Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 48 (1950)

Heft: 4

Artikel: Ein numerisches Verfahren des Folgebildanschlusses für gebirgiges Gelände

Autor: Kasper, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-207435

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

fahrens von Bohnenberger im allgemeinen nicht der Fall ist. Es bleibt dann wohl für den seriösen Topographen nichts anderes übrig als nach Lehmann weiterzufahren, da er das Rückwärtseinschneiden erst dann als abgeschlossen betrachten kann, wenn kein fehlerzeigendes Dreieck mehr entsteht, weil sonst die Höhenbestimmung eine unbefriedigende Genauigkeit liefert.

Zollikon, im Januar 1950 *F. Baeschlin.*

Ein numerisches Verfahren des Folgebildanschlusses für gebirgiges Gelände

Von *H. Kasper*, Heerbrugg

Es gibt Auswerter, die bei der gegenseitigen Orientierung von Senkrechtaufnahmen rechnerische Verfahren den optisch-mechanischen vorziehen. Sie verwenden meist ein Formalverfahren, welches erstmalig B. *Hallert* publiziert hat [1]. Eine numerische Variante mit Restparallaxenabschätzung empfahlen auch M. *Zeller* und A. *Brandenberger* [2].

G. *Schut* [3] verglich kürzlich diese Verfahren mit dem graphischen Orientierungsverfahren von G. *Poivilliers* und kam zu dem Ergebnis, daß sie für *ebene* Modelle genauigkeitsmäßig und wirtschaftlich dem letzteren eindeutig überlegen sind. Wenn jedoch das Gelände nicht relativ eben ist, verliere die numerische Methode rasch an Genauigkeit, und es sei die Poivilliersche vorzuziehen.

Wendet man die Aerotriangulation im Gebirge oder bei größeren Maßstäben im Hügelland an, so sind die Höhenunterschiede relativ zur Flughöhe oft so beträchtlich, daß alle für die Ebene abgeleiteten Formeln versagen. Es ist jedoch auch in diesen Fällen nicht notwendig, die verschiedenen schwerfälligen graphischen Verfahren heranzuziehen, sondern man kann für nicht ebenes Gelände recht gut brauchbare Formeln zur *numerischen* Orientierung ableiten.

Geht man davon aus, daß dieselben sechs charakteristischen Punkte in der Bildebene gewählt werden wie bei dem rechnerischen Verfahren von *Hallert* und die vier Randpunkte gleiche Bildordinaten haben, so ist absolut genommen das Verhältnis

$$\boxed{\frac{y'}{f} = \frac{y}{z} = k} \qquad \text{(I)}$$

konstant. Von dieser Vereinfachung machte schon L. *Pauwen* bei seinem hauptsächlich für Weitwinkelaufnahmen auf Film gedachten Orientierungsverfahren mit 15 Punkten Gebrauch [4]. Bei Aufnahmen auf Platten, wie sie z. B. mit der Präzisions-Plattenkammer Wild RC 7 auch für großmaßstäbliche Aerotriangulationen gemacht werden, wird man jedoch keine Bilddeformationen wie bei Film zu befürchten haben und mit den üblichen sechs Punkten für die gegenseitige Orientierung auskommen.

In diesem Fall gelangt man auf numerischem Weg rasch zu guten Werten der Orientierungselemente. Dies läßt sich einfach zeigen.

Setzt man in Anlehnung an L. *Pauwen*

$$\boxed{1 + k^2 = K} \tag{II}$$

so lauten die vereinfachten Parallaxengleichungen für die sechs charakteristischen Punkte bei Orientierung der rechten Kammer zur linken

$$\left.\begin{array}{lllll}
-bd\kappa & -dby & +z_1\,d\omega & & = p_1 \\
 & -dby & +z_2\,d\omega & & = p_2 \\
-bd\kappa & -dby & +z_3\,Kd\omega & -kbd\varphi \;+kdbz & = p_3 \\
 & -dby & +z_4\,Kd\omega & +kdbz & = p_4 \\
-bd\kappa & -dby & +z_5\,K\,d\omega & +kb\,d\varphi \;-kdbz & = p_5 \\
 & -dby & +z_6\,Kd\omega & -kdbz & = p_6
\end{array}\right\} \tag{1}$$

Die Vertikalparallaxen p_i werden mit by gemessen. z_i wird aus den Höhenablesungen berechnet oder direkt an einer Flughöhenskala abgelesen. Aus der ersten, dritten und fünften Gleichung läßt sich nun

$$\boxed{d\omega_1 = -\rho\,\frac{p_3 + p_5 - 2p_1}{z_3\,K + z_5\,K - 2z_1}} \tag{III}$$

aus den übrigen

$$\boxed{d\omega_2 = -\rho\,\frac{p_4 + p_6 - 2p_2}{z_4\,K + z_6\,K - 2z_2}} \tag{IV}$$

berechnen. Die beiden Werte für $d\omega$ werden gemittelt, wobei zu beachten ist, daß ihr Gewicht von der Lage der verwendeten Punkte zur Basis abhängt. Nimmt man an, daß die Parallaxen in der Bildebene etwa gleich genau gemessen werden können und drückt die Modellparallaxen p_i durch die Bildparallaxen p_i' aus, wobei

$$p_i = p_i' \cdot \frac{z_i}{f} \tag{2}$$

zu setzen ist, so wäre z. B. das Quadrat des mittleren Fehlers μ_1 von $d\omega_1$ nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\mu^2{}_1 = \frac{z^2{}_3 + z^2{}_5 + 4z^2{}_1}{f^2\,(z_3\,K + z_5\,K - 2z_1)^2}\,\mathrm{m}^2, \tag{3}$$

wobei m der mittlere Parallaxenfehler in der Bildebene ist. Das Gewicht g_1 von $d\omega_1$ ist proportional dem reziproken Wert des Fehlerquadrates

$$\boxed{g_1 = \frac{(z_3 K + z_5 K - 2 z_1)^2}{z^2{}_3 + z^2{}_5 + 4 z^2{}_1}} \qquad \text{(V)}$$

Analog ist das Gewicht von $d\omega_2$

$$\boxed{g_2 = \frac{(z_4 K + z_6 K - 2 z_2)^2}{z_4{}^2 + z^2{}_6 + 4 z^2{}_2}} \qquad \text{(VI)}$$

Der Mittelwert von $d\omega$ ist somit

$$\boxed{d\omega = \frac{g_1 \, d\omega_1 + g_2 \, d\omega_2}{g_1 + g_2}} \qquad \text{(VII)}$$

Berechnet man nun neue Parallaxen $p_i{}^*$, indem man in den Gleichungen (1) die nun bekannten Glieder mit $d\omega$ zu den p_i hinzufügt, so erhält man

$$\boxed{\begin{aligned} p_1{}^* &= p_1 - z_1 \cdot \frac{d\omega}{\rho}, & p_4{}^* &= p_4 - z_4 K \frac{d\omega}{\rho}, \\ p_2{}^* &= p_2 - z_2 \cdot \frac{d\omega}{\rho}, & p_5{}^* &= p_5 - z_5 K \frac{d\omega}{\rho}, \\ p_3{}^* &= p_3 - z_3 K \frac{d\omega}{\rho}, & p_6{}^* &= p_6 - z_6 K \frac{d\omega}{\rho}. \end{aligned}} \qquad \text{(VIII)}$$

Mit diesen Hilfsparallaxen errechnet man sofort

$$\boxed{\begin{aligned} d\kappa &= + \frac{\rho}{3b} (p_1{}^* + p_3{}^* + p_5{}^* - p_2{}^* - p_4{}^* - p_6{}^*) \\ dby &= + \frac{p_2{}^* + p_4{}^* + p_6{}^*}{3} \\ d\varphi &= + \frac{\rho}{2kb} (p_6{}^* - p_4{}^* - p_5{}^* + p_3{}^*) \\ dbz &= + \frac{1}{2k} (p_6{}^* - p_4{}^*) \end{aligned}} \qquad \text{(IX)}$$

In der Praxis geht man am besten so vor, wie es auch sonst bei den numerischen Verfahren geboten ist:

1. Näherungsorientierung
2. Beseitigen der Parallaxen in den Punkten 2 und 1 mit dby, bzw. $d\kappa$
3. Beseitigen der Parallaxen in 4 und 3 mit dbz, bzw. $d\varphi$
4. Messen der Parallaxen p_5 und p_6 mit by
5. Ablesen von z_1 bis z_6, Berechnung von $z_3 \cdot K$ bis $z_6 \cdot K$
6. Berechnung von $d\omega$ aus (VII) mit

$$\left.\begin{aligned} d\omega_1 &= \rho \frac{p_5}{z_3 K + z_5 K - 2 z_1} \\ d\omega_2 &= \rho \frac{p_6}{z_4 K + z_6 K - 2 z_2} \\ g_1 &= \left(\frac{z_3 K + z_5 K - 2 z_1}{K z_5} \right)^2, \quad g_2 = \left(\frac{z_4 K + z_6 K - 2 z_2}{K z_6} \right)^2 \end{aligned}\right| \qquad \text{(X)}$$

Es ist zu beachten, daß g_1 und g_2 umgekehrt proportional der Überkorrektur für $d\omega$ in den Punkten 5 und 6 sind[1]. Die mittleren Fehler der beiden Werte von $d\omega$ kann man daher als proportional zu den zugehörigen Überkorrekturen ansehen.

7. Berechnung der Hilfsparallaxen p_1^* bis p_6^* nach (VIII).
8. Berechnung von $d\kappa$, dby, $d\varphi$ und dbz aus (IX).
9. Einstellen der Orientierungselemente in das Auswertegerät.
10. Eventuelle allgemeine Nachkorrektur mit by, wie sie z. B. M. *Zeller* und A. *Brandenberger* für ebenes Gelände empfohlen haben. [2]

Literatur:

[1] *B. Hallert*, Über die Herstellung photogrammetrischer Pläne. Stockholm 1944.
[2] *M. Zeller*, Das günstigste Verfahren der gegenseitigen Orientierung. Mitt. aus dem Geod. Inst. d. ETH. Zürich, Nr. 4.
[3] *G. Schut*, Précision de l'orientation relative d'après la méthode de Poivilliers. Photogrammetria 1949/50 – 3.
[4] *L. J. Pauwen*, Sur un procédé d'orientation relative fondé sur la mésure des parallaxes verticales en de nombreux points. Bull. de la Société Belge de Phot. 1949.

Kleine Mitteilungen

Geodätische Woche 1950 in Köln

Der deutsche Verein für Vermessungswesen wird vom 2. bis 7. August 1950 in Köln eine Geodätische Woche, verbunden mit einer Ausstellung, durchführen. Vorträge aus allen Gebieten des Vermessungswesens, der Landesplanung und des verwandten Bauingenieurwesens sollen über

[1] Man könnte allerdings auch die Gewichte nach (V) und (VI) verwenden, wenn man zum Ausdruck bringen wollte, daß das Wegstellen der Parallaxen in 1, 2, 3 und 4, bezogen auf die Bildebene, mit gleicher Genauigkeit erfolgt wie das Messen der Parallaxen p_5 und p_6.