

## 6.3. Problèmes de temps d'arrêt optimal

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1973)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$(6.41) \quad \int_0^T \left[ - \left( \frac{\partial v}{\partial t}, v-u \right)_\lambda + b_\lambda(t; u, v-u) - (f, v-u)_\lambda \right] dt \geq 0$$

$$\forall v \in \mathcal{V}, \text{ tel que } v \leq M(u).$$

On montre encore (cf. Bensoussan, Lions [3]) l'existence d'une solution  $u \geq 0$  de (6.40) (6.41) lorsque  $f$  est donnée  $\geq 0$ .

Le principe d'une démonstration est d'utiliser un processus d'itération analogue à (6.35) mais où l'on doit alors régulariser  $M$  de façon convenable (pour que l'inéquation variationnelle correspondante admette une solution forte). Une autre démonstration repose sur la méthode des différences finies.

### Remarque 6.3.

Naturellement on rencontre les problèmes analogues en dimension quelconque d'espace — la dimension de l'espace correspondant au nombre de biens à gérer. On rencontre aussi de nombreuses autres fonctionnelles  $M$  correspondant à diverses situations économiques. Nous renvoyons à Bensoussan, Lions [2]; on trouvera dans M. Goursat [1] l'étude de l'approximation numérique de la solution de ces inéquations quasi variationnelles.

### Remarque 6.4.

Les inéquations variationnelles, stationnaires ou d'évolution, interviennent dans de nombreux problèmes de Physique et de Mécanique (cf. Duvaut, Lions [1] et la bibliographie de ce livre, C. Baiocchi et E. Magenes [1], H. Brezis et G. Duvaut [1], H. Brezis et G. Stampacchia [1]).

## 6.3. Problèmes de temps d'arrêt optimal

On a montré dans Bensoussan-Lions [1] comment des problèmes de temps d'arrêt optimal se ramènent à l'étude d'inéquations variationnelles du type suivant:

$$(6.42) \quad - \left( \frac{\partial v}{\partial t}, v-u \right)_\lambda + b_\lambda(t; u, v-u) \geq (f, v-u)_\lambda, \forall v \in K_1$$

où

$$(6.43) \quad K_1 = \{v \mid v \leq 0 \text{ p.p.}, v \in V_\lambda\},$$

avec:

$$(6.44) \quad u(t) \in K_1$$

et une condition de croissance pour  $\|u(t)\|_\lambda$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$  ( $\|u(t)\|_\lambda$  doit croître moins vite qu'une exponentielle convenable).

On a montré que ce problème admet une solution unique.

### Remarque 6.5.

Pour un problème analogue en théorie des jeux, nous renvoyons à A. Friedman [1]. Pour des résultats supplémentaires de régularité, cf. A. Friedman [2].

## BIBLIOGRAPHIE

- BAIOCCHI, C. et E. MAGENES. [1] Problemi di frontiera libera in idraulica. *Colloque in Metodi valutativi nella fisica matematica. Accad. Naz. Lincei* (1972).
- BALAKRISHNAN, A. V. et J. L. LIONS. [1] State information for infinite dimensional systems. *Computation and System Sciences, 1* (1967), 391-403.
- BARANGER, J. [1] Existence de solutions pour des problèmes d'optimisation non convexe. *J. Math. P. et Appl.* (1973).
- BENSOUSSAN, A. [1] *Filtrage optimal des systèmes linéaires*. Paris Dunod, (1971).
- [2] On the separation principle for distributed parameter systems. *Banff*. (June 1971).
- BENSOUSSAN, A., M. GOURSAT et J. L. LIONS. [1] *Note C. R. Acad. Sc. Paris*, Mai 1973.
- BENSOUSSAN, A. et J. L. LIONS. [1] Problèmes de temps d'arrêt optimal et inéquations variationnelles paraboliques. *Applicable Analysis* (1973). *A paraître*.
- [2] *Note C.R. Acad. Sc. Paris*, Mai 1973.
- [3] *Note C.R. Acad. Sc. Paris*, Juin 1973.
- BENSOUSSAN, A. et R. TEMAN. [1] Equations aux dérivées partielles stochastiques non linéaires (1). *Israel J. of Math.* 11 (1972), 95-130.
- BERKOWITZ, L. D. [1] *A paraître*.
- BIDAUT, M. F. [1] Thèse, Paris (1973).
- BISMUT, J. M. [1] Thèse, Paris (1973).
- BRAUNER, C. M. et P. PENEL. [1] *Sur le contrôle optimal de systèmes non linéaires de biomathématiques*. Thèse 3<sup>e</sup> cycle, Paris (1972).
- BREZIS, H. [1] *A paraître*.
- [2] Problèmes unilatéraux. *J. Math. P. et Appl.* 51 (1972), 1-168.
- BREZIS, H. et G. DUVAUT. [1] *C. R. Acad. Sc. Paris* (1973).
- BREZIS, H. et G. STAMPACCHIA. [1] *C. R. Acad. Sc. Paris* (1973).