Mechanisches Modell zur Beschreibung der isometrischen und des dynamischen Muskelkraftverlaufs

Autor(en): **Hörler, Elsbeth**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Jugend und Sport : Fachzeitschrift für Leibesübungen der Eidgenössischen Turn- und Sportschule Magglingen**

Band (Jahr): **29 (1972)**

Heft 8

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-994780

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

FORSCHUNG
TRAINING
WETTKAMPF
Sporttheoretische Beiträge und Mitteilungen

RECHERCHE
ENTRAINEMENT
COMPÉTITION
Complément consacré à la théorie du sport

REDAKTION: FORSCHUNGSINSTITUT DER ETS
RÉDACTION: INSTITUT DE RECHERCHES DE L'EFGS

Mechanisches Modell zur Beschreibung des isometrischen und des dynamischen Muskelkraftverlaufs

Elsbeth Hörler, dipl. Phys. ETH,
Turnlehrerkurse, ETH
(Leiter: Prof. Dr. J. Wartenweiler)

Es wird ein Modell vorgestellt, das den Verlauf der isometrischen und der dynamischen Muskelkraft beschreibt.

In diesem Modell (Fig. 1 und Fig. 2) werden die mechanischen Muskeleigenschaften (Masse, Elastizität, Dämpfung und Kontraktilität) separiert, mit Hilfe der dazugehörigen Bewegungsdifferentialgleichungen behandelt und die Ergebnisse mit experimentellen Werten verglichen.

Die Resultate lassen vermuten, dass Masse, Elastizität und Dämpfung des Muskels optimal aufeinander abgestimmt sind, das heisst, dass die Muskelmasse sich möglichst rasch verschiebt, ohne aber in Schwingung zu geraten, was Energieverlust bedeuten würde.

Die Resultate zeigen zudem, dass

- nur ein Teil des Betrages der isometrischen Kraft Beschleunigung bewirken kann (der andere Teil dient zur Überwindung von Elastizität und Dämpfung im Muskel)
- der isometrische Kraftverlauf ein Spezialfall des dynamischen Kraftverlaufs ist.

Fig. 1. zeigt das Modell in isometrischer Situation (an beiden Seiten befestigt); Fig. 2 zeigt das Modell in dynamischer Situation (einseitig befestigt).

Modell in isometrischer Situation

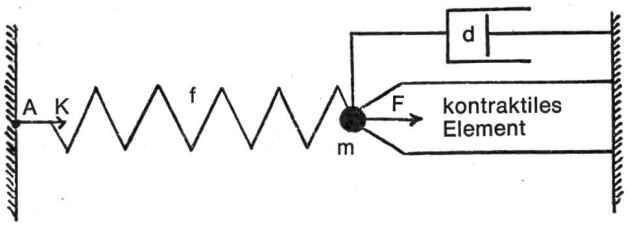

Fig. 1

Modell in dynamischer Situation

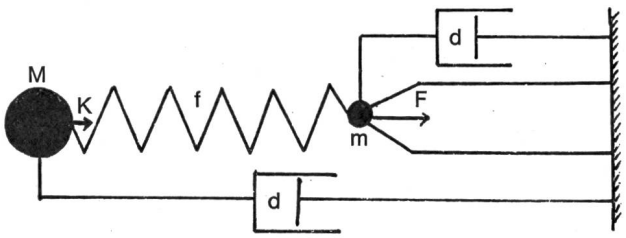

Fig. 2

m: effektive Muskelmasse
f: Federkonstante (wird als vom Anspannungs- bzw. Verkürzungszustand unabhängig betrachtet)
d: Dämpfungskonstante (wird als vom Anspannungs- bzw. Verkürzungszustand unabhängig betrachtet)
F: innere Kraft
M: äussere Masse
K: Muskelkraft
A: Befestigungspunkt der Feder im isometrischen Fall

A Isometrischer Muskelkraftverlauf

Die Kraft K im Punkt A ist proportional zur Verlängerung der Feder, also

$$K = fx \qquad 1$$

x ist die Verschiebung des Massenpunktes m (bzw. die Verlängerung der Feder).
Aus Gleichgewichtsgründen ist die maximale innere Kraft gleich der maximalen Muskelkraft

$$F_{max} = K_{max} \qquad 2$$

Der isometrische Muskelkraftverlauf wird im folgenden unter den zwei Annahmen berechnet, dass die innere Kraft ihren Maximalwert plötzlich oder allmählich erreicht.

1. Die innere Kraft erreicht ihren Maximalwert plötzlich

Aus der Bewegungsdifferentialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + fx = F_{max} = K_{max} \qquad 3$$

mit den Randbedingungen

$$x(0) = 0 \qquad 4a$$

$$\dot{x}(0) = 0 \qquad 4b$$

folgt nach den Regeln zur Auflösung von linearen Differentialgleichungen für den relativen isometrischen Muskelkraftverlauf

$$K/K_{max} = 1 + \frac{b}{a-b} e^{-at} - \frac{a}{a-b} e^{-bt} \qquad 5$$

wobei

$$a, b = \frac{d}{2m} \pm \sqrt{\frac{d^2}{m^2} - \frac{4f}{m}}$$

Die Parameter a und b wurden nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate so bestimmt, dass nach ⑤ berechnete Kurven – gemessene Kurven möglichst gut annähern. An den untersuchten Beispielen hat sich gezeigt, dass dies der Fall ist, wenn a und b nahezu gleich gross sind. In diesem Fall geht die Funktion ⑤ über in

$$K/K_{max} = 1 - (at+1)e^{-at} \qquad 6$$

wobei

$$a = \frac{d}{2m} = \sqrt{\frac{f}{m}} \qquad 7$$

a = b bedeutet, dass Masse, Elastizität und Dämpfung des Muskels optimal aufeinander abgestimmt sind, das heisst die Muskelmasse verschiebt sich so, dass die Kraft möglichst rasch ansteigt, ohne dass der Muskel in Schwingung gerät, was Energieverlust bedeuten würde.

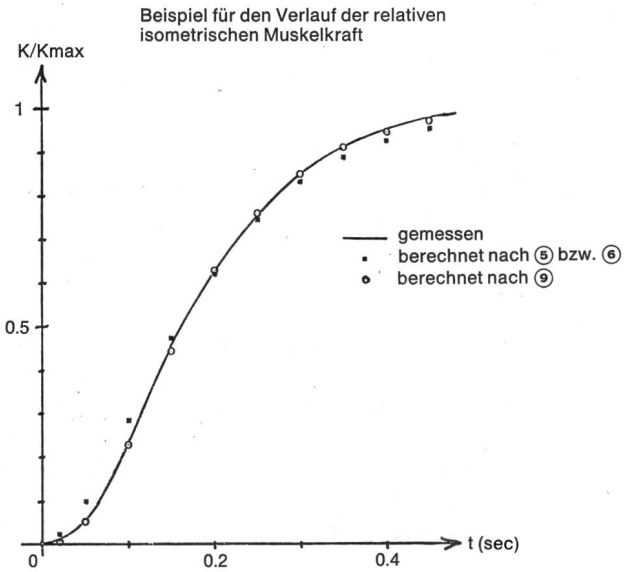

Fig. 3

Fig. 3 zeigt ein Beispiel für einen relativen Muskelkraftverlauf (Unterarmbeuger bei einem Ellbogenwinkel von 60 Grad). Die ausgezogene Linie zeigt die experimentell aufgenommene Kurve (Vredenbregt und Westhoff, Institut for Perception Research, Eindhoven, Holland), die Quadrätchen deuten nach ⑤ bzw. ⑥ berechnete Werte an.

Die entsprechenden Kurven für grössere Ellbogenwinkel sehen ähnlich aus, sind jedoch – für eine bestimmte relative Kraft – steiler. Dies bedeutet, dass der Parameter a bzw. Elastizität und Dämpfung in Wirklichkeit von der Muskellänge abhängig sind.

2. Die innere Kraft erreicht ihren Maximalwert allmählich

Dass die nach ⑤ bzw. ⑥ berechnete isometrische Kraft zu Beginn grösser ist als die gemessene (Fig. 3), lässt vermuten, dass die innere Kraft ihren Maximalwert erst allmählich erreicht. Für den Verlauf der inneren Kraft wird folgende Funktion angenommen:

$$F = F_{max}(1 - e^{-ct}) \qquad 8$$

c ist ein vorerst unbekannter Parameter.

Mit ⑧ erhält man anstelle von ⑥

$$K/K_{max} = 1 + ahte^{-at} + (h^2-1)e^{-at} - h^2e^{-ct}, \qquad 9$$

h = a/(a–c). Optimale Abstimmung ⑦ wurde auch hier vorausgesetzt.

Die beiden Parameter (a und c) wurden auch hier so bestimmt, dass die berechneten Kurven vorgegebene gemessene Kurven möglichst gut angleichen. Die Kreise in Fig. 3 deuten nach ⑨ berechnete Werte an.

Man sieht, dass sich die zweiparametrige Funktion ⑨ besser zur Beschreibung des relativen isometrischen Kraftverlaufs eignet als die zweiparametrige Funktion ⑤.

B Dynamischer Muskelkraftverlauf

Zur Vereinfachung wird angenommen, die innere Kraft erreiche ihren Maximalwert plötzlich.

Im dynamischen Fall ist das Modell nur einseitig befestigt, das heisst, der Massenpunkt M gerät durch Zusammenziehen des kontraktilen Elementes in Bewegung. Die dynamische Kraft (Masse x Beschleunigung) kann aus den Bewegungsdifferentialgleichungen

$$M\ddot{y} + d\dot{y} + fy - fx = 0 \qquad 10a$$

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + fx - fy = K_{max} \qquad 10b$$

mit den Randbedingungen

$$y(0) = \dot{y}(0) = x(0) = \dot{x}(0) = 0 \qquad 11$$

ermittelt werden. x ist die Verschiebung der effektiven Muskelmasse m; y ist die Verschiebung der äusseren Masse M. Für den Verlauf der relativen dynamischen Muskelkraft erhält man entweder

$$K/K_{max} = c_1e^{-\alpha_1 t} + c_2e^{-\alpha_2 t} + c_3e^{-\alpha_3 t} \qquad 12a$$

oder

$$K/K_{max} = c_1e^{-\alpha_1 t} + e^{-\alpha_2 t}(c_2\sin\alpha_3 t + c_3\cos\alpha_3 t) \qquad 12b$$

je nach den Werten von f, d, m und M. Die c und α sind in komplizierter Weise von f, d, m und M abhängig.

Spezialfall

Mit Hilfe von ⑩a kann man leicht zeigen, dass der isometrische Muskelkraftverlauf ein Spezialfall des dynamischen ist:

Falls M unendlich (∞) gross ist, ist keine Bewegung von M möglich, das heisst y, $\dot{y}$ und $\ddot{y}$ sind null; anstelle von ⑩a gilt in diesem Fall

$$M\ddot{y} - fx = 0. \qquad 13$$

Obwohl $\ddot{y}$ null ist, darf $M\ddot{y}$ nicht weggelassen werden, denn M ist ∞, daher $M\ddot{y}$ ein vorerst unbestimmter Ausdruck. Aus ⑬ folgt

$$K = M\ddot{y} = fx \quad .$$

fx ist aber nach ① die isometrische Kraft.

Fig. 4 zeigt den gemessenen Verlauf der relativen dynamischen Muskelkraft (Vredenbregt und Westhoff, Institut for Perception Research, Eindhoven, Holland) für verschiedene Massen M.

Fig. 5 zeigt die nach ⑫ unter Berücksichtigung von ⑦ berechneten Kurven für die gleichen Massen.

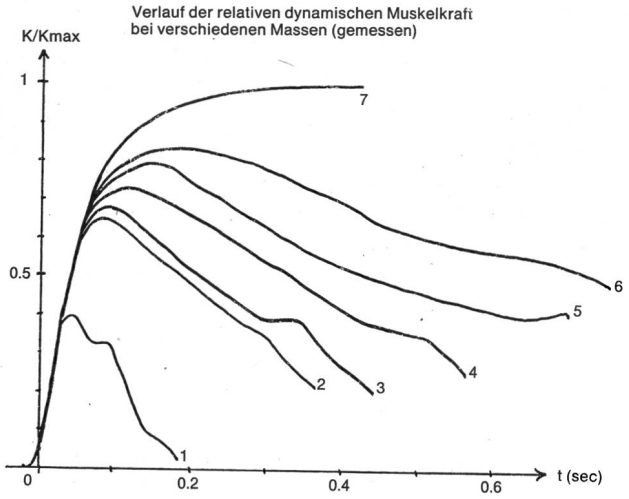

Fig. 4

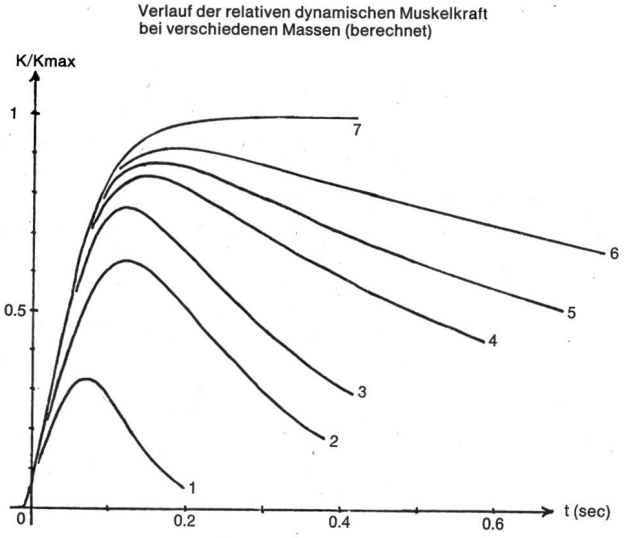

Fig. 5

Die dynamische Kraft ist darum kleiner als die isometrische, weil noch zusätzlich Elastizität und Dämpfung überwunden werden muss. Dass für kleinere Muskellängen die Maximalkraft im allgemeinen etwas kleiner ist als für grössere, trägt zum Abfall der dynamischen Kraftkurven nur wenig bei. Für die effektive Muskelmasse m musste bei guter Anpassung ein grösserer Wert gewählt werden als die Muskelmasse, – wahrscheinlich vor allem darum, weil die Querbewegung des Muskels (die hier nicht berücksichtigt wurde) eine grosse Rolle spielt.

Die kleine Kraft zur Zeit t = 0 entspricht dem Armgewicht, das überwunden werden muss, bevor eine Bewegung stattfinden kann. Dieses wurde in ⑩ und ⑪ nicht berücksichtigt, hingegen bei der Berechnung von Fig. 5.

Le cours de la force musculaire isométrique et dynamique dans un modèle mécanique (résumé)

Le modèle présenté décrit le cours de la force musculaire isométrique et dynamique.

Les résultats révèlent que la masse, l'élasticité et la répression du muscle s'accordent d'une façon optimale, c'est-à-dire que la force augmente avec une rapidité telle qu'elle suffit juste à empêcher que le muscle entre en oscillation.

Les résultats démontrent

- qu'une partie seulement de la valeur de la force isométrique contribue a produire l'accélération (l'autre partie sert à surmonter l'élasticité et la répression dans le muscle).
- que le cours de la force isométrique est un cas particulier du cours de la force dynamique.

Literaturverzeichnis:

J. Vredenbregt und J. M. Westhoff, The dynamic behavior of the human muscle, Report no. 28, Institut for Perception Research, Eindhoven, Holland (1960)

J. Vredenbregt und J. M. Westhoff, Tension-time diagramm of human muscle contraction isometrically at different length, Report no. 105, Institut for Perception Research, Eindhoven, Holland (1961)