Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 60 (1962)

Heft: 1

Artikel: Le calcul des déformations dans le nouveau système suisse de projection conforme

Autor: Ansermet, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-217674

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

einen der Ihren, und so fand er leicht den Verkehr mit den zivilen Stellen des Landes. Der ausgesprochenen Führernatur Fritz Baeschlins entsprach die Kommandantentätigkeit in höchsten Maße; sie gehörte ohne Zweifel zu seinen tiefsten Erlebnissen.

Wir empfinden das Leben des Dahingegangenen als ein selten reiches. Gesegnet mit ausgezeichneten geistigen und charakterlichen Gaben, fand Fritz Baeschlin den Beruf, der ihm tiefe Erfüllung bot und der ihm, gemeinsam mit dem festen Glauben an das Gute, so manches Schmerzliche zu überwinden half. Fritz Baeschlin wird uns Vorbild bleiben.

F. Kobold.

Le calcul des déformations dans le nouveau système suisse de projection conforme

Par A. Ansermet

Dans le numéro d'octobre de la présente Revue a paru un article remarquable sur le système suisse de projection; une publication ultérieure est déjà annoncée et les lecteurs pourront alors se familiariser de façon plus complète avec les tables récemment publiées et leur emploi. Le but de cette courte note est de répondre à une question que se posent de nombreux praticiens: les méthodes usuelles, courantes, de calcul des déformations sont-elles périmées ou jusqu'à quel point peut-on encore les appliquer? Il est fait allusion ici aux déformations linéaires et aux corrections angulaires que l'on appelait aussi réductions d'azimuts; un terme plus explicite serait, semble-t-il, «réductions à la corde» («Sehnenreduktionen»).

Avant de poursuivre il convient de rendre hommage à l'Institut géodésique de l'Ecole polytechnique fédérale et en particulier à son Directeur, qui est en même temps le Rédacteur en chef de la présente Revue; grâce à l'initiative de ce dernier, la Suisse sera dotée d'un mode de projection répondant aux exigences modernes quant à la précision. Une adaptation du réseau géodésique suisse avec ceux des Etats limitrophes sera facilitée.

A titre comparatif considérons maintenant des cas concrets:

Déformations linéaires. Le côté Feldberg–Lägern est caractérisé par les valeurs suivantes: $FL = 52{,}8$ km

$$x_F = 102{,}74 \text{ km} \qquad x_L = 59{,}42 \text{ km} \qquad \tfrac{1}{2}(x_F + x_L) = 81{,}08 \text{ km}$$

et appliquons les formules usuelles pour les corrections:

$$\frac{1}{2R^2}(102{,}74)^2 = \text{déformation linéaire en } F, \log R^{\text{km}} = 3{,}80474$$

On trouve: 12,97 cm/km, 8,08 cm/km, 4,34 cm/km pour les déformations respectives en F, au milieu de FL et en L, d'où:

$$\tfrac{1}{6}\,(12{,}97 + 4 \times 8{,}08 + 4{,}34) = 8{,}27 \text{ cm/km (moyenne)}$$

$$8{,}27 \times 52{,}8 = 436{,}6 \text{ cm} = 4{,}366 \text{ m}$$

au lieu de 4,367 par les nouvelles formules (Formulaire 3, Table V).

A l'intérieur du territoire suisse, et pour la pratique courante, les formules usuelles seront encore en général valables. On sait que pour le côté Feldberg–Lägern les réductions à la corde r_1 et r_2 (figure 1) sont respectivement, en valeurs absolues, 6″,76 et 5″,65 (sexagésimales). Les nouvelles tables V donnent pour ces réductions 6″,758 et 5″,653 (Formulaire 3).

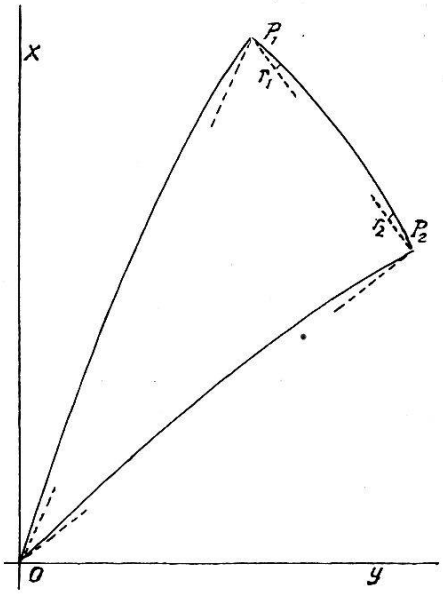

Fig. 1

Réductions à la corde: Considérons (figure 1) le côté $P_1 P_2$ défini par les valeurs:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Sommet } P_1: & x_1 = 100 \text{ km} & y_1 = 45 \text{ km} \\ \text{Sommet } P_2: & x_2 = 60 \text{ km} & y_2 = 75 \text{ km} \end{array}\right\} P_1P_2 = 50 \text{ km}$$

On sait qu'une projection conforme est caractérisée par un paramètre n (voir [1], [2], [3]) qui joue un rôle fondamental: $|\,n\,| \leq 1$.

Pour la Suisse, la valeur $n = \pm 1$ fut conservée; le signe dépend uniquement de conventions. En projection conforme l'altération totale de courbure géodésique d'un contour fermé tel que OP_1P_2O est indépendante du paramètre n; les côtés sont, sur la surface, des géodésiques, et les transformées planes donnent lieu ici à six réductions à la corde (figure 1). Cette propriété d'invariance est le théorème de Gauss-Bonnet ([4]).

De plus, pour simplifier les calculs, les valeurs furent choisies pour que $x_1 y_1 = x_2 y_2 = 4500 \text{ km}^2$.

Il en résulte que les variations totales de courbure pour OP_1 et OP_2 se neutralisent; en valeurs absolues elles sont égales (des termes d'ordre supérieur étant négligés).

On forme les quantités: $| r_1 | \pm | r_2 |$. Surface $OP_1P_2 \cong 2400$ km² $\rho''/R^2 = 5'',07/1000$ km². $2{,}4 \times 5{,}07 = 12'',168 = | r_1 | + | r_2 |$

$$| r_1 | - | r_2 | = \tfrac{1}{6} (x_1 - x_2)(y_2 - y_1).\ 5'',07 = 0{,}200 \times 5'',07 =$$
$$= 1'',014 \text{ (voir [5])}$$
$$| r_2 | = \tfrac{1}{2} (12'',168 - 1'',014) = 5'',577$$

Calcul rapide par la somme et la différence des réductions:

Nouveau calcul

$$\sigma_1^{(X)} = -1{,}474 \times 10^{-9}$$
$$\frac{\rho''}{2} \sigma_1^{(X)} = 1{,}031 \times 10^5 \times \sigma_1^{(X)} = -1{,}521 \times 10^{-4}$$
$$\frac{\rho''}{2} \sigma_1^{(X)} (y_2 - y_1) = -4'',562$$
$$\frac{\rho''}{6} \overline{\Sigma} (y_2 - y_1)(x_1 - x_2) = -1'',014$$
$$\delta\alpha_{12} = -5'',576 = r_2 \text{ (à } 0'',001 \text{ près).}$$

Formulaire 4, Table V, de l'Institut géodésique

$$\overline{\Sigma} = \sigma_2^{(X)} = -2{,}457 \times 10^{-14}$$
$$\frac{\rho''}{6} \overline{\Sigma} = 3{,}438 \times 10^4\, \overline{\Sigma} = -8{,}45 \times 10^{-10}$$

A la périphérie du territoire suisse la concordance serait peut-être moins bonne; pour la pratique courante, cela doit suffire.

Quotient $r_1 : r_2$. Dans l'exemple traité précédemment on a, toujours en valeurs absolue:

$$r_1 : r_2 = 6'',591 : 5'',577 = 1{,}18$$

C'est un contrôle bienvenu pour le praticien; c'est pourquoi un abaque à alignement fut établi, basé sur la relation connue:

$$r_1 : r_2 \cong (2\, x_1 + x_2) : (x_1 + 2\, x_2) = k,$$

dans le cas particulier:

$$k = \frac{260}{220} = 1{,}18$$

L'examen de l'abaque et son utilisation ne donnent pas lieu à des commentaires spéciaux; à gauche on a l'échelle des x_1 et à droite celle des

x_2. En reliant les divisions $x_1 = 100$ et $x_2 = 60$ par une droite, celle-ci coupe l'échelle centrale au point 1,18. Pour les applications, l'abaque serait établi à une échelle donnant une précision suffisante.

On sait que des abaques existent donnant $|r_1| \pm |r_2|$.

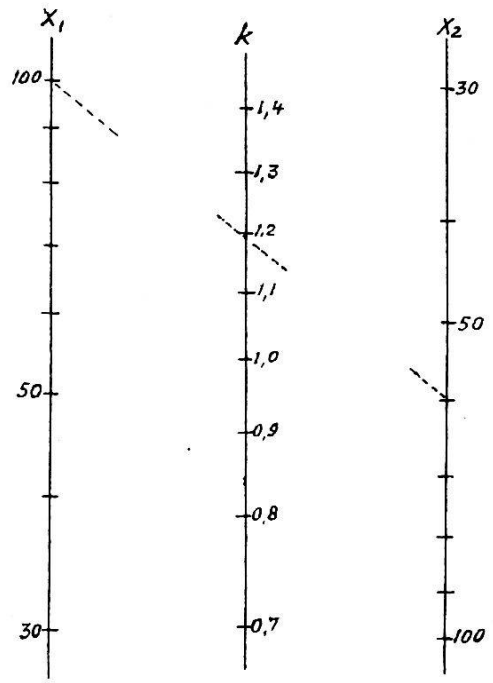

Fig. 2

Equation de la transformée plane; points d'inflexion

Le calcul est un peu moins simple quand, sur la transformée P_1P_2, il y a un point d'inflexion; en ce point la courbure est nulle et le cas fut traité récemment dans cette Revue (voir [6]), mais il convient d'y revenir.

Dans le cas de la figure 1 considérons P_1 comme origine d'un nouveau système de coordonnées ξ, η, l'axe des ξ coïncidant avec la corde P_1P_2; l'équation de la transformée peut revêtir la forme:

$$\eta = a\xi + b\xi^2 + c\xi^3$$

$$d\eta : d\xi = a + 2\,b\xi + 3\,c\xi^2$$

$\xi = 0$, $a = r_1$ (radians); $\xi = P_1P_2$, $\eta = 0$, $d\eta : d\xi = r_2$ (radians), en tenant compte ici des signes de r_1 et r_2; de plus on a admis l'égalité entre l'arc et la tangente trigonométrique. Les coefficients de l'équation $\eta = \ldots$ sont ainsi déterminés.

Ce problème n'est pas nouveau et on pourrait aussi faire intervenir la courbure de la transformée ([5]).

Considérons le cas où P_1 et P_2 sont de part et d'autre de l'axe y; admettons les valeurs:

$$x_1 = +30 \text{ km} \quad y_1 = +40 \text{ km} \quad OP_1 = 50 \text{ km}$$

$$x_2 = -30 \text{ km} \quad y_2 = +120 \text{ km} \quad OP_2 = 123{,}7 \text{ km}$$

$$P_1P_2 = 50 \times 2 = 100 \text{ km}$$

Surface $OP_1P_2 = 2400 \text{ km}^2 \quad 2{,}4 \times 5'',07 = 12'',168 \quad (5'',07/1000 \text{ km}^2)$

On sait que les géodésiques issues de l'origine, telles que OP_1, OP_2, présentent un point d'inflexion en O.

En application du théorème de Gauss-Bonnet sur l'invariance de l'altération totale de courbure géodésique du contour OP_1P_2O, le problème est vite résolu; dans le nouveau système de projection les éléments du calcul sont $\sigma_1^{(X)}$, $\sigma_2^{(X)}$, valeurs contenues dans la Table V. En général il faut procéder par voie d'interpolation, et la précision fournie par la Table dépasse de beaucoup ce qui est nécessaire pour la pratique courante; on obtient facilement:

		Réductions:
Altération totale courbure géodésique	$OP_1 =$	3'',042 (2'',028 + 1'',014)
Altération totale courbure géodésique	$P_1P_2 =$	0,000 (+ 3,042 — 3,042)
Altération totale courbure géodésique	$P_2O =$	9'',126 (6'',084 + 3'',042)
Altération totale courbure géodésique	$OP_1P_2O =$	12'',168

ce qui confirme la présence d'un point d'inflexion sur P_1P_2. Si ce point est désigné par P_0, on peut tracer la géodésique $P_1P_0P_2$.

Dans la prochaine publication annoncée, relative aux nouvelles tables, ces divers cas seront sans doute traités plus en détail. Le but de ces lignes était uniquement de comparer, de façon sommaire, les modes de calcul usuels et nouveaux.

En conclusion on peut répéter que, dans les limites du territoire suisse et pour la pratique courante, les méthodes déjà connues pour le calcul des déformations sont en général valables.

Littérature

[1] *C. F. Baeschlin,* Lehrbuch der Geodäsie (Zürich, Orell Füssli).

[2] *G. Darboux,* Bulletin des sciences mathématiques (1911, p. 23, 55).

[3] *J. Laborde,* Traité des projections, fasc. IV (Paris, Hermann).

[4] *R. Nevanlinna,* Über den Gauss-Bonnetschen Satz (Festschrift Göttingen, Springer-Verlag).

[5] *A. Ansermet,* Calcul de la déformation des réseaux (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, N° 8, 1956).

[6] *A. Ansermet,* Application du théorème de Gauss-Bonnet (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, N° 4, 1958).