Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'Enseignement Mathématique, t. 42 (1996), p. 49-74

KLYACHKO'S METHODS AND THE SOLUTION OF EQUATIONS OVER TORSION-FREE GROUPS

by Roger FENN and Colin ROURKE

SUMMARY. The question we are concerned with here is the following:

Let G be a torsion-free group and consider the free product $G * \langle t \rangle$ of G with an infinite cyclic group (generator t). Let w be an element of $G * \langle t \rangle - G$ and $\langle\langle w \rangle\rangle$ denote the normal closure of w in $G * \langle t \rangle$, then is the natural homomorphism

$$G \to \frac{G * \langle t \rangle}{\langle\langle w \rangle\rangle}$$

injective?

Klyachko's paper: "Funny property of sphere and equations over groups" [Kl] contains a proof that it is injective in the case in which the exponent sum of t in w is 1. If the exponent sum is not ± 1 then $\frac{G * \langle t \rangle}{\langle\langle w \rangle\rangle}$ has a non-trivial cyclic quotient. So the following is implied:

COROLLARY (Kervaire conjecture for torsion-free groups). *Let G be a non-trivial torsion-free group then $\frac{G * \langle t \rangle}{\langle\langle w \rangle\rangle}$ is non-trivial.*

The proof for exponent sum 1 is based on Klyachko's "funny property of sphere". This is the following: Let K be a cell subdivision of the 2-sphere with at least one 1-cell. Let a car drive round the boundary of each 2-cell in an anti-clockwise sense (the cars travel at arbitrary speeds, never stop and visit each point of the boundary of the cell infinitely often). Then there must be at least two places on the sphere where complete crashes occur (a complete crash is either a head-on collision in the middle of a 1-cell or a crash at a vertex involving all the cars from neighbouring 2-cells).

Klyachko describes this property as "suitable for a school mathematics tournament". The property is used to show that the diagram for a potential counterexample to the Kervaire conjecture must have at least one interior vertex with all labels being the same element of G, hence this element has finite order.

In this paper we shall give an exposition of Klyachko's methods and theorems. We use his techniques to give a positive answer to the question for other exponents under a technical condition on the t-shape of w, for details here see section 5.