

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **25 (1979)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

dérons l'extension $M = \mathbf{Q}(\zeta, \sqrt[5]{x})$. — C'est une extension galoisienne de degré 100 sur $\mathbf{Q}$; l'extension $M/\mathbf{Q}(\zeta)$ est de degré 5 et l'ensemble des 4 automorphismes non triviaux de $M/\mathbf{Q}(\zeta)$ est une classe de conjugaison de $\text{Gal}(M/\mathbf{Q})$; notons la C . — D'après le théorème de Tchebotarev, il existe une infinité de nombres premiers dont le Frobenius est cette classe de conjugaison. — Soit p un tel nombre premier; il est totalement décomposé dans $\mathbf{Q}(\zeta)$ donc congru à 1 modulo 25, et il n'est pas totalement décomposé dans M donc x n'est pas une puissance 5-ième modulo p . — En conséquence, si $z = \pm p$, le nombre de classes du corps

$\mathbf{Q}\left(\sqrt{\left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2}\right)(x^2-4z^5)}\right)$ est divisible par 5 dès que $x^2 - 4z^5$

est divisible par 125. — Prenons $x = 2$ et $z = p$ alors $x^2 - 4z^5 = 4 - 4p^5 = y^2\delta$ est divisible par 125. — Pour un δ fixé l'équation $4 - 4p^5 = y^2\delta$ n'a, d'après le théorème de Thue, qu'un nombre fini de solutions; une infinité de p étant permis, on obtient donc l'infinité de δ cherchée et ces δ sont clairement négatifs. — De même, en prenant $x = 11$ et $z = -p$, on obtient l'infinité de δ positifs cherchée. —

Remarque. On peut montrer qu'en fait, dans le cas $l = 5$, les conditions nécessaires à la divisibilité par 5 du nombre de classes de

$\mathbf{Q}\left(\sqrt{\left(\frac{-5+\sqrt{5}}{2}\right)(x^2-4z^5)}\right)$ énoncées dans le théorème 4.3.1. sont

suffisantes. —

BIBLIOGRAPHIE

- [1] GUT, Max. Relativquadratische Zahlkörper, deren Klassenzahl durch eine vorgegebene ungerade Primzahl teilbar ist. *Comment. Math. Helv.* 2. (1954), pp.270-277.
- [2] NEUMANN, Olaf. Relativquadratische Zahlkörper, deren Klassenzahlen durch 3 teilbar sind. *Math. Nachrichten* 56 (1973), pp. 281--306.
- [3] HONDA, Taira. On real quadratic fields whose class numbers are multiples of 3. *J. Reine Angew. Math.* 233 (1968), pp. 101-102.
- [4] GRAS, Georges. Extensions abéliennes non ramifiées de degré premier d'un corps quadratique. *Bull. Soc. Math. France* 100 (1972), pp. 177-193.

- [5] UCHIDA, Kenkichi. Unramified extensions of quadratic number fields I. *Tôhoku Math. J.* 22:1 (1970), pp. 138-141.
- [6] CHEVALLEY, Claude. Sur deux théorèmes d'arithmétiques. *J. of the Math. Soc. of Japan*, 3 (1951), pp. 36-44.
- [7] HECKE, E. *Vorlesungen über die Theorie der Algebraischen Zahlen*. Academic Verlag, Leipzig, 1923.
- [8] SERRE, J. P. *Corps locaux*. Hermann. Paris.
- [9] MORDELL, L. J. *Diophantine Equations*. Academic Press New York.

(Reçu le 24 mai 1978)

Philippe Satgé

Université de Caen
Département de Mathématiques
14032 Caen CEDEX.

NOTE.

Ce travail est un travail commun avec Pierre BARRUCAND. Seules des divergences sur la manière de présenter et de rédiger les résultats ont conduit à les publier sous le seul nom du rédacteur.