TCP-Invarianz der Streumatrix und interpolierende Felder

Autor(en): **Jost, Res**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **36 (1963)**

Heft I

PDF erstellt am: **29.03.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-113357

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

TCP-Invarianz der Streumatrix und interpolierende Felder

von **Res Jost**
Physikalisches Institut der ETH, Zürich

(20. VI. 62)

Summary. Using LSZ interpolation procedure it is (at least formally) shown that a TCP-invariant S-matrix can be interpolated by weakly local fields. Recent papers by HENRY P. STAPP are critizised.

1. Die vorliegende Note greift nochmals den Zusammenhang zwischen der schwachen Lokalität und der TCP-Invarianz (im folgenden als θ-Invarianz bezeichnet) der Streumatrix auf. Dieser Zusammenhang wurde vom Verfasser zwar oft betont [2]), die einfache Rechnung dazu aber immer dem Leser überlassen. Der Anlass, auch diese (übrigens formale) Rechnung zu publizieren, gibt mir das Erscheinen einer in keiner Hinsicht glücklichen Arbeit von HENRY P. STAPP [3]), die den Eindruck erwecken könnte, das TCP-Theorem stehe im Zusammenhang mit den ungelösten Existenzfragen der axiomatischen Feldtheorie. Herr STAPP versucht dann, das TCP-Theorem und den Satz von Spin und Statistik in seiner sogenannten «Axiomatischen S-Matrix-Theorie» zu beweisen. Dieses Unternehmen soll im weiteren in dieser Note kritisiert werden.

2. In diesem Abschnitt werden wir das Interpolationsverfahren, das LEHMANN, SYMANZIK und ZIMMERMANN [1]) zur Abklärung der Grundbegriffe einer S-Matrix-Theorie eingeführt haben, verwenden, um plausibel zu machen, dass die Wightmanschen Axiome ohne Lokalität mit der schwachen Lokalität der Felder nicht im Widerspruch stehen. Wie üblich dispensieren wir uns von den rein algebraischen Komplikationen und behandeln nur den Fall einer einzigen Teilchensorte mit nicht verschwindender Masse, die ungeladen ist und den Spin 0 hat.

$A_{in}(x)$ und $A_{out}(x)$ stellen die reellen, skalaren asymptotischen freien Felder dar. Diese sind durch die Gleichungen

$$A_{out}(x) = S^{-1} A_{in}(x)\, S \tag{1}$$

und

$$\theta\, A_{in}(x)\, \theta = A_{out}(-x), \tag{2}$$

wobei θ eine antiunitäre Involution ist, miteinander verknüpft. Der Vektor Ω gehöre zum Vakuum und sei so normiert, dass

$$\theta\, \Omega = \Omega. \tag{3}$$

Für S machen wir den Ansatz $S = e^{i\eta}$, und η wird nach Wickschen Produkten in $A_{in}(x)$ entwickelt:

$$\eta = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n!} \int h(x_1, \ldots x_n) : A_{in}(x_1) \ldots A_{in}(x_n) : dx_1 \ldots dx_n.$$

Da $S^{-1} S S = S$ ist, muss auch

$$S = e^{i \eta_{out}} \tag{5}$$

mit

$$\eta_{out} = \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n!} \int h(x_1, \ldots x_n) : A_{out}(x_1) \ldots A_{out}(x_n) : dx_1 \ldots dx_n \tag{6}$$

gelten. Wir denken uns $h(x_1, \ldots x_n)$ so normiert, dass auserdem $\eta = \eta_{out}$ gilt.

(4) führt zu einer lorentzinvarianten unitären S-Matrix, falls $h(x_1, \ldots x_n)$ den folgenden Bedingungen genügt:

(a) Symmetrie in $x_1 \ldots x_n$

(b) $\bar{h}(x_1, \ldots x_n) = h(x_1, \ldots x_n)$: Realität

(c) Invarianz bezüglich der Einskomponente der inhomogenen Lorentzgruppe.

Wir präzisieren nun die Bedingungen, die die θ-Invarianz von S garantieren. Offenbar gilt

$$\theta S^{-1} \theta A_{out}(x) \theta S \theta = A_{in}(x), \tag{7}$$

woraus, wegen der Vollständigkeit des Feldes $A_{in}(x)$, die wohlbekannte Gleichung

$$\theta S \theta = S^* \tag{8}$$

folgt. Diese Gleichung ist erfüllt, falls $\theta \eta \theta = \eta$ ist. Nun ist, dank des antiunitären Charakters von θ,

$$\theta : A_{in}(x_1) \ldots A_{in}(x_n) : \theta = : A_{out}(-x_1) \ldots A_{out}(-x_n) :. \tag{9}$$

Daher ist $\theta \eta \theta = \eta$ erfüllt, falls noch

(d) $$h(x_1 \ldots x_n) = h(-x_1, \ldots -x_n)$$

erfüllt ist.

Die Bedingungen (a) bis (d) lassen sich natürlich auch für die Fouriertransformierte von $h(x_1, \ldots x_n)$ schreiben. Sie sind, wegen der Struktur von (4), dann nur auf den Massenschalen relevant. Wir denken uns aber diese Fouriertransformierten so fortgesetzt, dass die Eigenschaften (a) bis (d) für die Fourierinversen immer gelten. Gleichzeitig führen wir noch eine Funktion $h(x_1, x_2, x_3)$ von 3 Variablen ein, die ebenso die Bedingungen (a) bis (d) erfüllen soll.

Die LSZ-Interpolation zwischen $A_{in}(x)$ und $A_{out}(x)$ geht nun von der Formel

$$A_{out}(x) = S^{-1} A_{in}(x) S = A_{in}(x) + i \int_0^1 e^{-i\lambda\eta} [A_{in}(x), \eta] e^{i\lambda\eta} d\lambda \tag{10}$$

aus. Führt man die Kommutation im Integranden aus, so findet man

$$A_{out}(x) = A_{in}(x) - \int \Delta(x-y) \left(\int_0^1 d\lambda\, e^{-i\lambda\eta}\, \vartheta(y)\, e^{i\lambda\eta} \right) dy, \tag{11}$$

wobei als Abkürzung

$$\vartheta(y) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \int h(y, x_1, \ldots x_n) : A_{in}(x_1) \ldots A_{in}(x_n) :$$

steht. Jetzt führt man den interpolierenden Feldoperator durch

$$A(x) = A_{in}(x) + \int dy\, \Delta_{ret}(x-y) \int_0^1 d\lambda\, e^{-i\lambda\eta}\, \vartheta(y)\, e^{i\lambda\eta} \tag{α}$$

ein. Dieser hängt natürlich von der speziellen Art der Extrapolation der Fouriertransformierten von $h(x_1, \ldots x_n)$ ausserhalb der Massenschalen ab. (α) kann wegen (11) auch durch

$$A(x) = A_{out}(x) + \int dy\, \Delta_{av}(x-y) \int_0^1 d\lambda\, e^{-i\lambda\eta}\, \vartheta(y)\, e^{i\lambda\eta} \tag{β}$$

ersetzt werden. Schliesslich kann in den beiden letzten Gleichungen an Stelle von λ die Grösse $1-\lambda$ als Integrationsvariable substituiert werden. Dies ergibt mit (1) die beiden Formeln

$$A(x) = A_{in}(x) + \int dy\, \Delta_{ret}(x-y) \int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\eta}\, \vartheta_{out}(y)\, e^{-i\lambda\eta} \tag{γ}$$

und

$$A(x) = A_{out}(x) + \int dy\, \Delta_{av}(x-y) \int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\eta}\, \vartheta_{out}(y)\, e^{-i\lambda\eta}, \tag{δ}$$

wobei

$$\vartheta_{out}(y) = e^{-i\eta}\, \vartheta(y)\, e^{i\eta}$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \int h(y, x_1, \ldots x_n) : A_{out}(x_1) \ldots A_{out}(x_n) : dx_1 \ldots dx_n$$

bedeutet.

Nun sind wir in der Lage nachzuweisen, dass der Operator θ die Eigenschaft

$$\theta\, A(x)\, \theta = A(-x) \tag{12}$$

hat. In der Tat findet man aus (α) dank der Realität von $\Delta_{ret}(x)$ den Ausdruck

$$\theta\, A(x)\, \theta = A_{out}(-x) + \int dy\, \Delta_{ret}(x-y) \int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\eta}\, \theta\, \vartheta(y)\, \theta\, e^{-i\lambda\eta}. \tag{13}$$

Es ist jedoch wegen (2) und der Eigenschaften (b) und (d) der Funktionen $h(x_1, \ldots x_n)$

$$\theta\, \vartheta(y)\, \theta = \vartheta_{out}\,(-y), \tag{14}$$

so dass

$$\theta\, A(x)\, \theta = A_{out}\,(-x) + \int dy\, \Delta_{ret}\,(x+y) \int_0^1 d\lambda\, e^{i\lambda\eta}\, \vartheta_{out}\,(y)\, e^{-i\lambda\eta} \tag{15}$$

wird. Da aber $\Delta_{ret}(-x) = \Delta_{av}(x)$ ist, ist gemäss (δ) die Formel (12) verifiziert.

Das Feld $A(x)$ erfüllt wenigstens in formaler Weise alle Eigenschaften eines reellen skalaren Wightmanfeldes ausser der Lokalität. Es erfüllt auch die LSZ-Asymptotenbedingung. Weiter gelten die Relationen

$$\begin{aligned}(\Omega, A(x_1) \ldots A(x_n)\, \Omega) &= (\theta\, \Omega, A(x)_1 \ldots A(x_n)\, \theta\, \Omega) \\ &= (\theta\, A(x_1) \ldots A(x_n)\, \theta\, \Omega, \Omega) = (\Omega, A(-x_n) \ldots A\,(-x_1)\, \Omega)\end{aligned} \tag{16}$$

zwischen Wightmanfunktionen. Daraus aber folgt die schwache Lokalität.

Soweit man diesen formalen Überlegungen eine Überzeugungskraft zugesteht, wird man mit dem Autor einig sein, dass im Rahmen der Wightmanaxiome ohne Lokalität die schwache Lokalität mit einer von der Identität verschiedenen S-Matrix verträglich ist, und man folgt vielleicht sogar dem Verfasser in der Auffassung, dass die schwache Lokalität sich im wesentlichen in der θ-Invarianz der S-Matrix erschöpft. In diesem Sinn wäre dann der wesentliche Kern des TCP-Theorems ausschliesslich eine Aussage über die S-Matrix.

3. Man kann den im vorigen Abschnitt dargestellten Zusammenhang zwischen einer θ-invarianten S-Matrix und der Existenz von schwach lokalen interpolierenden Feldern, je nach Standpunkt, interessant oder irrelevant finden. Die letztere Auffassung dürfte von den Physikern um GEOFFREY F. CHEW geteilt werden[5]). Diese scheinen der Meinung zu sein, dass schon längst alle nützlichen und erreichbaren Folgerungen über die S-Matrix aus der lokalen Feldtheorie hergeleitet worden seien und dass es jetzt darum gehe, diese Eigenschaften in vernünftiger Weise zu ergänzen und als Postulate an die Spitze einer S-Matrix-Theorie zu stellen. Sie bekennen sich damit zu einem alten Programm von W. HEISENBERG[6]), das, oft bekämpft, als ausserordentlich wirksames Ferment aus der Entwicklung der Elementarteilchenphysik der letzten 20 Jahre nicht wegzudenken ist.

Das alte Heisenbergsche Programm wird in erster Linie durch Annahmen über die analytische Fortsetzung von S-Matrixelementen ergänzt. Dadurch werden Resultate aus der Theorie der lokalen Felder (Dispersionsrelationen u.ä.) und Vermutungen (Mandelstamsche Vermutung) mit Ideen von L. LANDAU[7]) kombiniert und in nicht sehr überzeugender Weise durch metaphysische Grundsätze untermauert*).

Es sind gerade diese, dem unbefangenen Betrachter am meisten spekulativ erscheinenden Analytizitätseigenschaften, die zum eigentlichen Fundament der Theorie ausersehen werden. Es stellt sich dann das Problem, etwa die θ-Invarianz der S-Matrix

---

*) Die aus der REGGE'schen Analyse der Potentialstreuung entnommenen Elemente brauchen hier nicht diskutiert zu werden.

(an der bisher niemand im Ernst gezweifelt hat) aus den unsicheren Analytizitätseigenschaften herzuleiten. Dem laienhaften Beobachter würde es freilich vernünftiger vorkommen, die analytische Fortsetzung (im sogenannten physikalischen Blatt) durch die Annahme der θ-Invarianz einzuschränken.

Dass nämlich zwischen der θ-Invarianz – die eine Beziehung zwischen Elementen der Matrix beinhaltet – und den Analytizitätseigenschaften der S-Matrix – die gewisse Matrixelemente durch analytische Fortsetzung miteinander verbindet – im allgemeinen ein Zusammenhang bestehen muss, ist von vornherein klar.

Nun ist HENRY P. STAPP[3]) vor einiger Zeit mit einer eigentlichen Axiomatisierung der Chewschen S-Matrix-Theorie hervorgetreten, wobei er als erste Anwendung das TCP-Theorem und den Satz von Spin und Statistik herzuleiten versucht. Uns scheint, dass Herr STAPP, der es andern Physikern gegenüber an wahlloser Kritik nicht fehlen lässt, in eigener Sache auch diejenige Selbstkritik und Schärfe der Formulierung vermissen lässt, die man von einer physikalischen Arbeit zu verlangen gewohnt ist und die man zu verlangen ein Recht hat, wenn die Arbeit sich als axiomatische Untersuchung anpreist*).

4. Wir möchten diesen Sachverhalt am Beispiel des Beweises für das TCP-Theorem illustrieren.

Wie üblich versucht Herr STAPP die Tatsache, dass die Operation PT zur Einskomponente der komplexen Lorentzgruppe gehört, nutzbar zu machen. Er muss daher die Kovarianz der Streuamplituden auch hinsichtlich der komplexen Lorentzgruppe nachweisen. Dies ist, bei vorausgesetzter Analytizität, im Kleinen bekanntlich trivial. Im Grossen dagegen ergeben sich durchaus nicht triviale Eindeutigkeitsfragen, die für den Fall der «forward tubes» von V. BARGMANN, D. HALL und A. WIGHTMAN[8]) in bewundernswürdiger Weise beantwortet werden konnten.

Herr STAPP erledigt diese Fragen in dem Satz: "By the method of HALL and WIGHTMAN one can show that the validity of Eq. (5.1) [L_+-Kovarianz der Streuamplitude] for real k_i and real orthochronous proper homogeneous Lorentz transformations implies its validity also for the complex Lorentz transformations continuously connected to unity, the k_i ranging then over the domain generated from the original one by the complex Lorentz transformations".

Es ist kaum möglich aus diesem Satz klug zu werden.

Nun vermuten wir freilich, dass die Postulate der kritisierten Arbeit so zu interpretieren sind, dass das TCP-Theorem tatsächlich trivial wahr ist. Doch scheint es nicht angezeigt, in dieser unklaren Angelegenheit sich auf Deutungsversuche einzulassen.

Das Hauptübel besteht bei Herrn STAPP eben darin, dass er sich die Probleme nicht eigentlich überlegt hat, sondern sklavisch die bekannten Beweismethoden nachmacht, wobei er offenbar hofft, dass sich dann der Erfolg auch einstellen werde.

5. Mit wenig Worten lässt sich der zweite Programmpunkt der Stappschen Arbeit, die Herleitung des Satzes von Spin und Statistik, behandeln. Hier wird das erstrebte Ziel, wie der Autor selber bemerkt, nicht erreicht. Die Spaltung eines komplexen Feldes

---

*) Der Titel «Axiomatic S-Matrix Theory» wurde von Herrn STAPP für sein «invited paper» am New York Meeting der A.P.S. gewählt. Ich danke Herrn STAPP für die Zustellung seines Vortrages vor dessen Publikation.

in Real- und Imaginärteil ist beim Vorhandensein einer Eichgruppe unphysikalisch und in einer Theorie, die den Ehrgeiz hat, nur mit messbaren Grössen zu arbeiten, unstatthaft. Bekanntlich konnte G. F. DELL'ANTONIO[9]) in der Wightmanschen Feldtheorie den Satz von Spin und Statistik ohne diese Spaltung beweisen.

Man mag daraus immerhin entnehmen, dass sich die axiomatische Feldtheorie in den letzten Jahren weiterentwickelt hat. Hier muss besonders eine Arbeit von D. RUELLE[10]) erwähnt werden, da durch sie der schwerwiegendste Einwand gegen die bisherige Behandlung von Spin und Statistik in der axiomatischen Feldtheorie behoben ist: man kann jetzt, was zuvor nicht möglich war, unter natürlichen Bedingungen, Teilchen und eine S-Matrix in eine Wightmansche Feldtheorie einführen. Für diese Teilchen gilt dann der Satz von Spin und Statistik.

6. Die Stappsche Arbeit gipfelt schliesslich in dem Nachweis, dass die Singularitäten der S-Matrix im physikalischen Blatt, die durch die Unitarität bestimmt sind, identisch sind mit den Singularitäten, die sich aus der Störungsreihe ergeben. Hierüber wird man aber wohl lieber die Arbeiten eines andern Autors zu Rate ziehen[11]).

Literatur

[1]) H. LEHMANN, K. SYMANZIK und W. ZIMMERMANN, Nuovo Cimento *6*, 319 (1957).

[2]) R. JOST, in *Theoretical Physics in the Twentieth Century*, Interscience 1960, p. 133, und in *Field Theory and the Many-Body Problem*, Academic Press 1961, p. 138.

[3]) H. P. STAPP, Phys. Rev. *125*, 2129 (1962) und *Axiomatic S-Matrix Theory*, invited paper am New-York-Meeting der A.P.S. Frühjahr 1962, Revs. Modern Phys. *34*, 390 (1962).

[5]) G. F. CHEW, *S-Matrix Theory of Strong Interactions*, New York 1961; *S-Matrix Theory of Strong Interactions without Elementary Particles*, invited paper am New-York-Meeting der A.P.S., Frühjahr 1962, Revs. Modern Phys. *34*, 394 (1962). Wir danken Herrn CHEW für die Zusendung des Vorausdrucks.

[6]) W. HEISENBERG, Z. Physik *120*, 513 und 673 (1943).

[7]) L. D. LANDAU, in *Ninth International Annual Conference on High Energy Physics*, Kiev, 1959 (Academy of Science, Moscov 1960).

[8]) D. HALL und A. S. WIGHTMAN; Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. *31* (1957), No. 5.

[9]) G. F. DELL'ANTONIO, Ann. Phys. (New York) *16*, 153 (1961).

[10]) D. RUELLE, Helv. Phys. Acta, *35*, 147 (1962).

[11]) J. C. POLKINGHORNE, *Analyticity and Unitarity I* und *II*, Nuovo Cimento *23*, 360 (1962); *25*, 901 (1962).