_0) = 0.$$

Infolge (66.) ist deshalb auch

$$(68.)\qquad (1+\beta)\left[{}_k(P)' - {}_k(P)\right] - (g_k - g'_k) = 0.$$

Durch Subtraktion der zweiten Gleichungen von (60.) und (61.) voneinander erhält man

$$(69.)\qquad {}_k(\mathfrak{P})' - {}_k(\mathfrak{P}) = (1+\beta)\left[{}_k(P)' - {}_k(P)\right] - (g_k - g'_k),$$

also infolge (68.)

$$(70.)\qquad {}_k(\mathfrak{P})' = {}_k(\mathfrak{P}); \quad \text{d. h.}$$

Wird in Gleichung (60.) eine andere Verteilung der Nettoprämien angenommen, sowie eine andere Verteilung der Zuschläge g_0 und g_k, bleibt hingegen im übrigen die Versicherung dieselbe, ebenso der Barwert der neuen Zuschläge g'_0 und g'_k, so bleibt, wenn ungeachtet der Änderung der Nettoprämie und des Zuschlages die erste Bruttoprämie sich nicht ändert, auch die zweite Bruttoprämie dieselbe.

Wenn die Prämie sich während der Versicherungsdauer mehrmals ändert, so wird unter analogen Bedingungen bei Variationen der einzelnen Nettoprämien ${}_t(P)$ und Zuschläge g_t, wenn bei letztern der Barwert derselbe bleibt, die letzte Bruttoprämie nicht variieren, falls die vorhergehenden dieselben bleiben.

Im Ansatze (3.) wird es deshalb für veränderliche Prämien ohne Belang sein, den festen Zuschlag h durch einen veränderlichen h_t zu ersetzen, also zu setzen

$$(71.)\qquad {}_t(\mathfrak{P}) = (1+\beta)(P_t + f_t) + h_t,$$

nur muss neben der Bedingung (4*b*.)

$$\frac{f_0 D_x + f_1 D_{x+1} + \dots + f_t D_{x+t} + \dots}{D_x} = a$$

noch die Bedingung

$$(72.)\quad \frac{h_0 D_x + h_1 D_{x+1} + \ldots + h_t D_{x+t} + \ldots}{D_x}$$

$$= h \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|} = \gamma\left(P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x}\right) \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}$$

bestehen. Durch entsprechende andere Verteilung der Nettoprämien können stets dieselben Bruttoprämien erzielt werden wie in Bedingung (3.).

Kommen noch die Bedingungen

$$(73.)\qquad h_t : f_t : P_t = h_{t'} : f_{t'} : P_{t'}$$

hinzu, wo t und t' alle einzelnen Versicherungsjahre bedeuten, so sind die Bruttoprämien zu den Nettoprämien proportional.

Nach der Bedingung (72.) wäre in (35.) nicht, wie es gewöhnlich geschieht,

$$h_k = \gamma\left[P_{x+k} + \frac{a}{\mathfrak{a}_{x+k}}\right]$$

zu setzen, sondern einfach

$$(74.)\qquad h_k = h = \gamma\left[P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x}\right],$$

wie es in den entsprechenden Formeln auch gehandhabt wurde.

Wir sehen also zum Schlusse, dass der Ansatz (1.) bei veränderlichen Prämien zu ersetzen ist durch

$$\text{I.}\qquad {}_t(\mathfrak{P}) = (1+\beta)\left[{}_t(P) + f_t\right] + h_t,$$

wo h_t und f_t den Gleichungen

$$\text{II.}\quad \frac{f_0 D_x + f_1 D_{x+1} + \ldots + f_t D_{x+t} + \ldots}{D_x} = a \quad \text{und}$$

$$\text{III.} \quad \frac{h_0 D_x + h_1 D_{x+1} + \ldots + h_t D_{x+t} + \ldots}{D_x}$$

$$= h \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|} = \gamma \left[P_x + \frac{a}{\mathfrak{a}_x} \right] \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}$$

und im übrigen den den speziellen Erfordernissen entsprechenden Bedingungen genügen [etwa konstant sind oder den Netto- oder den Bruttoprämien proportional].

Die letzte der ermittelten Bruttoprämien hängt nur noch von den vorhergehenden Bruttoprämien ab, hingegen daneben nicht mehr von der Verteilung der Nettoprämien und der Zuschläge in den einzelnen Versicherungsjahren.

Zwischen den Bruttoprämien besteht nämlich, wenn (A) die Einmal-Nettoprämie der Versicherung bedeutet, die Beziehung

$$\text{IV.} \quad \frac{{}_0(\mathfrak{P}) D_x + {}_1(\mathfrak{P}) D_{x+1} + \ldots + {}_t(\mathfrak{P}) D_{x+t} + \ldots}{D_x}$$

$$= (1 + \beta) [(A) + a] + h \cdot \mathfrak{a}_{x,\overline{m}|}.$$

Zum Beweise hat man die Ansätze I, II und III zu berücksichtigen und ferner noch die für die Nettoprämien geltende Beziehung

V.

$$\frac{{}_0(P) D_x + {}_1(P) D_{x+1} + {}_2(P) D_{x+2} + \ldots + {}_t(P) D_{x+t} + \ldots}{D_x} = (A);$$

man hat nämlich einfach alle Gleichungen I für sämtliche t, nach Multiplikation mit den entsprechenden D_{x+t} miteinander zu addieren und die Beziehungen II, III und V einzusetzen.

Sind die Konstanten a und h und die Einmal-Nettoprämie (A) der Versicherung gegeben, und setzt man zwischen den Bruttoprämien so viel Beziehungen

voraus, dass sie unter Zuzug einer einzigen weitern Gleichung eindeutig bestimmt sind, so sind sie durch Benützung von Gleichung IV vollständig bestimmt, gleichgültig, wie im weiteren die Nettoprämien und Zuschläge in den einzelnen Versicherungsjahren verteilt sind.

Diese Ausführungen seien nun an bestimmten Zahlenbeispielen zu erläutern.

Man nehme an, zur Bestimmung der Bruttoprämien diene der Ansatz

$$(1.) \qquad (\mathfrak{P}) = 1{,}03 \left[(P) + \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{x,\,\overline{n}|}}\right] + h$$

wo h gegeben ist durch

$$(2.) \qquad h = 0{,}05 \left[P_x + \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_x}\right].$$

[Die Formeln werden von hier an mit den gleichen Ordnungsnummern versehen wie die entsprechenden Formeln der allgemeinen Ausführungen.]

Es ist also $\alpha = 0{,}02$, $\beta = 0{,}03$ und $\gamma = 0{,}05$ gesetzt.

Als technische Grundlagen diene die Tafel der 17 englischen Gesellschaften und der Zinsfuss $3^1/_2$ %.

Es handle sich etwa um die Bestimmung der Bruttoprämie für eine gemischte Versicherung eines Vierzigjährigen auf 25 Jahre.

Zunächst werde die für die ganze Dauer der Versicherung gleichbleibende Jahresprämie bestimmt. Hier ist $x = 40$, $m = 25$, $(P) = P_{40,\,\overline{25}|} = 33{,}906$ ‰, $P = P_{40} = 24{,}815$ ‰, ferner $\frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40,\,\overline{25}|}} = 1{,}354$ ‰, $\frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40}} = 1{,}173$ ‰ und $h = 1{,}299$ ‰.

Die Jahresbruttoprämie beträgt also nach obigem Ansatze

$$\mathfrak{P}_{40,\overline{25|}} = 1{,}03 \left[P_{40,\overline{25|}} + \frac{0{,}02}{a_{40,\overline{25|}}}\right] + h = 37{,}617\ ^0/_{00}.$$

Wird für diese Versicherung keine gleichbleibende, sondern eine veränderliche Prämie bezahlt, so gilt der Ansatz

$$(3.)\ {}_t(\mathfrak{P}) = 1{,}03\ [{}_t(P) + f_t] + h\ \ (t = 0, 1, 2 \ldots, 24)$$

für die Bruttoprämie nach t Jahren. Dabei ist wieder $h = 1{,}299\ ^0/_{00}$, und für die f_t gelten die Bedingungen (4. *a.* und *b.*), in denen $x = 40$ und $a = 0{,}02$ zu setzen ist. [Für die Bedingung (4. *a.*) kann auch hier nach Zweckmässigkeit eine andere treten.]

Aus diesen Bedingungen folgt

$$(5.)\ f_t = \frac{{}_t(P) \cdot D_{40}}{{}_0(P) \cdot D_{40} + {}_1(P) \cdot D_{41} + \ldots + {}_{24}(P) \cdot D_{64}} \cdot 0{,}02.$$

Die Prämie für die angegebene gemischte Versicherung für einen Vierzigjährigen auf die Dauer von 25 Jahren sei nun so veränderlich, dass in den ersten 5 Jahren die gleichbleibende lebenslängliche Prämie für eine lebenslängliche Versicherung bezahlt werde; in den folgenden 20 Jahren werde diejenige gleichbleibende Jahresprämie bezahlt, die mit der vorherbezahlten Prämie nötig ist, um den Anspruch auf die Versicherung zu decken.

Die Netto-, resp. Bruttoprämie in den ersten 5 Jahren sei mit ${}_0(P_{40,\overline{25|}})$, resp. mit ${}_0(\mathfrak{P}_{40,\overline{25|}})$, diejenige ab 6. Jahr mit ${}_5(P_{40,\overline{25|}})$, resp. mit ${}_5(\mathfrak{P}_{40,\overline{25|}}$ bezeichnet.

In dem in den allgemeinen Ausführungen zuerst angeführten Falle ist also $x = 40$, $n = 25$, $\mu = 100 - x$ und $k = 5$ gesetzt.

Nach der dort angegebenen I. Methode ist

(6.) $${}_0(P_{40,\overline{25}|}) = P_{40} = 24{,}815\,‰ \qquad \text{und}$$

(8). $${}_5(P_{40,\overline{25}|}) = \frac{\mathfrak{a}_{45}}{\mathfrak{a}_{45,\overline{20}|} \cdot \mathfrak{a}_{40}} - d = 37{,}990\,‰$$

$$\left[d = \frac{0{,}035}{1{,}035} = 0{,}033816\right] \qquad \text{oder}$$

(9.) $${}_5(P_{40,\overline{25}|}) = \frac{A_{45,\overline{20}|} - {}_5V_{40}}{\mathfrak{a}_{45,\overline{20}|}} = 37{,}990\,‰;$$

ferner ist

(14.) $$f_0 = \frac{P_{40}}{A_{40,\overline{25}|}} \cdot 0{,}02 = 0{,}991\,‰ \qquad \text{und}$$

(15.) $$f_5 = \left(1 - \frac{P_{40} \cdot \mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}{A_{40,\overline{25}|}}\right) \cdot \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40,\overline{25}|} - \mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}$$
$$= 1{,}518\,‰.$$

Da $h = 1{,}299\,‰$ ist, so sind gemäss Ansatz (3.), wo noch ${}_4(P) = {}_3(P) = \ldots = {}_0(P)$ etc. ist, die Bruttoprämien bestimmt durch

$${}_0(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = 1{,}03\ (P_{40} + f_0) + h = 27{,}879\,‰ \quad \text{und}$$

$${}_5(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = 1{,}03\ \left({}_5(P_{40,\overline{25}|}) + f_5\right) + h = 41{,}992\,‰.$$

Nach der II. Methode ist wieder

${}_0(P_{40,\overline{25}|}) = P_{40} = 24{,}815\,‰$ und ${}_5(P_{40,\overline{25}|}) = 37{,}990\,‰$,

dagegen ist (die Bedingung (4. *a.*) und damit (5.) gilt nicht mehr),

(17.) $$f_0 = \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40}} = 1{,}173\,‰ \qquad \text{und}$$

$$(19.)\qquad f_5 = \frac{1 - \dfrac{\mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}{\mathfrak{a}_{40}}}{\mathfrak{a}_{40,\overline{25}|} - \mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}} \cdot 0{,}02 = 1{,}436\,{}^0/_{00},$$

hingegen ist wieder $h = 1{,}299\,{}^0/_{00}$.

Diese Werte in Ansatz (3.) eingesetzt, gibt

$$(16.)\qquad {}_0(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = \mathfrak{P}_{40} = 28{,}066\,{}^0/_{00} \qquad \text{und}$$

$$(22.)\qquad {}_5(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = 41{,}908\,{}^0/_{00},$$

welche Werte von den vorhin berechneten der I. Methode ein wenig abweichen.

Die III. Methode ergibt

$$(29.)\quad {}_0(P_{40,\overline{25}|}) = \frac{1 + \dfrac{0{,}02}{A_{40}}}{1 + \dfrac{0{,}02}{A_{40,\overline{25}|}}} \cdot P_{40} = 24{,}989\,{}^0/_{00},$$

$$(31.)\quad {}_5(P_{40,\overline{25}|}) = \frac{A_{40,\overline{25}|}\left\{1 - \dfrac{A_{40} + 0{,}02}{A_{40,\overline{25}|} + 0{,}02} \cdot \dfrac{\mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}{\mathfrak{a}_{40}}\right\}}{\mathfrak{a}_{40,\overline{25}|} - \mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}$$

$$= 0{,}049141\ [1 - 0{,}85128 \cdot 0{,}26842] = 37{,}912\,{}^0/_{00},$$

sowie

$$(30.)\qquad f_0 = \frac{A_{40} + 0{,}02}{A_{40,\overline{25}|} + 0{,}02} \cdot \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40}} = 0{,}998\,{}^0/_{00},$$

$$(32.)\quad f_5 = \left[1 - \frac{A_{40} + 0{,}02}{A_{40,\overline{25}|} + 0{,}02} \cdot \frac{\mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}{\mathfrak{a}_{40}}\right] \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40,\overline{25}|} - \mathfrak{a}_{40,\overline{5}|}}$$
$$= 1{,}514\,{}^0/_{00};$$

also ist nach Ansatz (3.), da wieder $h = 1{,}299\,{}^0/_{00}$ ist,

$$(24.)\qquad {}_0(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = 28{,}066\,{}^0/_{00} \qquad \text{und}$$

$$(34.)\qquad {}_5(\mathfrak{P}_{40,\overline{25}|}) = 41{,}908\,{}^0/_{00}.$$

Die Bruttoprämien sind also hier dieselben wie bei der II. Methode, hingegen ergeben sich für die Nettoprämien und Zuschläge f_0 und f_5 andere Werte.

Für die praktische Anwendung ist die II. Methode massgebend, bei der in den ersten 5 Jahren Netto- und Bruttoprämien so gerechnet sind, als ob es sich um die lebenslänglich zahlbaren Prämien der lebenslänglichen Versicherung handelte.

Hin und wieder wird für die Prämie ab 6. Jahr nicht der Zuschlag

$$h = 0{,}05 \left(P_{40} + \frac{0{,}02}{a_{40}}\right) = 1{,}299\ ‰$$

angewendet, sondern der Zuschlag, der dem um 5 Jahre höhern Alter entspricht, nämlich

$$(35.) \qquad h_5 = 0{,}05 \left(P_{45} + \frac{0{,}02}{a_{45}}\right) = 1{,}566\ ‰.$$

Dadurch ist die Bruttoprämie ab 6. Jahr nicht mehr ${}_5(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) = 41{,}908\ ‰$, sondern ${}_5(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) = 42{,}175\ ‰$, also ein höherer Betrag. Wie in den allgemeinen Ausführungen erwähnt wurde, ist es aber nicht zweckmässig, die Grösse h_5 von h auf diese Weise abweichen zu lassen. Setzt man nämlich $x = 40$, $k = 5$, $\mu = 25$ und $n = 25$, so hat man offenbar die gewöhnliche gemischte Versicherung auf 25 Jahre mit der gleichbleibenden Nettoprämie $P_{40,\,\overline{25|}} = 33{,}906\ ‰$. Wählt man nun nach obiger Art $h_5 = 1{,}566\ ‰$, so erhält man als Bruttoprämie nach 5 Jahren ${}_5\mathfrak{P} = 37{,}884\ ‰$, trotzdem man nach gewöhnlicher Berechnungsart die Bruttoprämie $(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) = 37{,}617\ ‰$ für die ganze Versicherungsdauer erhält, zu welchem Resultate man auch nach unserer Methode für $x = 40$, $k = 5$, $\mu = 25$

und $n = 25$ gelangt, wenn man $h_5 = h = 1{,}299\,^0/_{00}$ setzt, den Zuschlag h also unverändert lässt.

Nun betrachte man wieder eine gemischte Versicherung eines Vierzigjährigen auf 25 Jahre, deren Prämienzuschlag sich nach 5 Jahren ändert; die Prämie ab 6. Jahr sei nun um 20 % niedriger als die Anfangsprämie.

In dem weitern Beispiele der allgemeinen Ausführungen sei also $x = 40$, $n = 25$, $k = 5$ und $\varphi = -0{,}2$ gesetzt.

Zur Berechnung sind dort zwei Methoden angegeben. Nach beiden derselben erhält man für die Bruttoprämien (es ist wieder $h = 1{,}299\,^0/_{00}$):

$$(48.)\ \text{und}\ (58.)\quad \left\{\begin{aligned} {}_0(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) &= \frac{1{,}03\ (A_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}02) + \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} \cdot h}{0{,}8\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}2\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{5|}}} \\ &= \frac{0{,}55546}{12{,}7286} = 43{,}639\,^0/_{00} \\ {}_5(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) &= \frac{1{,}03 \cdot 0{,}8 \cdot (A_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}02) + 0{,}8 \cdot \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} \cdot h}{0{,}8\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}2\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{5|}}} \\ &= 0{,}8 \cdot {}_0(\mathfrak{P}_{40,\,\overline{25|}}) = 34{,}911\,^0/_{00}. \end{aligned}\right.$$

Nach der ersten Methode sind die Nettoprämien und Zuschläge (ausgenommen h) explicite nicht angegeben, da diese Nettoprämien praktisch nicht verwertet werden, sondern nur diejenigen nach der zweiten Methode. Nach dieser ist

$$(55.)\quad {}_0(P_{40,\,\overline{25|}}) = \frac{A_{40,\,\overline{25|}}}{0{,}8\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}2\ \mathfrak{a}_{40,\,\overline{5|}}} = 39{,}333\,^0/_{00}$$

und

$$(50.)\quad {}_5(P_{40,\,\overline{25|}}) = 0{,}8 \cdot {}_0(P_{40,\,\overline{25|}}) = 31{,}466\,^0/_{00},$$

$$(56.)\quad f_0 = \frac{0{,}02}{0{,}8\ \mathrm{a}_{40,\overline{25}|} + 0{,}2\ \mathrm{a}_{40,\overline{5}|}} = 1{,}571\ ‰ \quad \text{und}$$

$$f_5 = 0{,}8\ f_0 = 1{,}257\ ‰, \quad \text{sowie}$$

$$(57.)\quad h_0 = \frac{\mathrm{a}_{40,\overline{25}|} \cdot h}{0{,}8\ \mathrm{a}_{40,\overline{25}|} + 0{,}2\ \mathrm{a}_{40,\overline{5}|}} = 1{,}507\ ‰ \quad \text{und}$$

$$h_5 = 0{,}8\ h_0 = 1{,}206\ ‰.$$

Setzt man diese Werte in Ansatz (3.) ein, in dem h durch h_0, resp. h_5 zu ersetzen ist, erhält man die durch (48.) und (58.) angegebenen Bruttoprämien. (Abweichungen um eine Einheit in der letzten Stelle sind infolge der Abrundungen unvermeidlich.)

In den hier angeführten Beispielen und betrachteten Methoden (ausgenommen, wenn gemäss (35.) h_5 nach dem Alter 45 statt 40 gerechnet wird, was, wie zu ersehen war, beim Übergange der veränderlichen Prämienzahlung zur gleichförmigen zu Widersprüchen führt), gelten die am Schlusse der allgemeinen Ausführungen angeführten Gleichungen I bis V, in denen stets $\beta = 0{,}03$, $\alpha = 0{,}02$, $\gamma = 0{,}05$; $x = 40$, $m = 25$, $(A) = A_{40,\overline{25}|}$ zu setzen ist; ferner fallen für die Grössen (P), $\mathfrak{P}$, f und h die durch die Indices 4, 3, 2, 1, 0 bezeichneten Werte miteinander zusammen, ebenso die durch die Indices 24, 23, . . . 7, 6, 5 bezeichneten Werte.

Die Gleichungen I bis IV lauten demgemäss für die betrachteten Beispiele

$$\text{I.}\quad {}_0(\mathfrak{P}) = 1{,}03\ [{}_0(P) + f_0] + h_0 \quad \text{und}$$

$${}_5(\mathfrak{P}) = 1{,}03\ [{}_5(P) + f_5] + h_5$$

$$\text{II.}\quad f_0 \cdot \mathrm{a}_{40,\overline{5}|} + f_5\ [\mathrm{a}_{40,\overline{25}|} - \mathrm{a}_{40,\overline{5}|}] = 0{,}02$$

$$\text{III. } h_0 \cdot a_{40,\overline{5}|} + h_5 \left[a_{40,\overline{25}|} - a_{40,\overline{5}|}\right]$$

$$= 0{,}05 \left[P_{40} + \frac{0{,}02}{a_{40}}\right] \cdot a_{40,\overline{25}|} = 0{,}001299 \; a_{40,\overline{25}|} = 0{,}01918$$

$$\text{IV. } {}_0(\mathfrak{P}) \cdot a_{40,\overline{5}|} + {}_5(\mathfrak{P}) \left[a_{40,\overline{25}|} - a_{40,\overline{5}|}\right]$$

$$= 1{,}03 \left[A_{40,\overline{25}|} + 0{,}02\right] + h \cdot a_{40,\overline{25}|} = 555{,}46 \; ‰$$

zur Bestimmung der Zuschläge und der Bruttoprämien und für die Nettoprämien gilt die Gleichung

$$\text{V. } {}_0(P) \cdot a_{40,\overline{5}|} + {}_5(P) \cdot (a_{40,\overline{25}|} - a_{40,\overline{5}|}) = A_{40,\overline{25}|}$$

$$= 500{,}66 \; ‰.$$

In diesen Gleichungen ist noch

$$a_{40,\overline{5}|} = 4{,}57812 \quad \text{und} \quad a_{40,\overline{25}|} - a_{40,\overline{5}|} = 10{,}18819.$$

Ist für die Bruttoprämien ${}_0(\mathfrak{P})$ und ${}_5(\mathfrak{P})$ noch eine weitere Bedingung gegeben, so sind sie durch die Gleichung IV bestimmt, mögen auch für die Nettoprämien und Zuschläge noch mehrere Lösungen in Betracht kommen, wie wir aus dem erstangeführten Beispiele mit veränderlicher Prämie nach der zweiten und dritten Methode und aus dem zweitangeführten nach der ersten und zweiten Methode gesehen haben.

Im ersten Beispiele lautet die zu IV hinzutretende Bedingung ${}_0(\mathfrak{P}) = \mathfrak{P}_{40} = 28{,}066 \; ‰$, im zweiten Beispiele ${}_5(\mathfrak{P}) = 0{,}8 \cdot {}_0(\mathfrak{P})$. Aus je einer dieser Bedingungen und der Gleichung IV erhält man die in (16.) und (22.), resp. (24.) und (34.) und die in (48.) und (58.) angegebenen Werte. Im ersten Falle erhält man nämlich aus IV und ${}_0(\mathfrak{P}) = 28{,}066 \; ‰$,

$${}_5(\mathfrak{P}) = \frac{0{,}55546 - 0{,}028066 \cdot a_{40,\overline{5}|}}{a_{40,\overline{25}|} - a_{40,\overline{5}|}} = 41{,}908 \; ‰,$$

wie in (22.) und (34.) angegeben ist; im zweiten Falle erhält man aus Gleichung IV und aus ${}_5(\mathfrak{P}) = 0{,}8 \cdot {}_0(\mathfrak{P})$

$$ {}_0(\mathfrak{P}) = \frac{0{,}55546}{0{,}8\ a_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}2\ a_{40,\,\overline{5|}}} = 43{,}639\ ‰ \text{ und} $$

$$ {}_5(\mathfrak{P}) = 0{,}8 \cdot {}_0(\mathfrak{P}) = 34{,}911\ ‰, $$

wie in (48.) resp. (58.) angegeben ist.

Zum Schlusse sei noch ein Beispiel angeführt, in welchem sich nun die Prämie jährlich ändert: Gegeben ist wieder eine gemischte Versicherung eines Vierzigjährigen auf 25 Jahre; es ist diejenige Anfangsbruttoprämie zu berechnen, die erforderlich ist, wenn die Bruttoprämie jedes Jahr um 3 % ihres anfänglichen Betrages abnimmt.

Die Gleichung IV der allgemeinen Ausführungen, die zur Grundlage für unsere Bruttoprämienberechnungen geworden ist, lautet hier

$$ \text{IV.}\quad \frac{{}_0(\mathfrak{P}) \cdot D_{40} + {}_1(\mathfrak{P}) \cdot D_{41} + \ldots + {}_t(\mathfrak{P}) \cdot D_{40+t} + \ldots + {}_{24}(\mathfrak{P}) \cdot D_{64}}{D_{40}} $$

$$ = 1{,}03\,[A_{40,\,\overline{25|}} + 0{,}02] + h \cdot a_{40,\,\overline{25|}} = 555{,}46\ ‰. $$

Die Grösse h und die ganze rechte Seite der Gleichung ist dieselbe wie in den vorhergehenden Beispielen.

In unserer Aufgabe bestehen zwischen den 25 Jahresbruttoprämien ausser dieser Gleichung IV nach Voraussetzung noch die 24 Beziehungen

$$ {}_t(\mathfrak{P}) = [1 - t \cdot 0{,}03] \cdot {}_0(\mathfrak{P}), \quad [t = 1, 2, 3 \ldots, 24]. $$

Unter Berücksichtigung dieser Gleichungen ergibt sich aus IV

$$ \frac{{}_0(\mathfrak{P})\,[1{,}03\,(N_{40} - N_{65}) - 0{,}03\,(S_{40} - S_{65} - 25\,N_{65})]}{D_{40}} $$

$$ = 0{,}55546; $$

daraus ist die Anfangsbruttoprämie

$$_0(\mathfrak{P}) = \frac{0{,}55546 \cdot D_{40}}{1{,}03\, N_{40} - 0{,}28\, N_{65} - 0{,}03\,(S_{40} - S_{65})}$$

$$= \frac{0{,}55546}{10{,}6206} = 52{,}3\ ^0/_{00}.$$

Die Bruttoprämie nach t Jahren beträgt demnach

$$_t(\mathfrak{P}) = (1 - t \cdot 0{,}03) \cdot 52{,}3\ ^0/_{00}, \quad (t = 0, 1, 2, \ldots 24]$$

und die jährliche Prämienverminderung beträgt 1,569 ⁰/₀₀.

Zu diesen Bruttoprämien gelangt man bei mannigfaltigen Verteilungen der Nettoprämien und der Zuschläge auf die einander folgenden Versicherungsjahre. Nehmen sie jedes Jahr ebenfalls um 3 % ab, so beträgt die Anfangsbruttoprämie

$$_0(P) = \frac{A_{40,\,\overline{25|}} \cdot D_{40}}{1{,}03\, N_{40} - 0{,}28\, N_{65} - 0{,}03\,(S_{40} - S_{65})}$$

$$= \frac{0{,}50066}{10{,}6206} = 47{,}14\ ^0/_{00},$$

die folgenden Nettoprämien sind damit bestimmt durch

$$_t(P) = (1 - t \cdot 0{,}03) \cdot 47{,}14\ ^0/_{00}; \quad \text{im Ansatze}$$

$$\text{I.} \quad _t(\mathfrak{P}) = 1{,}03\left[_t(P) + f_t\right] + h_t \qquad \text{ist dann}$$

$$f_t = (1 - t \cdot 0{,}03) \cdot f_0 \quad \text{und} \quad h_t = (1 - t \cdot 0{,}03)\, h_0$$

und die Gleichungen II und III der allgemeinen Ausführungen ergeben

$$\text{II.} \quad f_0 \cdot 10{,}6206 = 0{,}02 \qquad \text{und}$$

$$\text{III.} \quad h_0 \cdot 10{,}6206 = h \cdot a_{40,\,\overline{25|}} = 0{,}01918,$$

woraus folgt

$$f_0 = 1{,}883\ ^0/_{00} \quad \text{und} \quad h_0 = 1{,}806\ ^0/_{00}.$$

Damit sind auch die Werte f_t und h_t bestimmt, und setzt man alle diese Grössen in den Ansatz I ein, erhält man die angegebenen Werte der Bruttoprämien

$$_t(\mathfrak{P}) = (1 - t \cdot 0{,}03) \cdot 52{,}3\ ‰.$$

Man kann nun aber auch annehmen, dass die Zuschläge f_t und h_t jährlich dieselben bleiben und die Bruttoprämien doch jährlich um 3 % abnehmen. Bei Benützung der Gleichung IV müssen dann die Bruttoprämien die ausgerechneten Werte erhalten, die Nettoprämien müssen jedoch andere werden.

Es sei also $f_t = f$ und $h_t = h$, der Ansatz I wird also zu

$$\text{I.}\quad _t(\mathfrak{P}) = 1{,}03\left[_t(P) + f\right] + h,$$

die Gleichungen II und III ergeben

$$\text{II.}\quad f \cdot \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} = 0{,}02 \qquad \text{und}$$

$$\text{III.}\quad h \cdot \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}} = 0{,}05\left[P_{40} + \frac{0{,}02}{\mathfrak{a}_{40}}\right] \cdot \mathfrak{a}_{40,\,\overline{25|}}$$

und daraus ist $f = 1{,}354\ ‰$, wie wenn die Prämienzahlung gleichbleibend wäre, und wieder $h = 1{,}299\ ‰$.

Die Bruttoprämie ist direkt aus dem Ansatze IV bestimmt worden, und die Nettoprämie ergibt sich aus derselben und aus dem Ansatze I zu

$$_t(P) = \frac{_t(\mathfrak{P}) - h}{1{,}03} - f$$

$$\frac{(1 - t \cdot 0{,}03) \cdot 0{,}0523 - 0{,}001299}{1{,}03} - 0{,}001354$$

oder $\qquad _t(P) = 48{,}162\ ‰ - t \cdot 1{,}523\ ‰.$

Die Anfangsnettoprämie ist also ${}_0(P) = 48{,}162\ ‰$ und die jährliche Abnahme zirka 3,16 % derselben. Ansatz I ergibt selbstverständlich wieder die Bruttoprämie

$${}_t(\mathfrak{P}) = (1 - t \cdot 0{,}03) \cdot 52{,}3\ ‰.$$

Aus diesen Ausführungen ersieht man, wie man bei veränderlicher Prämienzahlung durch Benützung der Gleichung IV die Bruttoprämien eindeutig bestimmen kann, falls zwischen diesen Bruttoprämien genügend weitere Beziehungen bestehen; dabei können die Nettoprämien und die Zuschläge noch auf mannigfache Weise auf die Prämienzahlungsdauer verteilt werden.