Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1988)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

THEOREM 6. *If* $G = G_u \rtimes T$ *is a connected solvable affine group and* $S \subset G_s$ *is a commuting set then* $Z_G(S)$ *is connected and* $aSa^{-1} \subset T$ *for some* $a \in G$. *In particular, all maximal tori of* G *are conjugate.*

Proof. We use induction on $\dim G$. The assertions are obvious if $S \subset Z(G)$. Otherwise choose $s \in S \backslash Z(G)$. By Theorem 5 we may assume that $s \in T$. Then $Z_G(s)$ is a proper closed subgroup of G containing T and S. By Theorem 3, $Z_G(s)$ is connected. Since $\dim Z_G(s) < \dim G$, we can apply the induction hypothesis to conclude the proof. □

It is now easy to describe connected nilpotent affine groups.

THEOREM 7. *A connected solvable affine group* $G = G_u \rtimes T$ *is nilpotent if and only if* $G_s = T \subset Z(G)$. *In that case* $G = G_u \times T$.

Proof. Assume that G is nilpotent. We prove that $G_s = T \subset Z(G)$ by induction on $\dim G$. We may assume that G is not abelian. Let N be the last non-trivial term of the lower central series of G. Let f be as in Theorem 2 and $\bar{G} = f(G)$. Then $\bar{G} = f(G_u T) = (\bar{G})_u f(T)$. By induction hypothesis we have $f(T) = (\bar{G})_s \subset Z(\bar{G})$. Consequently if $t \in T$ and $x \in G$ then $u := txt^{-1}x^{-1} \in N$. Since $N \subset Z(G) \cap G_u$, and $xtx^{-1} = u^{-1}t = tu^{-1}$ we must have $u = 1$. Thus $T \subset Z(G)$ and, by Theorem 5, $G_s = T$. The converse is obvious. □

REFERENCES

[1] ABE, E. *Hopf Algebras.* Cambridge University Press 1977.
[2] BOREL, A. *Linear Algebraic Groups.* Notes by H. Bass, New York: W.A. Benjamin 1969.
[3] HOCHSCHILD, G.P. *Basic Theory of Algebraic Groups and Lie Algebras.* New York-Heidelberg-Berlin: Springer-Verlag 1981.
[4] HUMPHREYS, J.E. *Linear Algebraic Groups.* New York-Heidelberg-Berlin: Springer-Verlag 1975.
[5] SPRINGER, T.A. *Linear Algebraic Groups.* Boston-Basel-Stuttgart: Birkhäuser 1981.

(Reçu le 23 janvier 1988)

Dragomir Ž. Đoković

Department of Pure Mathematics
University of Waterloo
Waterloo, Ontario, Canada N2L 3G1

vide-leer-empty