$$\begin{tikzcd} o \arrow[loop above, "g"] \arrow[r, leftrightarrow, "t"'] & o \arrow[loop above, "g"] \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} o \arrow[r, leftrightarrow, bend left, "g"] \arrow[r, leftrightarrow, "t"'] & o \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} o \arrow[r, leftrightarrow, "t"] \arrow[d, leftrightarrow, "g"'] & o \arrow[d, leftrightarrow, "g"] \\ o \arrow[r, leftrightarrow, "t"] & o \end{tikzcd}$$

et en déduire que la signature de g est égale à $(-1)^{n/2}$ où n est le nombre des $x \in X$ tels que $gx = tx$.

b) Soit E un espace euclidien de dimension finie. Tout hyperplan H de E définit une symétrie orthogonale s_H et deux demi-espaces (ouverts) qui sont dits opposés. Montrer que les deux demi-espaces limités par H sont les seuls demi-espaces que s_H transforme en leur opposé.

c) On note W un groupe fini de transformations orthogonales dans E, engendré par des symétries par rapport à des hyperplans. On note $\mathcal{H}$ l'ensemble des hyperplans H tels que s_H appartienne à W et R l'ensemble des demi-espaces limités par un hyperplan appartenant à $\mathcal{H}$. Soit w dans W; montrer que le déterminant de la transformation linéaire w dans E est égal à la signature de la permutation de R induite par w (on se ramènera au cas $w = s_H$; on définira la permutation t de R qui associe à tout demi-espace le demi-espace opposé, et l'on appliquera les résultats de a) et b)).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Bourbaki, N., *Groupes et algèbres de Lie*, Chapitres IV à VI. Actualités Scientifiques et Industrielles, n° 1337, Hermann, Paris 1968.

[2] Cartier, P., Remarques sur la signature d'une permutation, ce même volume, pp. 7-19.

[3] —— Sur une généralisation des symboles de Legendre-Jacobi, ce même volume, pp. 31-48.

[4] Hall, M., The theory of groups. Mac Millan, New York 1959.

(Reçu le 1er novembre 1969)

Institut de recherche mathématique avancée
Rue René-Descartes, 67
Strasbourg