Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES TRANSFORMATIONS CIRGULAIRES RÉELLES DU PLAN
Autor: Guilhem, R. Saint
Kurzfassung: SOMMAIRE
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28031

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES TRANSFORMATIONS CIRCULAIRES RÉELLES DU PLAN

PAR

R. SAINT GUILHEM (Paris).

SOMMAIRE

CHAPITRE I. — *Généralités.* — Si l'on met à part les similitudes, toute transformation circulaire Γ se réduit au produit d'une inversion par un retournement (transformations circulaires directes) ou par un déplacement (transformations circulaires inverses). L'ensemble constitue le groupe circulaire total Γ.

CHAP. II. — *Les transformations circulaires directes (groupe $\mathcal{C}$).* — Toute $\mathcal{C}$ admet deux points doubles réels distincts ou confondus. On peut la transformer, par exemple au moyen d'une inversion, en une similitude directe $\mathcal{S}$ dont le rapport k et l'angle α sont les invariants caractéristiques de $\mathcal{C}$ dans le groupe Γ.
Etude des différents types de $\mathcal{C}$. Type réciproque: involution plane.

CHAP. III. — *Les transformations circulaires inverses* C. — Elles se divisent en trois espèces: la première espèce C_h a deux points doubles réels distincts, et admet pour image une similitude inverse S, dont le rapport k est l'invariant caractéristique de C_h; la deuxième espèce C_l a deux points doubles confondus et admet pour image un retournement D: elle constitue un seul type intrinsèque; la troisième espèce C_r n'a pas de points doubles réels, mais elle admet un couple de points conjugués réels; son image est une « antirotation » T dont l'angle α est l'invariant caractéristique de C_r. L'inversion simple I est un cas particulier commun aux trois espèces.

CHAP. IV. — *Application à la décomposition des diverses transformations* Γ. — Etude du groupe des transformations ayant les mêmes pôles; décomposition d'une Γ en un produit de deux Γ simples. — Groupe des transformations ayant un point double commun. — Produit de n inversions successives; décomposition d'une $\mathcal{C}$ en un produit de 4 inversions, d'une C en un produit de 3 inversions.

On se propose ici de rechercher toutes les transformations circulaires ponctuelles et réelles du plan, et de donner ensuite leurs propriétés fondamentales par des voies élémentaires. Dans ce but on démontrera directement que toutes ces transformations admettent un couple réel de points doubles ou de points conjugués; on en déduira la possibilité de représenter chaque transformation circulaire par une autre plus simple (le plus souvent une similitude), dans laquelle sont mises en évidence les propriétés intrinsèques de la première. On obtient ainsi très simplement des résultats essentiels que la méthode classique des affixes imaginaires ne pourrait donner qu'après de longs calculs. En outre la méthode employée ici s'applique sans changement aux transformations sphériques de l'espace à trois dimensions, qui feront l'objet d'une étude faisant suite à celle-ci.

Préliminaires.

§ **1.** — Nous supposons connus:

1° Les propriétés classiques de l'inversion dans le plan;

2° Les définitions relatives aux groupes de transformations géométriques;

3° Les théorèmes suivants concernant les similitudes du plan:

a) *Toute similitude directe peut être considérée comme le produit d'une homothétie par une rotation autour du centre d'homothétie.* Cette décomposition est possible d'une seule manière; le point double unique ainsi mis en évidence est le *centre* ou *pôle* de similitude. En général, il n'y a pas de droite double ni de cercle double.

b) *Toute similitude inverse peut être considérée comme le produit d'une homothétie par une symétrie autour d'une droite passant par le centre d'homothétie.* Ce point ω et cette droite Δ sont dits *centre* ou *pôle* et *axe* de similitude inverse. Ici, il y a, comme tout à l'heure, un point double: le centre ω; mais il y a *deux* droites doubles: l'axe Δ et la perpendiculaire Δ' à l'axe menée par le centre.

En particulier, on passe d'une figure à une autre directement égale par un *déplacement* qui se réduit à une rotation ou à une