Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 45 (1999)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: RETOUR SUR UN THÉORÈME DE CHEVALLEY
Autor: Luna, D.
Rubrik
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-64453

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

montre que les racines de G forment un « système de racines » (voir [Bo] § 14 et [Sp] chap. 8). Dans cette note, on propose une preuve plus « basique », plus proche de l'esprit géométrique du début de la théorie.

Je voudrais remercier le referee pour ses remarques constructives.

1. Notons C la composante neutre de l'intersection des $R_u(B)$ $(B \in \mathbf{B}^T)$. Désignons par X la variété des drapeaux de G, et par X^T l'ensemble des points fixes de T dans X. Pour tout $p \in X^T$, posons $X(p) = \{x \in X \mid p \in \overline{T \cdot x}\}$.

PROPOSITION. *Les $X(p)$ $(p \in X^T)$ sont des ouverts affines de X, stables par C.*

Montrons d'abord que la proposition implique le théorème. Il est clair que $R_u(G) \subset C$. Pour établir l'inclusion opposée, il suffit de montrer que C opère trivialement dans X.

Puisque T et C sont résolubles connexes et que X est complet, les seules orbites fermées de T et de C dans X sont les points fixes. Par suite, les $X(p)$ $(p \in X^T)$ recouvrent X, et pour tout $x \in X$, il existe dans $\overline{C \cdot x}$ un point y fixé par C. Si $p \in X^T$ est tel que $y \in X(p)$, alors $X(p)$ contient aussi $C \cdot x$. Mais toute orbite d'un groupe unipotent dans une variété affine est fermée (voir [Bo] page 88, ou [Sp] page 37). D'où $x = y$, ce qui montre bien que C opère trivialement dans X.

2. Prouvons maintenant la proposition. Comme tout espace homogène, on peut plonger X dans un $\mathbf{P}(V)$, où V est un G-module rationnel de dimension finie. On peut supposer que X ne soit contenu dans aucun $\mathbf{P}(W)$, quel que soit l'espace linéaire propre W de V. Choisissons un groupe à un paramètre multiplicatif $\lambda\colon k^\star \to T$ tel que $k^\star$, opérant dans V à travers λ, ait les mêmes vecteurs propres que T.

On utilisera la « décomposition de Białynicki-Birula » de X associée à λ (voir [B-B] et aussi [Bo], 13.3). Pour tout $p \in X^T$, posons

$$X(\lambda, p) = \{x \in X \mid \lim_{t \to 0} \lambda(t) \cdot x = p\}.$$

Les $X(\lambda, p)$ $(p \in X^T)$ sont localement fermés dans X et leur réunion (disjointe) est égale à X. Puisque X^T est fini, il existe un (unique) $p^\circ \in X^T$ tel que $X(\lambda, p^\circ)$ est ouvert dans X. Pour tout $v \in V \setminus \{0\}$, notons $[v]$ le point de $\mathbf{P}(V)$ « en dessous » de v. Soit $v_1, \ldots, v_d$ une base de V, formée de vecteurs propres de T, et telle que $[v_1] = p^\circ$. Soient n_i $(i = 1, \ldots, d)$ les entiers tels