Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 6 (1933)
Heft: VI

Artikel: Über selbsterregte nichtlineare Röhrenschwingungen. Schluss
Autor: Straub, Hans
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-110281

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Über selbsterregte nichtlineare Röhrenschwingungen

von **Hans Straub** (Schluss).

(24. V. 33.)

C. Experimentell-numerischer Teil.

1. Messanordnung und Messverfahren.

Die Messapparatur bestand aus 3 Leitergruppen: aus dem Relaxationsschwingungskreis, dem Oszillographensystem und einem Hilfskreis, der die zur Erzeugung der Lissajous'schen Figuren benötigten Sinusschwingungen zu liefern hatte. Als Schwingröhre des Kippkreises diente eine Doppelgitterröhre Philips D VI, deren $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_g)$-, $(\mathfrak{J}_g, \mathfrak{E}_g)$- und $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_r)$-Charakteristikenscharen für eine Anodenspannung von 35 Volt in den Figuren 3a, 3b abgebildet sind. Die Gleichströme der verschiedenen Leiterzweige wurden mit technischen Gleichstrominstrumenten im Nebenschluss gemessen; während die Anodenspannung der ständigen Kontrolle eines Präzisionsvoltmeters von Siemens & Halske unterlag, wurden die auf den Verkettungspunkt bezogenen Gleichspannungen der beiden Gitter mit Hilfe eines Galvanometers über einen so grossen Widerstand (ca. 1 Megohm) ermittelt, dass eine merkliche Beeinflussung des Schwingungsvorgangs durch dessen Einschaltung nicht zu beobachten war. Der Verlauf der Gitterwechselspannungen wurde durch die photographische Aufnahme der in einem Oszillographen (Western Electric Company, Type 224 A) erzeugten Lissajous'schen Figuren festgehalten. Die Oszillographenröhre wurde mit ca. 6 Volt Heizspannung und mit einer Anodenspannung von 300 Volt betrieben und samt dem Photographenapparat vollkommen lichtdicht abgeschlossen, um die erzeugten Bilder ungestört aufnehmen zu können. Die Belichtungszeit betrug durchschnittlich 2—3 Minuten und verlangte eine gute Konstanz der Betriebsbedingungen, besonders ein absolutes Festhalten des Synchronismus der beiden Schwingungen, was natürlich nur durch die Koppelung von Kipp- und Hilfsschwingungskreis zu erreichen war. Glücklicherweise ist der Synchronismus wegen des leichten „Mitnehmens" der Kippschwingungen schon bei losester Koppelung (mehrere Meter Abstand der beiden Kreise, selbst ohne Verwendung von zusätzlicher

Selbstinduktion) gewährleistet, ohne dass eine merkliche Beeinflussung der Instrumentablesungen und des Schwingungsverlaufs auch für eine gegenüber der endgültigen Aufnahme wesentlich verstärkte Kopplung zu beobachten gewesen wäre.

Der Gesamtverlauf einer einzelnen Messung gestaltete sich folgendermassen: Vor jeder Ablesung mussten, um Änderungen des Schwingungsvorgangs während der Messung zu vermeiden, die Röhren mindestens eine halbe Stunde eingebrannt werden; dann wurden alle Gleichströme abgelesen und nacheinander, nur unterbrochen durch die Beobachtung der entsprechenden Gleichwerte am Fernrohr des Galvanometers, die Anodenspannung und die beiden Gitterspannungen photographisch registriert. Zum Schluss wurden die beiden Gitterspannungen, um deren Phasendifferenz zu erhalten, gleichzeitig (unter Ausschaltung der Hilfsschwingung) an die beiden Plattenpaare des Oszillographen gelegt. Zu erwähnen ist noch der Umstand, dass im Verlauf aller Messungen an die nicht am Oszillographen liegenden Elektroden der Doppelgitterröhre zu Kompensationszwecken je eine der Kapazität der Braun'schen Röhre samt Zuleitungen entsprechende Kapazität von ca. 200 cm gelegt wurde.

2. Zusammenstellung der gemessenen Grössen.

a) Kapazitätsschaltung.

Bekannt sind die Grössenwerte der Träger des elektrischen Feldes:

W und R = die Widerstände in den nach ihnen benannten Leiterteilen,

R_A = Widerstand zwischen Anode und Galvanometer,

R_r = Widerstand zwischen Raumladegitter und Galvanometer.

Diese beiden Widerstände dienen, wie erwähnt, zur Spannungsnungsmessung; als entsprechender Widerstand zwischen Steuergitter und Galvanometer wurde R benützt. Weiter ist gegeben:

C = Kopplungskapazität zwischen den beiden Gittern der Tetrode,

C_1 = Raumladegitter-Kathode-Kapazität,

C_2 = Steuergitter-Kathode-Kapazität,

C_3 = Steuergitter-Anode-Kapazität,

C_4 = Anode-Kathode-Kapazität; diese letztere übt auf die Schwingung kaum einen Einfluss aus. Die Kapazitäten C_1, C_2, C_3, C_4 haben aus dem oben angeführten Grund alle denselben Betrag von ca. 200 cm.

L = die im W-Kreis eingeschaltete Selbstinduktivität.

Die direkt gemessenen Gleichwerte sind: J_h, J_A, $J_w = J_r$, $J_g = J_R$; $E_A = E$, E_g, E_r. Oszillographisch gemessen, also in ihrem ganzen zeitlichen Verlauf bekannt sind $\mathfrak{E}_r$ und $\mathfrak{E}_g$ und deren gegenseitige Phasenlage.

b) Selbstinduktionsschaltung.

Ausser den schon genannten Grössen resp. an Stelle von i_c wurden die durch die Selbstinduktionen L und F (mit den Widerständen W_F und W_L) fliessenden Gleichströme J_L und J_F registriert.

3. Messergebnisse und deren Auswertung.

Aus den gemessenen Grössen lassen sich die übrigen ohne weiteres rechnerisch ermitteln. Mit Hilfe der Gleichstrom-Charakteristiken der Doppelgitterröhre (s. Fig. 3) ergibt sich aus den gemessenen Wechselspannungen der Verlauf des Anodenstroms $\mathfrak{J}_A$ und der beiden Gitterströme $\mathfrak{J}_r$ und $\mathfrak{J}_g$, deren zeichnerisch gefundene Mittelwerte mit den gemessenen Gleichwerten J_r, J_g übereinstimmen müssen.

Die übrigen Stromwerte errechnen sich im Falle der Kapazitätsschaltung aus den Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{J}_w = \frac{E - \mathfrak{E}_r}{W} \qquad \mathfrak{J}_R = \frac{\mathfrak{E}_g}{R} \\
&i_{c_1} = -C_1 \frac{d\,\mathfrak{E}_r}{dt} \qquad i_{c_2} = C_2 \frac{d\,\mathfrak{E}_g}{dt} \qquad i_{c_3} = C_3 \frac{d\,\mathfrak{E}_g}{dt} \\
&i_c = \mathfrak{J}_R + \mathfrak{J}_g + i_{c_2} + i_{c_3} = \frac{\mathfrak{E}_g}{R} + \mathfrak{J}_g + (C_2 + C_3)\frac{d\,\mathfrak{E}_g}{dt} = C\,\frac{d\,(\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g)}{dt}
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Als Kontrollgleichung kann $\mathfrak{J}_r + i_c = \mathfrak{J}_w + i_{c_1}$ dienen.

Einiges Interesse beanspruchen weiterhin die Ausdrücke für die in den verschiedenen Leiterzweigen umgesetzten Energiebeträge und die daraus berechneten Nutzeffekte. Die von der Batterie gelieferte Energie

$$N_b = \int_0^t E_A \mathfrak{J}\, d\tau = \int_0^t E_A (\mathfrak{J}_A + \mathfrak{J}_w + i_{c_3})\, d\tau \qquad (2)$$

ist gleich der im Gesamtsystem während der Zeit t zum Teil in Wärme verwandelten, zum Teil in den Kapazitäten und einer allfälligen Selbstinduktion aufgespeicherten Energie:

$$\begin{aligned}
N_s = \int_0^t [&E_A \mathfrak{J}_A + \mathfrak{J}_r \mathfrak{E}_r + \mathfrak{J}_g \mathfrak{E}_g + \mathfrak{J}_R \mathfrak{E}_g + \mathfrak{J}_w (E_A - \mathfrak{E}_r) + \\
&+ i_c (\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g) - i_{c_1} \mathfrak{E}_r + i_{c_2} \mathfrak{E}_g - i_{c_3} (E_A - \mathfrak{E}_g)]\, d\tau. \qquad (3)
\end{aligned}$$

Hievon geben die drei ersten Terme die an den drei Tetrodenplatten und die beiden folgenden Glieder die in den zwei Widerständen R und W in Wärme verwandelten Energiebeträge an, während die vier letzten Glieder die in den Kapazitäten ohne Wärmeverlust fluktuierenden Energiebeträge darstellen. Bedenkt man, dass

$$J_r = J_w,$$

zerlegt in den beiden Ausdrücken für N_B und N_s die elektrischen Grössen in ihre Gleich- und Wechselanteile, so wird:

$$N_b - N_s = \int_0^t [\mathfrak{E}_r(i_r - i_w + i_c - i_{c_1}) + \mathfrak{E}_g(i_g + i_R - i_c + i_{c_2} + i_{c_3})]\, d\tau = 0 \qquad (4)$$

oder nach Integration über eine Periode

$$\overline{N_b - N_s} = \int_0^T [e_r(i_r - i_w) + e_g(i_g + i_R)\ d\tau = 0. \qquad (5)$$

Bedenkt man ferner, dass $e_r = -e_w$, so lässt sich die vorige Gleichung auch in der Form

$$\int_0^T [(e_r i_r + i_g e_g) + (e_w i_w + i_R e_g)]\ d\tau = 0 \qquad (5a)$$

schreiben, welche zum Ausdruck bringt, dass die von der Röhre gelieferte Wechselstromenergie in den Widerständen R und W verzehrt wird. Auf Grund der Gleichung $J_g = -J_R$ kann (5) auch in der vielfach bequemer auszuwertenden Form

$$\int_0^T [e_r(i_r - i_w) + \mathfrak{E}_g(\mathfrak{J}_g + \mathfrak{J}_R)]\, d\tau = 0 \qquad (5b)$$

geschrieben werden.

Daraus lassen sich für den Nutzeffekt, je nach dessen Definition, folgende Ausdrücke aufstellen. Richtet man sein Augenmerk nur auf den Energieumsatz an der zwischen Verkettungspunkt und Raumladegitter wirksamen Wechselstromquelle, so wird man als Nutzeffekt das Verhältnis

$$\eta_r = -\int_0^T \frac{i_r e_r\, d\tau}{I_r E_r} \qquad (6a)$$

ansprechen. Mit grösserer Berechtigung wird man aber das Ver-

hältnis der gesamten von der Röhre geleisteten Wechselstromenergie zu der an dieselbe abgegebene Gleichstromenergie

$$\eta_1 = -\int_0^T \frac{(e_r\, i_r + i_g\, e_g)\, d\tau}{E_A\, J_A + J_r\, E_r + E_g\, J_g} \tag{6b}$$

solchermassen bezeichnen. Will man aber die gesamte zur Verfügung stehende Wechselstromenergie mit der von der Batterie geleisteten Energie vergleichen, so hat man den Ausdruck

$$\eta_2 = -\frac{\int_0^T (e_r\, i_r + e_g\, i_g)\, d\tau}{E_A\, (J_A + J_w)} \tag{6c}$$

zu verwenden.

Im Falle der Selbstinduktionsschaltung lauten die den Gleichungen (1) entsprechenden Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} &\mathfrak{J}_w = \frac{E' - \mathfrak{E}_r}{W},\ \mathfrak{J}_R = \frac{\mathfrak{E}_g}{R},\ \mathfrak{J}_L = \mathfrak{J}_g + \mathfrak{J}_R + i_{c_2} + i_{c_3} - i_{c_L} = \frac{1}{L}\int (\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g)\, dt \\ &i_{c_L} = C\,\frac{d\,(\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g)}{dt},\ i_{c_1} = -C_1\,\frac{d\,\mathfrak{E}_r}{dt},\ i_{c_2} = C_2\,\frac{d\,\mathfrak{E}_g}{dt},\ i_{c_3} = C_3\,\frac{d\,\mathfrak{E}_g}{dt} \\ &\qquad \mathfrak{J}_F = \mathfrak{J}_L + i_{c_L} + \mathfrak{J}_r - \mathfrak{J}_w - i_{c_1}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} N_b &= \int_0^t [E_A(\mathfrak{J}_A + i_{c_3}) + E'(\mathfrak{J}_r - i_{c_1})]\, dt = \\ &= \int [E_A(\mathfrak{J}_A + i_{c_3}) + E'(\mathfrak{J}_F + \mathfrak{J}_w - \mathfrak{J}_{c_L} - \mathfrak{J}_L]\, d\tau \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} N_s = \int_0^t [&\mathfrak{J}_A E_A + \mathfrak{J}_r \mathfrak{E}_r + \mathfrak{E}_g(\mathfrak{J}_g + \mathfrak{J}_R) + (\mathfrak{J}_w + \mathfrak{J}_F)(E' - \mathfrak{E}_r) + \mathfrak{J}_L(\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g - E') \\ &+ i_{c_L}(\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g - E') - i_{c_1}\mathfrak{E}_r + i_{c_2}\mathfrak{E}_g - i_{c_3}(\mathfrak{E}_g - E_A)]\, d\tau \end{aligned} \tag{9}$$

und wenn man bedenkt, dass

$$J_r + J_L = J_F + J_w \qquad \text{und} \qquad J_g + J_R = J_L\,,$$

so wird

$$\begin{aligned} N_s - N_b = \int_0^t [&\mathfrak{E}_r(i_r + i_L + i_{c_L} - i_w - i_F - i_{c_1}) + \\ &+ \mathfrak{E}_g(i_g + i_R - i_L - i_{c_L} + i_{c_2} + i_{c_3})]\, d\tau = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

oder

$$\int_0^T [(e_r i_r + e_g i_g) + (e_w i_w + e_F i_F + e_g i_R)]\, d\tau = 0, \tag{11}$$

d. h. die von der Röhre abgegebene ist gleich der in den Widerständen R, W und W_F in Wärme verwandelten Wechselstromenergie. Für die Nutzeffekte gelten den Formeln (6) entsprechende Ausdrücke.

Die Ergebnisse der Wechselspannungsmessungen und die daraus mittels der Formeln (1) und (7) errechneten Strom- und Energiewerte und Arbeitscharakteristiken sind teilweise in den Taf. 5—9 aufgezeichnet. Eine vollständige Durchrechnung erfuhren 8 Messreihen; von diesen Ergebnissen wurden hier nur diejenigen der Messreihen IV, V, VIII in den Taf. 5—7 etwas ausführlicher reproduziert, während von den Messreihen III (Fig. 8) und VI (Fig. 9) ausser den photographischen Aufnahmen (Fig. 8a, 9a) der Lissajous'schen Figuren nur die daraus unmittelbar entnommenen Spannungskurven und die $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_g)$-Arbeitscharakteristiken eine Wiedergabe fanden. Die Beträge der Spannungs- und Strom mittelwerte, der Widerstände, Kapazitäten und Selbstinduktionen stehen jeweilen am Kopf der Kurventafeln. Zur nähern Erklärung der Vorgänge ziehen wir am besten die Resultate dieser ausgesuchten Messreihen heran.

Wählen wir beispielsweise aus den vier ersten Messreihen, die sich alle auf reine Kapazitätsschwingungen beziehen, die Messreihe IV (Fig. 5). In dem durch die Werte $\mathfrak{E}_g = 0{,}4$ Volt und $\mathfrak{E}_r = 17$ Volt charakterisierten Zustand, der auch ungefähr den Mittelwerten der entsprechenden elektrischen Grössen entspricht, ist nach den Tafeln 3 der statischen Charakteristiken $\mathfrak{J}_r = 0{,}84$ MA. Dieser Zustand ist auf Grund der Labilitätsbedingung $\bar{b}_1 = \bar{A}_1 - S < 0$ (s. Formel IIIa, S. 346) nicht stabil. Denn an dieser Stelle ist

$$\bar{A}_1 = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{C_1}{C}\right) + \frac{1}{W}\left(1 + \frac{C_1 + C_2}{C}\right) \sim 7{,}1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{Ohm}},$$

während die Steilheit $S = 8{,}10^{-5}$ 1/Ohm beträgt. Das System wird also ins Gleiten geraten und zwar, wie wir annehmen wollen, nach der Seite zunehmender $\mathfrak{E}_g$ oder abnehmender $\mathfrak{J}_r$. Wenn $\mathfrak{J}_r$ nur eine Funktion von $\mathfrak{E}_g$ wäre, so würde sich das System längs einer statischen Charakteristik bewegen; im Falle der Aufrechterhaltung einer konstanten Potentialdifferenz zwischen den beiden Gittern spielte sich die Schwingung auf einem Kurvenstück der Fig. 4 ab. In Wirklichkeit verläuft aber der Vorgang, wie aus der Arbeitscharakteristik (Fig. 5a) ersichtlich ist, in den beiden Richtungen nicht in derselben Weise, da, wie früher betont, $\mathfrak{J}_r$ eine Funktion der beiden Gitterspannungen $\mathfrak{E}_g$ und $\mathfrak{E}_r$ ist. In

jähem Sprung gelangt das System in den Zustand maximaler Steuergitterspannung ($\mathfrak{E}_g = 3{,}5$ Volt, $\mathfrak{E}_r = 20{,}5$ Volt, $\mathfrak{J}_r = 0{,}64$ MA). In dieser Gegend wäre auf Grund des geringen Betrages der Steilheit eine stabile Gleichgewichtslage vorhanden, wenn sich nicht wegen des Ableitungswiderstandes R das Steuergitter langsam entladen würde. Diese Spannungsabnahme überträgt sich auf das Raumladegitter, bis das System in das labile Gebiet gerät. Dies findet etwa bei der Schwingungsphase $\varphi = 345^0$ statt, wo $\mathfrak{E}_g = -1{,}75$ Volt und $\mathfrak{E}_r = 17{,}75$ Volt ist und die Steilheit der

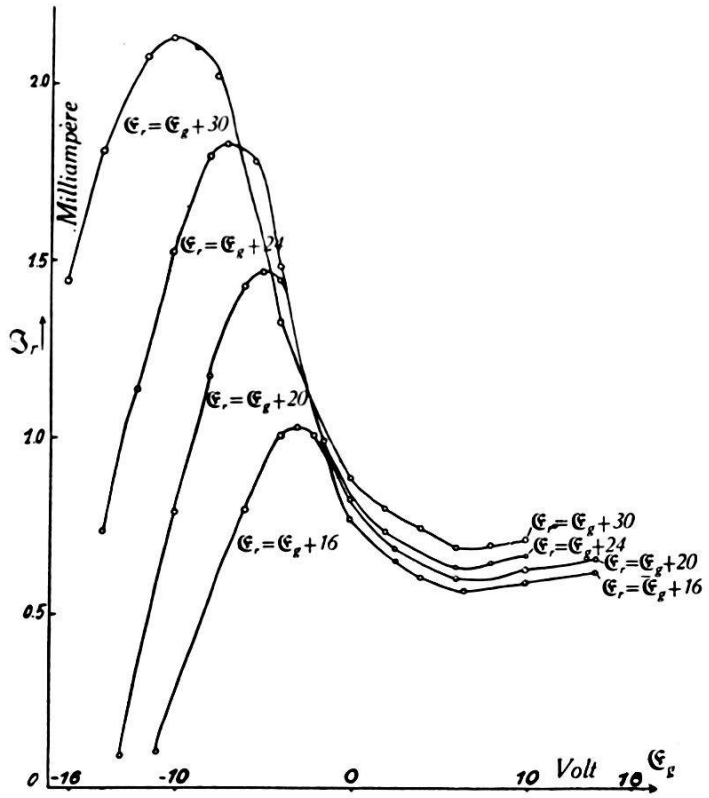

Fig. 4.

$E_A = 35$ Volt. $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_g)$ – Charakteristiken für $\mathfrak{E}_r = \mathfrak{E}_g +$ const.

dynamischen Charakteristik grösser als der reziproke Gesamtwiderstand der Schaltelemente wird. Bei $\varphi = 360^0$ ist der Zustand minimaler Steuergitterspannung ($\mathfrak{E}_g = -6$ Volt, $\mathfrak{E}_r = 12$ Volt, $\mathfrak{J}_r = 1{,}126$ MA) erreicht und die Steilheit $S \sim 4 \cdot 10^{-5}$ 1/Ohm geworden, d. h. der Wechselstromenergieverlust übertrifft die Energieerzeugung. Dieser Zustand hat aber wegen der Steuergitterableitung keine Dauer, das System gleitet langsam in die labile Zone, die etwa bei $\varphi = 105^0$ ($\mathfrak{E}_g = -2{,}5$ Volt, $\mathfrak{E}_r = 13{,}7$ Volt) beginnt, womit der Zyklus geschlossen ist. Unterdessen haben auch die Ströme $\mathfrak{J}_r$ und $\mathfrak{J}_w$ ihren Kreislauf beendigt, nur ist deren Verlauf im wesentlichen reziprok zu demjenigen der Spannungen, und zwar für $\mathfrak{J}_w$ wegen dessen Proportionalität zu

$E - \mathfrak{E}_r$ und für $\mathfrak{J}_r$ wegen der fallenden $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_g)$-Charakteristik. Die Stromspitze für $\mathfrak{J}_r$ zwischen $\varphi = 350^0$ bis 360^0 verdankt ihre Entstehung den sich bei rapiden Gitterspannungsänderungen in stärkerem Masse bildenden Stromstössen in den Kapazitäten,

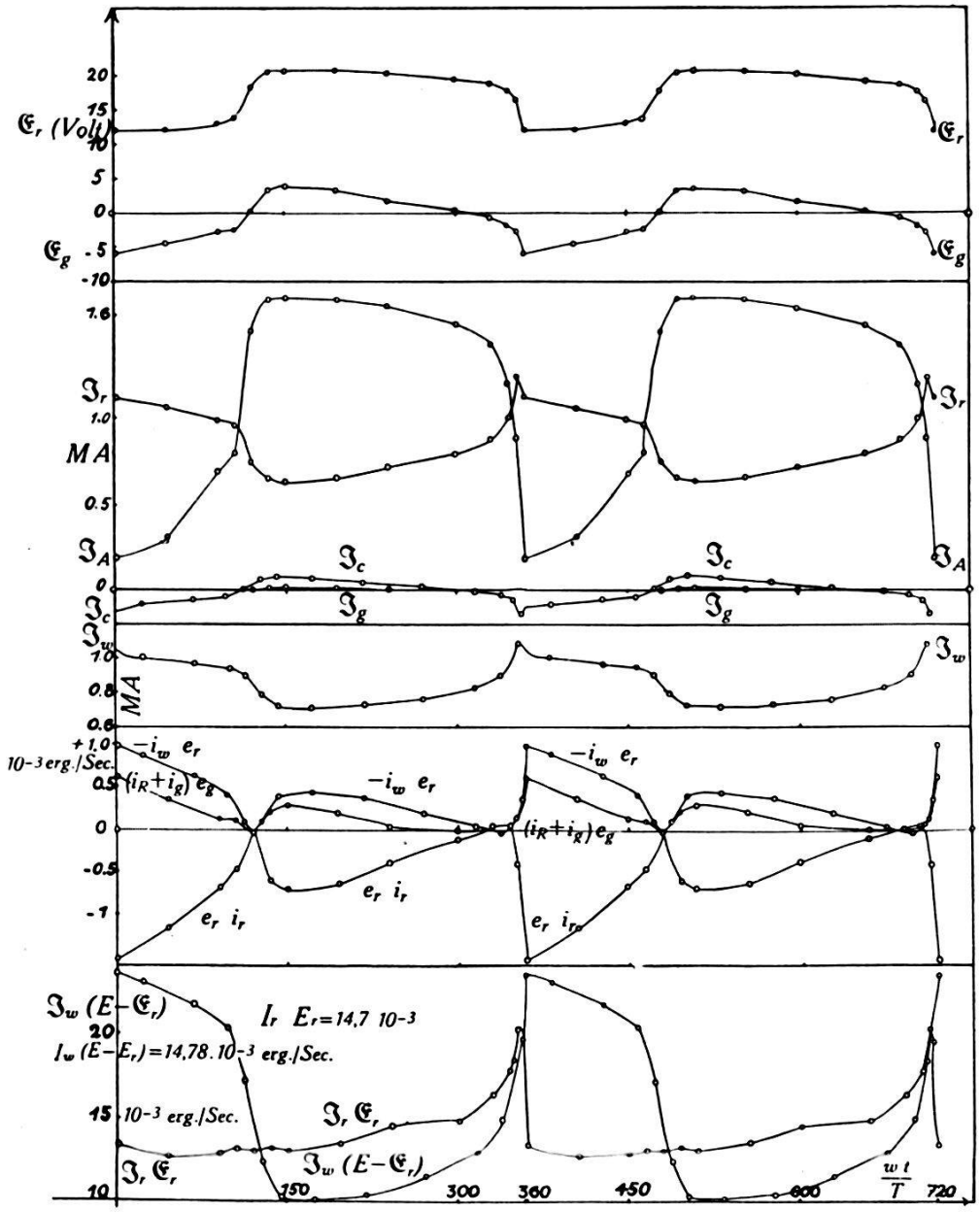

Fig. 5.

$C = 3 \cdot 10^{-3}$ MF, $R = 58\,000\ \Omega$, $W = 20\,090\ \Omega$, $E_A = 34{,}9$ Volt, $E_r = 17{,}4$ Volt, $E_g = -0{,}4$ Volt, $J_A = 1{,}21$ MA, $J_r = 0{,}84$ MA, $n = 2100$ Per./sec.

deren Wechselstromwiderstand im Sprunggebiet auf die Grössenordnung der Ohm'schen Widerstände sinkt. Der Steuergitterstrom ist beinahe zu vernachlässigen, so dass der im Steuergitterableitwiderstand fliessende Strom $\mathfrak{J}_R$ sich nur wenig vom Kapazitätsstrom $\mathfrak{J}_c$ unterscheidet und damit beide Ströme im wesentlichen der Steuergitterspannung parallel gehen.

Eine Reihe weiterer Kurven veranschaulicht die energetischen Verhältnisse in den verschiedenen Leiterzweigen. Dabei beziehen sich die drei ersten Leistungskurven auf den reinen Wechselstromanteil $(i_r e_r, -i_w e_r, (i_R + i_g) e_g$, die zwei übrigen auf die totale Leistung $\mathfrak{E}_r \mathfrak{J}_r = E_r J_r + J_r e_r + E_r i_r + e_r i_r$ und $\mathfrak{J}_w (E - \mathfrak{E}_r)$. Die Fig. 5 zeigt deutlich, dass der zwischen Kathode und Raumladegitter liegende Röhrenabschnitt in der vorliegenden Schaltung als Generator wirkt. Streng genommen ist dies nur im Phasenabschnitt $\varphi = -2^0$ bis 240^0 der Fall und während der übrigen Zeit verzehrt die Maschine Energie; der reine Wechsel-

Fig. 5a. Fig. 5b.

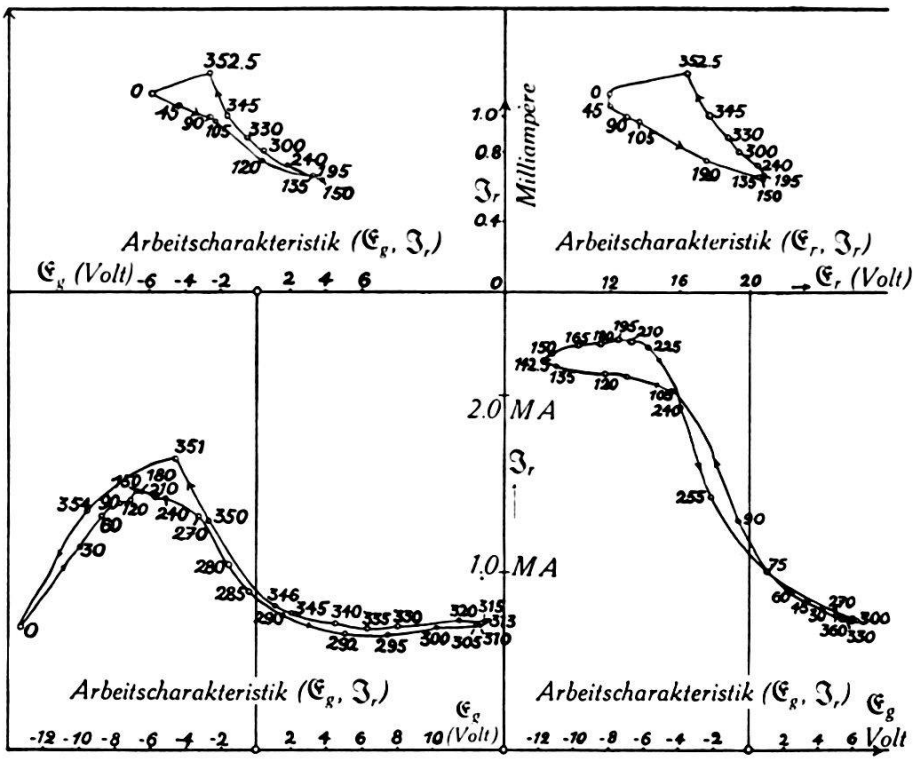

Fig. 6a. Fig. 7a.

stromanteil dagegen ist praktisch immer negativ. Der Wert der pro Sekunde erzeugten Wechselstromenergie beträgt ca. $0{,}6 \cdot 10^{-3}$ erg, davon werden etwa $^3/_4$ im Widerstand W und der Rest in R und am Steuergitter in Wärme verwandelt. Bei Betrachtung der auf den Widerstand W bezüglichen Leistungskurven fällt der grosse Betrag der gemischten (Ei, Je) gegen die reinen Wechselstromenergieglieder auf. Er lässt sich zum Teil auf die Strömung in der Kopplungskapazität zurückführen, in der während jeder Halbperiode $\frac{T}{2}$ eine Energie von mehr als $\frac{0{,}8 \cdot 10^{-3} T}{2}$ erg durchfliesst. Etwa eine Zehnerpotenz geringer ist die in C_1 pulsierende Energie und zu vernachlässigen ist der Anteil von C_2 (nicht reproduziert).

Die Einschaltung einer Selbstinduktion bewirkt eine Erhöhung der Schwingungsamplituden und eine Zerstörung des angenähert symmetrischen Charakters der Schwingungen (s. Fig. 6). Diese beiden Eigenschaften hängen eng miteinander zusammen: Wegen

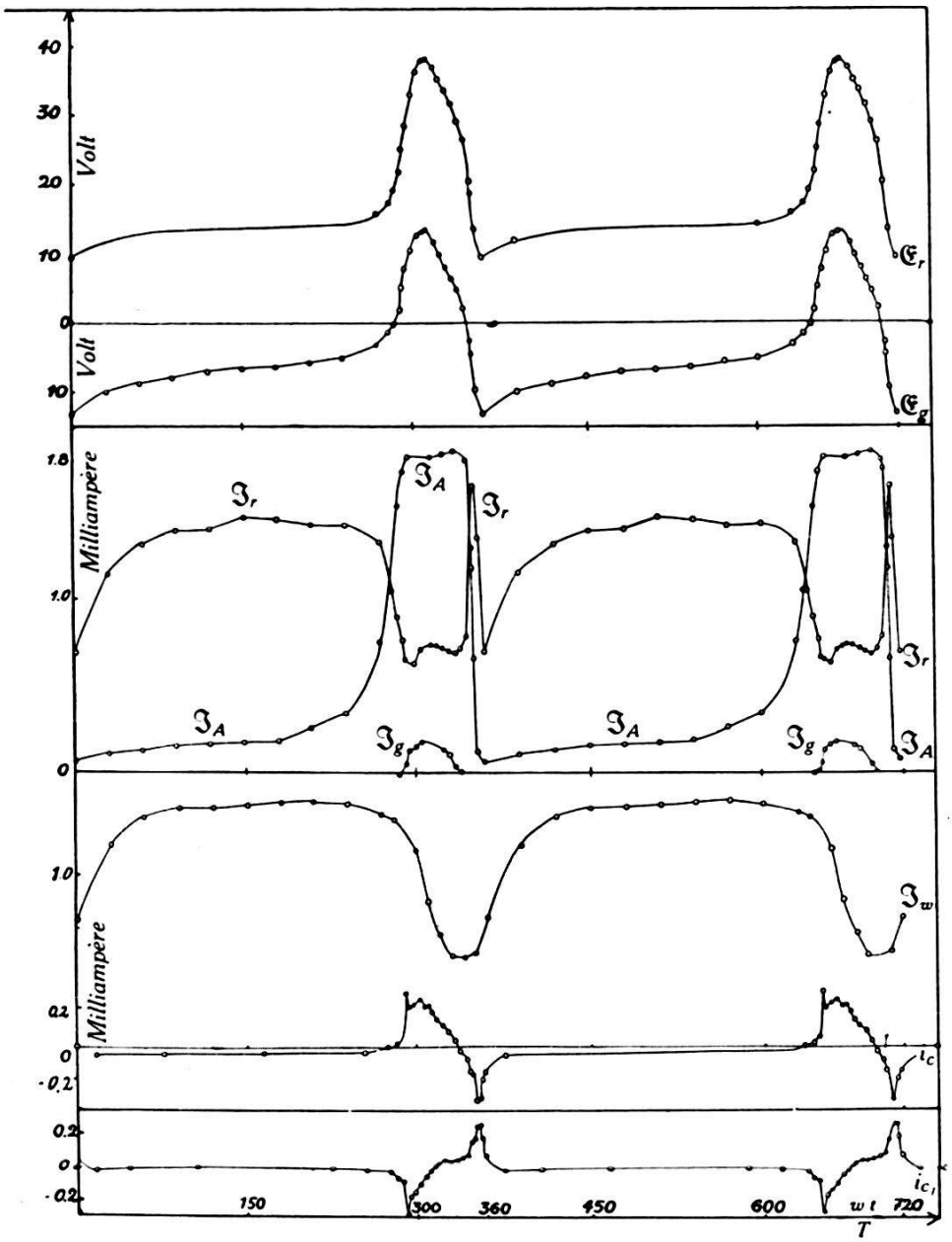

Fig. 6.

$C=1{,}5\cdot 10^{-3}$ MF, $R=249\,000\,\Omega$, $W=14\,350\,\Omega$, $L=0{,}8$ Henry, $E_A=35{,}2$ Volt, $E_r=16{,}4$ Volt, $E_g=-4{,}4$ Volt, $J_A=0{,}46$ MA, $J_r=1{,}29$ MA, $n=2\,100$ Per./sec.

der grösseren Elongationen gelangt das System während einer gewissen Zeit in das Gebiet höherer Steuergitterspannungen; dies hat eine wesentliche Vergrösserung des Gitter- und Ableitwiderstandstromes zur Folge, was ein Verweilen in der obern stabilen Zone ausschliesst. Gehen wir vom untern Gleichgewichtszustand

aus: Bei $\varphi = 270^0$, wo $\mathfrak{E}_g = -3{,}25$ Volt, $\mathfrak{E}_r = 15{,}65$ Volt und $\mathfrak{J}_r = 1{,}385$ MA ist, gelangt das System in den labilen Bereich und hat bei $\varphi = 315^0$ den Spannungsgipfel erreicht, von dem es aber wegen des relativ hohen Gitterstroms sofort wieder heruntergleitet. An dieser Stelle zeigt nun der Raumladegitterstrom eine sehr merkwürdige Spitze, deren Auftreten aber bei Vergleichung der theoretischen (Fig. 4) und der wahren (Fig. 6a) Arbeitscharakteristik leicht verständlich wird. Eine solche Spitze kann an der Stelle jähen Spannungsanstiegs ($\varphi = 280^0$) wegen des flachen Verlaufs der Charakteristik (6a) für kleine negative und für positive Werte der Steuergitterspannung nicht auftreten. Werden die Werte des Stromes $\mathfrak{J}_w$ auf indirektem Wege aus $\mathfrak{J}_r$ und den Kapazitätsströmen i_c und i_{c1} nach der Formel

$$\mathfrak{J}_w = \mathfrak{J}_r + i_c - i_{c_1}$$

berechnet, so gehen alle Fehler der Kapazitätsströme, insbesondere kleine Phasenverrückungen, in die $\mathfrak{J}$-Kurve ein. Aus diesem Grunde wurde dieser nach der Formel

$$\mathfrak{J}_w = 0{,}77\, e^{-\frac{Wt}{F}} + e^{-\frac{Wt}{F}} \int_0^t e^{\frac{W\tau}{F}} (E - \mathfrak{E}_r)\, d\tau$$

berechnet. Eine merkliche Phasendifferenz zwischen dem Selbstinduktionsstrom $\mathfrak{J}_w$ und dem Raumladegitterstrom resp. den Gitterspannungen ist natürlich auf die Rechnung der Selbstinduktion zu setzen. Die folgenden Figuren geben ein anschauliches Bild von den im Sprunggebiet auftretenden jähen Stromstössen in den Kapazitäten und zeigen den verhältnismässig grossen Wert des Ableitwiderstand- und Gitterstromes.

Die Kurvenbilder der totalen Leistungsprodukte $\mathfrak{J}_r \mathfrak{E}_r$, $\mathfrak{J}_w (E - \mathfrak{E}_r)$, $\mathfrak{J}^2 W$ und $\mathfrak{E}_g (\mathfrak{J}_g + \mathfrak{E}_g / R)$ konnten aus Raumgründen nicht wiedergegeben werden, wir beschränkten uns deshalb auf die Wiedergabe der reinen Wechselstromleistungskurven. Aus der $i_r e_r$-Kurve geht hervor, dass der grösste Teil der Wechselenergie während des kurzen Zeitabschnitts positiver Steuergitterspannung gewonnen wird; dieser Gewinn reicht nicht nur dazu aus, die im Periodenabschnitt $\varphi = 350^0 - 40^0$ erlittenen Verluste im Generator auszugleichen, sondern genügt auch, um die Wärmeverluste in den Widerständen W und R und am Steuergitter zu decken. Die Phasendifferenz zwischen der Energiegewinn- und der Wärmeverlustkurve erklärt sich aus der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in einer Selbstinduktion. Die gesamte erzeugte Wechselstromenergie beträgt ca. $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ erg pro sec.; davon wird etwas mehr als $^2/_3$ im Widerstand W und der Rest in R und im

Steuergitter (ca. $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ erg/sec.) in Wärme verwandelt. Die verschiedenen Ausdrücke 6a, 6b, 6c für den Nutzeffekt (S. 388/389) ergeben folgende Prozentzahlen: $\eta_r = 7{,}6\%$ $\eta_1 = 3{,}6\%$ $\eta_2 = 2{,}2\%$.

Von den drei ausgewerteten Selbstinduktionsschaltungen (VI—VIII) sollen nur die Resultate der zwei interessanteren (VI, Fig. 9 und VIII, Fig. 7) teilweise reproduziert werden. Die

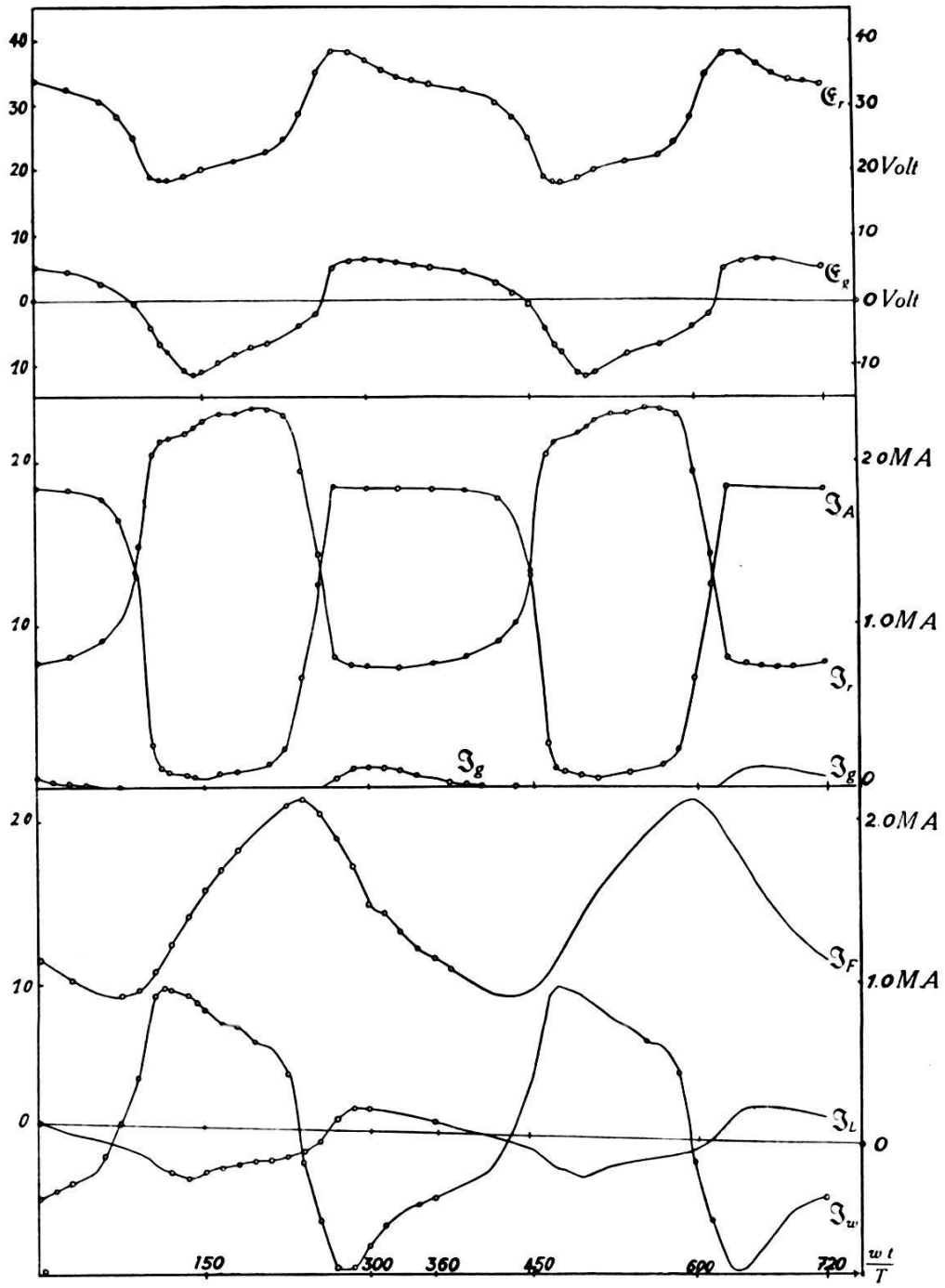

Fig. 7.

$F = 0{,}8$ H, $L = 0{,}65$ H, $R = 61\,900\ \Omega$, $W = 11\,570\ \Omega$, $C_2 = 0{,}19 \cdot 10^{-3}$ MF, $C_1 = 0{,}18 \cdot 10^{-3}$ MF, $n = 3100$ Per/sec., $E_A = 24{,}8$ V, $E' = 29{,}6$ V, $E_r = 28{,}3$ V, $E_g = -1{,}0$ V, $J_A = 1{,}09$ MA, $J_r = 1{,}43$ MA, $J_w = 0{,}10$ MA, $J_R = 0{,}167$ MA, $J_F = 1{,}445$ MA, $J_L = 0{,}01$ MA $J_g = 0{,}029$ MA.

erste Anordnung (Messreihe VI, Fig. 9) war dadurch charakterisiert, dass $L = 0$ ist, also die beiden Elemente F und C_1 für den Schwingungsvorgang massgebend waren. Die beiden Gitterspannungskurven unterscheiden sich dann nur durch die konstante Spannung E' von ca. 30 Volt. Diese Schaltung stellt das Analogon zu einer Dynatronschaltung mit kleiner Kapazität und grosser Selbstinduktion dar. Die Arbeitscharakteristik stimmt mit der theoretischen in Fig. 4 aufgezeichneten überein.

Etwas ausführlicher sollen die Schwingungsvorgänge der durch die Grössen $L = 0{,}65$ H, $F = 0{,}8$ H, $W = 11570$ Ohm, $R = 61900$ Ohm im wesentlichen bestimmten Selbstinduktionsschaltung der Messreihe VIII in der Tafel 7 wiedergegeben werden. Wir haben es mit einem typischen Fall von Kippschwingungen zu tun, wenn auch nicht zu verkennen ist, dass der Spannungssprung etwas weniger ausgeprägt ist als bei den untersuchten Kapazitätsschaltungen. Die beiden Spannungskurven sind gegeneinander verschoben, was wohl auf die Selbstinduktion L zurückzuführen ist. Während $\mathfrak{J}_L$ nach der Formel $\mathfrak{J}_L = \mathfrak{J}_R + \mathfrak{J}_g + i_{c_2}$ berechnet ist, wurde $\mathfrak{J}_F$ aus der Gleichung

$$\mathfrak{J}_F = K\, e^{-\frac{w_F t}{F}} + e^{-\frac{w_F t}{F}} \int_0^t e^{\frac{w_F \tau}{F}} (E' - \mathfrak{E}_r)\, d\tau$$

unter Zugrundelegung der Werte $K = 1{,}163 \cdot 10^{-3}$, $F = 0{,}8$ H, $w_F = 800$ Ohm, $E' = 29{,}6$ Volt ermittelt. Der so berechnete Verlauf des Selbstinduktionsstroms $\mathfrak{J}_F$ stimmt nicht völlig mit dem aus dem Ausdruck $\mathfrak{J}_F = \mathfrak{J}_L + \mathfrak{J}_r - (\mathfrak{J}_w + i_{c_1})$ errechneten überein, was wegen der Summierung der Fehler in allen daran beteiligten Strömen und wegen der Vernachlässigung der Eigenkapazität von F auch nicht erwartet werden kann. Die Erklärung des Zustandekommens der Schwingung sowie die Erörterung des Zusammenhangs der einzelnen Stromkurven mit den Gitterspannungen wird sich der Leser auf Grund der Ausführungen der Seite 342 mit Hilfe der Röhrencharakteristiken selbst leicht machen können. Nur noch einige Bemerkungen zu den energetischen Verhältnissen der Messreihe VIII, deren Leistungskurven aus Raumersparnisgründen nicht wiedergegeben sind. Der gesamte Wechselstromenergiegewinn beträgt mehr als 4.10^{-3} erg/sec; davon werden mehr als $^4/_5$ im Widerstand W verbraucht, während der grössere Teil des Restes (ca. 6.10^{-5} erg/sec) in R und nur $^1/_{20}$ am Steuergitter in Wärme verwandelt wird. Die Werte der verschiedenen Nutzeffekte betragen

$$\eta_r \sim 10\% \qquad \eta_1 \sim 6\% \qquad \eta_2 \sim 5{,}8\%.$$

4. Abschätzung der Maximalamplitude und der Schwingungsdauer.

Selbst im Falle fastharmonischer Schwingungen ($\mu \ll 1$) kann man eine quantitative Wiedergabe des experimentellen Befundes durch das im theoretischen Teil abgeleitete Integral der Schwingungsgleichung nicht erwarten, weil der Schwingungsvorgang, wie ausführlich erörtert, eine Funktion der beiden Gitterspannungen $\mathfrak{E}_g$ und $\mathfrak{E}_r$ ist, dessen Darstellung die Verwendung der

Fig. 8a.

Die drei auf gleicher Höhe liegenden Kurvenzüge der Fig. 8a entstanden aus dem Zusammenwirken der vertikal gerichteten Hilfsspannung und der Anodenspannung E_A (links), resp. der Raumladungsgitterspannung $\mathfrak{E}_r$ (Mitte), resp. der Steuergitterspannung $\mathfrak{E}_g$ (rechts), während die „Ellipse" rechts unten die gegenseitige Phasenlage der beiden Spannungen $\mathfrak{E}_r$ und $\mathfrak{E}_g$ festlegt. Der Nullpunkt wird durch den Schnittpunkt des Axenkreuzes (Fig. rechts) markiert und die positive Richtung weist nach links resp. nach unten. Der Abstand zwischen Nullpunkt und Anodenlinie entspricht 35 Volt. In der „Ellipse" wird der Abscissenausschlag durch $\mathfrak{E}_g$ und derjenige der Ordinate durch $\mathfrak{E}_r$ erzeugt.

beiden Differentialgleichungen I und II (S. 6 u. 8) verlangt. Die teilweise Berücksichtigung der Rückwirkung des Raumladegitters durch Einführung eines konstanten inneren Widerstandes R_i bringt zwar keine wesentliche Erhöhung der mathematischen Schwierigkeiten mit sich, ist aber unzulänglich, und auf deren vollkommene Wiedergabe mussten wir wegen der daraus folgenden mathematischen Komplikationen verzichten.

Für den Fall der Relaxationsschwingungen (grosses μ) konnten wir, wie erinnerlich, nicht einmal unter Vernachlässigung der Rückwirkung eine Lösung finden. Wir mussten uns deshalb im folgenden mit der Prüfung der Stabilitätsbedingungen und der Abschätzung der Amplituden und der Schwingungsdauern zufrieden geben, da sich diese Aufgabe bei Kenntnis der Differentialgleichung ohne deren vollständige Integration lösen lassen. Aber selbst bei dieser Beschränkung des Problems bleibt noch eine Schwierigkeit in der Aufstellung eines Ausdrucks für die

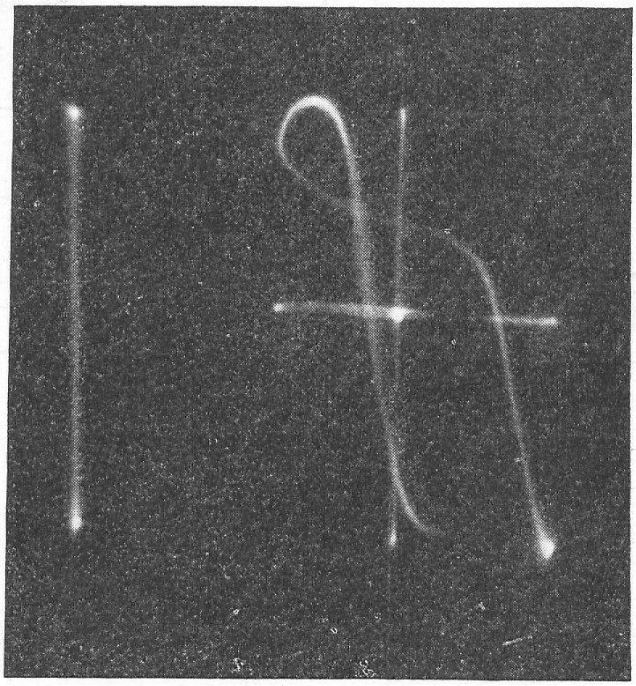

Fig. 9 a.

In Fig. 9a sind nur $\mathfrak{E}_g$ und E_A aufgenommen worden. $\mathfrak{E}_r$ wird durch Addition von $E' = 30$ Volt gewonnen. Die Axenorientierung entspricht derjenigen von Fig. 8a.

Arbeitscharakteristik und damit der Differentialgleichung, wenn die erstere nicht durch das Experiment gegeben ist. Ist die wahre Arbeitscharakteristik auf Grund der Messungen bekannt, so bietet die Lösung der gestellten Aufgabe, wie weiter unten näher ausgeführt, keine Schwierigkeit, sie bedeutet dann aber auch nur eine Prüfung der in diesem Abschnitt angegebenen Abschätzungsmethoden und verlangt die experimentelle Ermittlung von Oszillogrammen. Sind aber nur die Strom- und Spannungsmittelwerte und die statischen Charakteristiken bekannt, so gewinnt man eine erste Annäherung für die Arbeitscharakteristik durch die Annahme einer konstanten Potentialdifferenz zwischen den beiden Gittern (z. B. die Differenz $E_r - E_g$ der beiden Spannungs-

mittelwerte) aus den der Fig. 4 entnommenen quasistatischen Charakteristiken.

Fig. 8.

$C=0{,}90\cdot 10^{-3}$ MF, $R=249\,000\ \Omega$, $W=20\,090\ \Omega$, $n=2100$, $E_A=35$ Volt, $E_r=17{,}7$ Volt, $E_g=-0{,}2$ Volt, $J_A=1{,}24$ MA, $J_r=0{,}87$ MA.

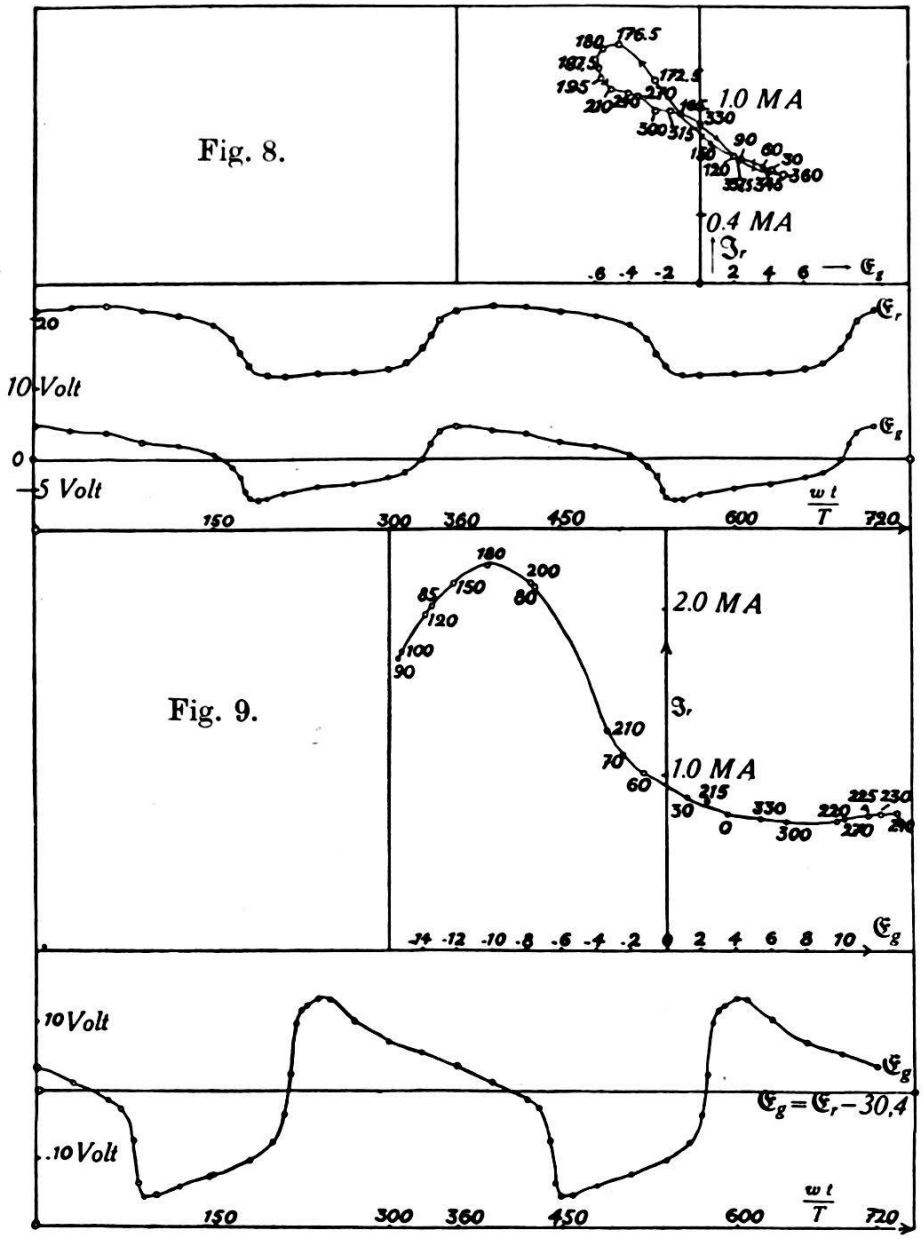

Fig. 9.

$F=0{,}8$ H, $R=31\,050\ \Omega$, $W=33\,300\ \Omega$, $C_1=0{,}18\cdot 10^{-3}$ MF, $C_2=0{,}19\cdot 10^{-3}$ MF, $E_A=35{,}0$ Volt, $E'=30{,}4$ Volt, $E_r=29{,}4$ Volt, $E_g=-0{,}9$ Volt, $J_A=1{,}20$ MA, $J_R=0{,}028$ MA, $J_L=0{,}015$ MA, $J_g=0{,}05$ MA, $J_F=1{,}31$ MA, $J_w=0{,}027$ MA, $J_r=1{,}32$ MA, $n=4770$ Per./sec.

Stellen wir vorerst die zu diesem Zwecke erforderlichen Gleichungen unter Vernachlässigung des Steuergitterstroms

($g_n = 0$) zusammen. Im Ausdruck des Raumladegitterstroms

$$i_r = \frac{e_r}{R_i} + s_1 e_g + s_2 e_g^2 + \cdots$$

werde in der Folge meistens das auf die Raumladegitterrückwirkung bezügliche Glied vernachlässigt ($R_i = \infty$), da diese nach den statischen Charakteristiken auch nicht angenähert durch einen linearen Ausdruck in e_r wiedergegeben werden kann. Auch soll $\omega = \omega_0$ und damit $\tau = \omega_0 t$ gesetzt werden. Die letztere Annahme bedeutet keine Einschränkung, es soll dadurch nur die Schwingungsgleichung in eine möglichst einfache Form gebracht werden, wobei nur zu bedenken ist, dass ω jetzt nicht mehr die wahre Kreisfrequenz darstellt.

Die Differentialgleichung der reinen Kapazitätsschaltungen (Messreihen I—IV) lautet dann nach (32)

$$\frac{d^2 e_g}{dt^2} + \mu \frac{d\,B(e_g)}{dt} + e_g = 0, \tag{12*}$$

wobei nach (32a)

$$\mu = \omega_0 \left|\frac{\bar{b}_1}{\bar{a}_1}\right|; \qquad \omega_0^2 = \left|\frac{\bar{a}_1}{\bar{c}_1}\right| \tag{12a*}$$

und nach (4)

$$B = \beta_1 e_g + \beta_2 e_g^2 + \cdots$$

mit

$$\beta_n = \frac{\bar{b}_n}{|\bar{b}_1|}$$

ist und weiterhin die $\bar{a}_1$, $\bar{b}$ und $\bar{c}$ den Formeln Ia und IIIa, und e_r dem Ausdruck II (unter Nullsetzen von F) zu entnehmen ist.

Derselben Differentialgleichung zweiter Ordnung genügt die Dynatronschaltung der Messreihe VI, wenn $W_F = 0$ gesetzt wird, nur dass hier

$$\mu = \left|\frac{\bar{\bar{b}}_1}{\sqrt{\bar{\bar{A}}_2}}\right|, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{\bar{\bar{A}}_2} \tag{13*a}$$

und $\bar{\bar{A}}_2$ und die $\bar{\bar{b}}_n$ den Gleichungen ($\bar{\mathrm{I}}$a) und ($\overline{\mathrm{III}}$a) genügen und $e_r = e_g$ ist.

Die der Messreihe V entsprechende Schaltung verlangt die Behandlung der Differentialgleichung dritter Ordnung

$$\mu\,\varepsilon_3 \frac{d^3 e_g}{d\tau^3} + \frac{d^2}{d\tau^2}(\gamma_1 e_g + \mu C(e_g)) + \mu \frac{d\,B(e_g)}{d\tau} + e_g = 0\,, \qquad (14^*)$$

wobei B und C die Form (4) besitzen, und nach (32a)

$$\mu = \omega_0 \left|\frac{\bar{b}_1}{\bar{a}_1}\right|, \qquad \omega_0^2 = \left|\frac{\bar{a}_1}{\bar{c}_1}\right|, \qquad \varepsilon_3 = \frac{\bar{A}_3\,\bar{a}_1}{(\bar{b}_1\,\bar{c}_1)} \qquad (14^*\text{a})$$

wird und $\bar{A}_3$ und die $\bar{b}$, $\bar{c}$ aus den Formeln (Ia) und (IIIa) und e_r aus II hervorgehen.

Die reinen Selbstinduktionsschaltungen VII und VIII endlich genügen für $W_F = 0$ der Schwingungsgleichung vierter Ordnung

$$\varepsilon_4 \frac{d^4 e_g}{d\tau^4} + \varepsilon_3\,\mu \frac{d^3 e_g}{d\tau^3} + \frac{d^2 e_g}{d\tau^2} + \mu \frac{d\,B(e_g)}{d\tau} + e_g = 0 \qquad (15^*)$$

mit den Bezeichnungen

$$\varepsilon_4 = \bar{\bar{A}}_4\,\omega_0^4, \qquad \varepsilon_3 = \frac{\bar{\bar{d}}_1}{|\bar{\bar{b}}_1|}\,\omega_0^2, \qquad \mu = \omega_0\,|\bar{\bar{b}}_1|\,, \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{\bar{\bar{c}}_1}\,, \qquad (15^*\text{a})$$

wobei $\bar{\bar{A}}_4$, $\bar{\bar{c}}_1$, $\bar{\bar{d}}_1$ und die $\bar{\bar{b}}_n$ den Formeln $\bar{\text{I}}$a, $\overline{\text{III}}$a und e_r der Gleichung $\bar{\bar{\text{II}}}$ zu entnehmen sind.

Wir werden im folgenden im allgemeinen die Kenntnis der wahren Arbeitscharakteristik voraussetzen. Für deren analytische Darstellung wird die experimentell gefundene, wegen der Abhängigkeit von $\mathfrak{E}_r$ eine Art von Hysterese zeigende $(\mathfrak{J}_r, \mathfrak{E}_g)$-Arbeitscharakteristik durch einen eindeutigen, mittels einer Potenzreihe darstellbaren Kurvenzug ersetzt. In den Formeln für die Koeffizienten der Differentialgleichungen wird man das Glied $1/R_i$ streichen, da ja die Rückwirkung schon im Ausdruck für die Charakteristik berücksichtigt ist.

Vorerst sei noch eine Zusammenstellung der Parameterwerte μ für die verschiedenen Schaltungen gegeben. Für die Kapazitätsschaltungen I—III schwanken diese Werte zwischen 3—5. Die Messreihe IV fällt etwas aus diesem Rahmen; dies hängt mit

der eigenartigen Form der Charakteristik zusammen, welche die maximale Steigung nicht in der Nähe der Kurvenmitte, sondern im obern Teil der Charakteristik aufweist. Je nachdem man die Steigung in der mittleren Region oder im obern Teil verwendet, nimmt μ den Wert 0,6 oder 15,5 an. Für die Schaltung V wird $\mu = 1{,}5$. In diesem Fall erhebt sich die Schwierigkeit, dass in der Differentialgleichung (13) der Faktor c_1 negativ wird; die Lösung der nullten Näherung der Differentialgleichung, d. h. von $\frac{d^2 e_g}{d\tau^2} = e_g$ ist eine reine e-Funktion mit reellem Argument und daraus folgt, dass selbst für kleine μ die Entwicklung in eine trigonometrische Reihe nicht der geeignete Lösungsansatz darstellt. Für die Schaltungen VI—VIII liegen die Werte von μ zwischen 4—7. Entsprechend den ermittelten μ-Werten zeigen alle beobachteten Schwingungen einen stark unharmonischen Charakter; andererseits sind die μ aber auch nicht so gross, dass der Sprung im Kippgebiet praktisch momentan erfolgt, was nach van der Pol's graphischen Integrationen erst für $\mu > 10$ eintritt.

Die Prüfung der Stabilitätsbedingungen und die Abschätzung der Amplituden kann gleichzeitig behandelt werden. Dazu ist, wie gesagt, die Aufstellung eines analytischen Ausdrucks für die Arbeitscharakteristik notwendig. Diejenige der Messreihe I lässt sich mit genügender Genauigkeit durch eine Gleichung dritten Grades darstellen, während für die Messreihe VI erst eine solche fünften Grades ausreicht. Im ersten Fall wurde für die Steilheit $\overline{S} = -s_1 = 1{,}2\,10^{-4}$ und für s_2 resp. s_3 entsprechend den gewählten Ausgangspunkten $i_{r_{\max}} = -0{,}275$ MA, $e_{g_{\max}} = 4{,}75$ Volt und $i_{r_{\min}} = 0{,}440$ MA, $e_{g_{\min}} = -5{,}75$ Volt die Werte $s_2 = -0{,}031\, s_1$ und $s_3 = -0{,}0163\, s_1$ eingesetzt. Dann nimmt der Widerstandsfaktor $\mu \frac{dB}{d\tau} = \mu(-1 + 2\beta_2 e_g + 3\beta_3 e_g^2 + \cdots)$ mit den Koeffizienten $2\beta_2 = -0{,}201$ und $3\beta_3 = 0{,}158$ oberhalb $e' = 2$ Volt und unterhalb $e'' = -3$ Volt positive Werte an, trotzdem die Arbeitscharakteristik zwischen den Punkten $e_g = -5{,}2$ Volt und 3,9 Volt negativ bleibt, und aus der Bedingungsgleichung $-1 + \frac{3}{4}\beta_3 M^2 = 0$ ergibt sich für die Amplitude der Schwingung der Wert $\overline{M} = 5{,}04$ Volt, was mit dem Mittel aus den experimentell gefundenen Werten $\frac{4{,}75 + 5{,}75}{2} = 5{,}25$ Volt gut übereinstimmt. Da $\mu > 0$, $\beta_1 = -1$ und $\beta_3 > 0$, so ist auch die Stabilitätsbedingung erfüllt. Im Falle der Messreihe VI steht, unter der Annahme $i_g = 0$, der Ansatz $i_r = -1{,}66 \cdot 10^{-4}\, e_g + 2{,}6 \cdot 10^{-6}\, e_g^2 + 1{,}15 \cdot 10^{-6}\, e_g^3 - 2{,}08 \cdot 10^{-8} e_g^4 - 1{,}82 \cdot 10^{-9} e_g^5$ mit den Mittelwerten $E_g = -3{,}2$ Volt, $J_r = 1{,}33$ MA in genügender Übereinstimmung mit der experi-

mentellen Charakteristik. Daraus folgen für die Koeffizienten von $\mu B(e_g)$ die Zahlenwerte

$$\mu > 0, \quad \beta_1 = -1, \quad \beta_2 = 2{,}52 \cdot 10^{-2},$$
$$\beta_3 = 1{,}123 \cdot 10^{-2}, \quad \beta_4 = -2{,}03 \cdot 10^{-4}, \quad \beta_5 = -1{,}776 \cdot 10^{-5}.$$

Aus der Bedingungsgleichung für stationäre Schwingungen

$$1 + \tfrac{3}{4}\beta_3 M^2 + \tfrac{5}{8}\beta_5 M^4 = 0 \tag{52b}$$

mit den beiden Lösungen

$$M_{1,2}^2 = -\frac{3}{5}\frac{\beta_3}{\beta_5} \pm \sqrt{\frac{9}{5}\frac{\beta_3^2}{\beta_5^2} - \frac{8}{5\beta_5}}, \tag{51d}$$

von welchen auf Grund der Stabilitätsgleichung (52d) nur die zweite stabil ist, folgt für die Amplitude $\overline{M} = 12{,}5$ Volt statt des experimentell gefundenen Mittelwerts $M_{\exp} = 14{,}3$ Volt. Im Fall der Messreihe VIII wollen wir uns mit der Verifizierung der Stabilitätsbedingungen begnügen, dabei soll eine Gleichung dritten Grades für die Charakteristik zugrunde gelegt werden. Setzt man die für diese Messreihe gültigen Werte der Widerstände, Kapazitäten und Selbstinduktionen in die Gleichungen (15a) ein, so ergibt sich $\mu > 0$, $\varepsilon_3 \omega_1^2 > 0$, $\beta_1 = -1$, $\varepsilon_3(2\,\omega_1^2 - \omega_2^2) \approx -5$. Bedenkt man ferner, dass β_3 dasselbe Vorzeichen wie s_3 annimmt und letzteres auf Grund der Gestalt der Charakteristik positiv ist, so sind damit die Stabilitätsbedingungen erfüllt.

Bei dieser Gelegenheit möchten wir erwähnen, dass öfters, namentlich in der Nähe des Auslöschbereiches Kratz- und unreine Doppeltöne zu vernehmen waren. Da aber diese Beobachtungen vornehmlich für kleine Widerstände R und W gemacht wurden, also das Gebiet in der Nähe der Gleichstromlösung betreffen, so sind sie wohl eher als unregelmässig aussetzende Schwingungen zu betrachten. Leider stand uns wegen anderweitiger Beschäftigung die Apparatur bei Aufstellung der Stabilitätsungleichungen nicht mehr zur Verfügung, so dass wir den Schwebungsbereich nicht mehr mit Sicherheit experimentell feststellen konnten.

Ist die Arbeitscharakteristik nicht bekannt, so lässt, wie erwähnt, die Benützung der quasistatischen Charakteristik (Fig. 4) in gleicher Weise eine Abschätzung der Maximalamplitude zu, die auf ähnliche Werte führt. Übrigens kann ohne weiteres aus dem Anblick dieser Charakteristiken, wenigstens im Fall der reinen Kapazitäts- und Selbstinduktionsschaltungen, auf die

Grösse der Amplituden geschlossen werden. Sie ist nämlich nur wenig grösser als der halbe Betrag der Differenz derjenigen Spannungen, zwischen denen die Charakteristik nicht steigend ist; im Gebiete grosser negativer Steuergitterspannung dringt zwar die Schwingung über dieses Gebiet hinaus, ohne aber den in der Fig. 4 angedeuteten steilen Stromabfall mitzumachen, weil hier die Gitterspannungsdifferenz $\mathfrak{E}_r - \mathfrak{E}_g$ in Wirklichkeit nicht konstant bleibt, sondern stark wächst. Nur im Fall der Messreihen V (Fig. 6a) und VI (Fig. 9) ist der Ast positiver Steigung im Gebiet grosser negativer Steuergitterspannungen deutlich ausgeprägt und die Amplituden entsprechend grösser. Im Fall der Reihe VI ist diese Erscheinung leicht verständlich, da unter diesen Bedingungen die quasistatische Charakteristik streng zu Recht besteht; im ersten Fall (V) erhält das System wegen der eigentümlichen Gestalt der Differentialgleichung (negatives Vorzeichen des Koeffizienten $\bar{c}_1$) einen so starken Impuls, dass es weit in den steigenden Ast gelangt.

Einen angenähert richtigen Wert der Schwingungsdauer T erhält man, wie schon VAN DER POL[1]) gezeigt hat, wenn man in der Schwingungsgleichung alle Glieder von höherer als der ersten Ordnung vernachlässigt und zwischen je zwei Werten an den Grenzen des Gebietes der langsamen Gitterentladung, also ausserhalb des Kippgebietes, integriert. In diesem, vornehmlich für die Kapazitätsschaltungen, fast geradlinigen Gebiet kann man die Ableitungen höherer Ordnung ausser Acht lassen, und wegen der Schnelligkeit, mit der das Kippgebiet durcheilt wird, stimmt die Summe der beiden Entladungszeiten annähernd mit der totalen Periodendauer T überein. Es gilt also:

$$T \sim (t_2 - t_1) + (t_4 - t_3) = -\frac{\mu}{\omega_0}\Bigg[\beta_1 \ln \frac{e_{g_2}}{e_{g_1}} + 2\,\beta_2 (e_{g_2} - e_{g_1})$$

$$+ \tfrac{3}{2}\beta_3 (e_{g_2}^2 - e_{g_1}^2) + \cdots + \beta_1 \ln \frac{e_{g_4}}{e_{g_3}} + 2\,\beta_2 (e_{g_4} - e_{g_3}) + \tfrac{3}{2}\beta_3 (e_{g_4}^2 - e_{g_3}^2) + \cdots\Bigg]$$

$$= \varkappa \frac{\mu}{\omega_0}. \qquad (16^*)$$

Diese Formel geht für den Fall $B = e_g - \frac{e_g^3}{3}$ oder $\frac{dB}{de_g} = -(1 - e_g^2)$, wenn man bedenkt, dass für diese β-Koeffizienten aus der Bedingung $M^2/4 - 1 = 0$ für die Amplitude M der Wert 2 resultiert und wenn man zwischen den Grenzen $e_{g_1} = 2$, $e_{g_2} = 1$ und

$e_{g_3} = -2$, $e_{g_4} = -1$ integriert, in den von VAN DER POL[1]) verwendeten Ausdruck

$$T = 1{,}61 \frac{\mu}{\omega_0} \tag{17*}$$

über. Die Hauptschwierigkeit bei der Verwendung der allgemeinen Formel besteht in der Wahl der untern (absolut kleinern) Integrationsgrenzen. Man wird am besten eine Reihe von fallenden untern Grenzwerten solange ausprobieren, bis die Entladungszeiten nicht mehr zunehmen. Wegen der beschränkten Gültigkeit der Differentialgleichung, wegen der Ungenauigkeit des Verfahrens der Frequenzbestimmung und wegen der Unsicherheit des Wertes für die Steilheit erreicht man nur eine grobe Übereinstimmung und man kommt schneller zu einem angenäherten Wert von T, wenn man den ersten Teil der Formel (17*a), nämlich den Ausdruck

$$T = 1{,}61\,(C + C_1)(R + W) \tag{17'aa}$$

statt den genaueren

$$T = \varkappa\,[(C + C_1)(R + W) + sCRW] \tag{17*a}$$

für die 5 ersten Messreihen und

$$T = 1{,}61\,F\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{W} + \frac{L}{RF}\right) \tag{17*bb}$$

statt

$$T = \varkappa F\left[S - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{W} + \frac{L}{RF}\right)\right] \tag{17*b}$$

für die 3 übrigen verwendet; dabei ist noch zu beachten, dass für die Schaltung VI: $L = 0$ und für VII: $R = \infty$ zu setzen ist. Während die nach der ersten Formel berechneten Werte recht befriedigend ausfallen (die Frequenz n schwankt zwischen 2100 und 2800 und das Mittel beträgt 2300 statt der beobachteten 2100 Schwingungen pro Sek.), sind die aus dem zweiten Ausdruck für die Selbstinduktionsschaltungen gewonnenen Werte von n über zweimal so gross als die beobachteten, nämlich im Fall der Messreihe VI: 12,400 statt 4800, für VII: 9000 statt 4150 und für VIII: 6730 statt 3100. Wenn man den unwahrscheinlichen Fall einer Fehlbeobachtung ausschliesst, ist daraus auf einen Wert von $\varkappa = 3{,}5 - 4$ statt des vorigen von 1,6 zu schliessen.

Ausser den oszillographisch aufgenommenen Schwingungen der Messreihen I—VIII wurde noch eine Reihe von Messungen

an Kapazitäts- und Selbstinduktionsschaltungen unter Weglassung der Hilfskapazitäten nur zum Zwecke der Erforschung des Zusammenhangs zwischen Frequenzen und Kapazitäten resp. Widerständen ausgeführt, wobei die Frequenzen mittels Normaltonschallplatten bestimmt wurden. Für die Kapazitätsschaltung ergab sich in Übereinstimmung mit der Formel $T = \varkappa C(R + W)$ eine lineare Beziehung zwischen der Schwingungsdauer T und der Kapazität C innerhalb eines Kapazitätsbereiches von 10^{-10} bis $30 \cdot 10^{-10}$ Farad, für Widerstandswerte von $R = 60{,}000$ Ohm bis ca. 1 $M\Omega$ und für $W = 20{,}000$ Ohm. Die für kleine Kapazitäten zu hohen Werte von T lassen sich ohne weiteres aus der Existenz der Gitterkapazitäten und der kleinen, nicht zu vermeidenden Kapazitäten und Selbstinduktivitäten der Zuleitungen erklären.

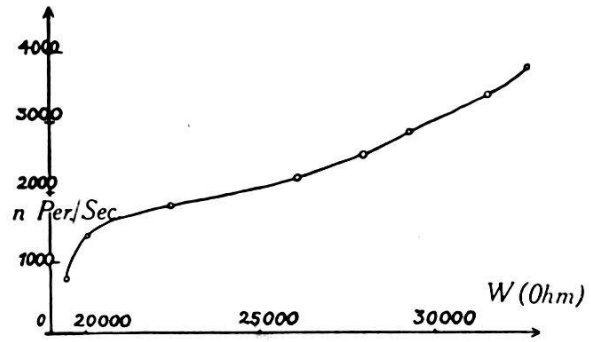

Fig. 10.

Kapazitätsschaltung: $n = n(W)$, $R = 62\,000\ \Omega$, $C = 5{,}3 \cdot 10^{-3}$ MF., $E_g = 0$, $C_1 = C_2 = 0$, $E_A = 35$ Volt.

Eine direkte Prüfung des funktionalen Zusammenhangs zwischen T und R wurde mangels eines variablen grossen Widerstandes unterlassen; aber auch hier ist der Parallelismus zwischen diesen beiden Grössen in einem grossen Bereich von R durch die unter den verschiedensten Umständen ausgeführten Messungen sichergestellt. Interessant ist der Verlauf der Schwingungszeiten T in Abhängigkeit vom Widerstand W. Nach Fig. 10 nimmt nämlich, entgegen der vorher erwähnten vereinfachten Frequenzformel (17*aa), T mit wachsendem W ab. Zur Erklärung dieser Erscheinung muss man die allgemeinere Formel (17*a) heranziehen und berücksichtigen, dass mit zunehmendem W die Schwingung sich in Bereichen niedriger Gitterspannungswerte abspielt, wo die Steilheit S und vielleicht auch der Koeffizient $\varkappa$ geringere Werte annimmt, so dass die Differenz, aus der sich T zusammensetzt, trotz der Zunahme von W abnimmt.

Für die Selbstinduktionsschaltungen wurde der Zusammenhang zwischen T und R untersucht. Besonders instruktiv ist

in dieser Beziehung die Kurve der Fig. 11 ($W = \infty$). Hier erreicht die Frequenz bei $R \sim 30{,}000$ Ohm ein absolutes Minimum und besonders auffallend ist der Anstieg für unterhalb des Minimums gelegene R-Werte, namentlich der vor dem Auslöschen der Schwingung beobachtete starke Frequenzanstieg. Während die vereinfachte Formel (17*bb) ohne Schwierigkeiten den Frequenzanstieg oberhalb des Minimums wiedergibt, verläuft die Kurve im untern Teil, unter der Annahme konstanter Steilheit, wenigstens qualitativ nach der genaueren Formel (17*b). Dafür bereitet die Erklärung des Anstiegs für grosse Widerstände R nach der letzteren Gleichung einige Schwierigkeiten; denn sie verlangt, dass mit zunehmendem R die Steilheit $\overline{S}$ oder auch $\varkappa$ in noch stärkerem Masse zunimmt. Für beide Annahmen lassen sich

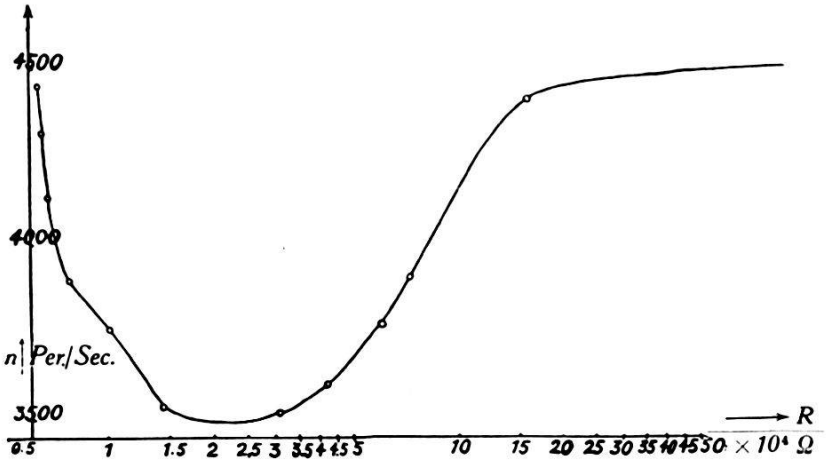

Fig. 11.

Selbstinduktionsschaltung $n = n(R)$,
$E_A = 25$ Volt, $E_g = -2{,}8$ Volt, $W = \infty$, $L = 0{,}65$ Henry, $F = 0{,}8$ Henry.

Gründe anführen; deren Aufzählung hat aber nicht viel Sinn, da die verwendete Frequenzberechnungsmethode für die Schwingungsgleichung vierter Ordnung noch weniger als für diejenige zweiter Ordnung Anspruch auf grosse Genauigkeit erheben darf. Nur eine systematische Untersuchung, zu der uns die Zeit nicht mehr zur Verfügung stand, könnte hier Gewissheit bringen.

Zusammenfassung.

Mehrere zu Kippschwingungen befähigte Systeme wurden einer einlässlichen Untersuchung unterzogen; dabei wurde mit besonderer Aufmerksamkeit die Bedeutung des Einflusses der unvermeidbaren Röhren- und Zuleitungskapazitäten verfolgt. Die beiden hauptsächlich verwendeten Schaltungen enthielten im

wesentlichen nur Elektrizitätsfeldträger einer Art und wir unterschieden dementsprechend eine Kapazitäts- und eine Selbstinduktionsschaltung.

Die Ordnung der entsprechenden nichtlinearen Schwingungsgleichungen schwankt je nach der Schaltung zwischen 2 und 4. Sie beträgt für die reine Kapazitäts- und Selbstinduktionsschaltung, da sie je zwei Elektrizitätsträger enthalten, zwei; für die letztere erhöht sich die Ordnung bei Berücksichtigung der Gitterkapazitäten auf 4. Es gelang uns nicht, eine allgemeine Lösung zu finden; eine Parameterentwicklung für kleine Werte dieses Parameters gestattete aber wenigstens angenäherte Aussagen über die durch grosse Parameterwerte charakterisierten Kippschwingungen.

Während für die durch lineare Differentialgleichungen dargestellten stationären Schwingungen die Grösse der Amplituden nur von den Anfangsbedingungen abhängt, sind für die nichtlinearen Differentialgleichungen der selbsterregten Schwingungen die Amplituden durch die Koeffizienten der Gleichung selbst bestimmt. Es ist nur eine kleine Auswahl von Amplituden möglich, deren Anzahl erst noch durch die Stabilitätsforderungen eingeschränkt wird. Besitzt beispielsweise in der Differentialgleichung zweiter Ordnung nur der Faktor der ersten Ableitung nichtlineare Glieder und ist dieser Widerstandsfaktor im einfachsten Fall ein algebraischer Ausdruck dritten Grades, so ist nur eine Amplitude möglich. Mit der Zahl der nichtlinearen Glieder wachsender Potenzen steigt auch diejenige der Schwingungsmöglichkeiten, sie ist aber immer kleiner als die Hälfte des Grades des algebraischen Ausdrucks. Die nicht lineare Schwingungsgleichung vierter Ordnung kann wie die entsprechende lineare bei geeigneter Wahl der Koeffizienten auch eine stabile Schwebungslösung besitzen. Im allgemeinen ist aber eine solche nicht zu beobachten, sei es, dass die Amplitude der Grundschwingung mit der grösseren Frequenz Null wird oder die beiden Amplituden verschwinden resp. imaginär werden.

Die an mehreren Schaltanordnungen oszillographisch aufgenommenen Gitterspannungskurven und die daraus errechneten auf die verschiedenen Leiterzweige bezüglichen Stromkurven bestätigen und erläutern diese theoretischen Ausführungen. Im allgemeinen wurden, abgesehen vom Gleichstromfall, in Übereinstimmung mit den Stabilitätsbedingungen nur periodische Schwingungen beobachtet. Nur zuweilen, besonders in der Nähe des Auslöschgebiets, waren Schwebungen zu hören. Auch die im Periodizitätsfall für die Amplituden und Frequenzen abgeleiteten

groben Annäherungsformeln stimmten im wesentlichen mit dem experimentellen Befund überein. Im besonderen bestätigte sich für die Kapazitätsschaltung in einem grossen Gebiet die lineare Beziehung zwischen Schwingungsdauer und Kopplungskapazität.

Diese Untersuchung wurde im Laboratorium der Abteilung für angewandte Physik der Universität Basel ausgeführt. Für die bereitwillige Überlassung der notwendigen Mittel bin ich Herrn Prof. Dr. H. Zickendraht, der mich auch auf die Arbeiten von VAN DER POL und APPLETON hinwies, zu grossem Dank verpflichtet.

Basel, Physikalische Anstalt der Universität
Abteilung für angewandte Physik.