2. — Composition.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

2. — Composition.

Si nous composons n'importe quel élément du groupe avec n'importe quel autre, nous obtenons un produit qui est encore un élément du groupe (égalité par addition ou soustraction). La règle de composition est donc définie par l'addition membre à membre des égalités qui constituent les éléments.

I. Commençons par composer entre eux les éléments a, b, c, ..., etc.

$$\begin{array}{ll} (a)\ A + A' = B & \\ (b)\ B + B' = C & \\ \hline (p)\ A + B + A' + B' = B + C\ , & \text{d'où} \quad A + (A' + B') = C\ . \end{array}$$

Cette composition constitue le principe du syllogisme ($A < B$, $B < C$, donc $A < C$), qui peut s'écrire

$$A = B - A'\ , \quad B = C - C'\ , \quad \text{donc} \quad A = C - (A' + B')\ .$$

De même, $(a) + (c)$ donne $A + (A' + B' + C') = D$ ou $A = D - (A' + B' + C')$, etc.

II. Eléments a' b' c':

$$\begin{array}{ll} (a')\ B - A' = A\ , & \\ (b')\ C - B' = B\ , & \\ \hline (p)\ C - (A' + B') = A\ . & \end{array} \qquad \text{et} \qquad \begin{array}{ll} (a')\ B - A' = A\ , & \\ (c')\ D - C' = C\ , & \\ \hline D - C' + B - A' = A + C\ , & \\ \text{or} \quad B = C - B'\ , & \\ \text{d'où} \quad D - (C' + B' + A') = A\ . & \end{array}$$

etc.

III. Eléments a, b, c, ... et a', b', c', ...

$$\begin{array}{ll} (a)\ A + A' = B\ , & \\ (c')\ D - C' = C\ , & \\ \hline A + D + A' - C' = C + B\ , & \\ \text{d'où} \quad D = C + C'\ . & \end{array} \qquad \begin{array}{ll} (a')\ B - A' = A\ , & \\ (c)\ B + B' = C\ , & \\ \hline B + B + B' - A' = A + C\ , & \\ \text{d'où} \quad B = C - B'\ . & \end{array}$$

IV. Classes négatives

$$\begin{array}{ll} (a'') & -A - A' = -B \\ (b'') & -B - B' = -C \\ \hline & -A - B - A' - B' = -B - C\,, \quad \text{d'où} \quad -A - (A' + B') = -C\,, \end{array}$$

et

$$\begin{array}{ll} (b) & B + B' = C \\ & A - B = -A' \\ \hline & A + B - B + B' = C - A'\,, \\ & A + B' = C - A'\,. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} (b) & B + B' = C \\ & C - D = -C' \\ \hline & B + C + B' - D = C - C'\,, \\ \text{d'où} & B + B' = D - C'. \end{array}$$

V. On peut enfin additionner ou soustraire les A′, B′, C′, etc. entre eux. On peut poser (par définition)

$$\begin{array}{lcl} A' + B' = C - A\,, & & A' - B' = C - A - B' - B'\,, \\ B' + C' = D - B\,, & \text{et} & B' - C' = D - B - C' - C'\,, \\ C' - D' = E - C\,. & & C' - D' = E - C - D' - D'\,. \\ \ldots, \text{ etc.} & & \ldots, \text{ etc.} \end{array}$$

d'où les compositions suivantes

$$\begin{array}{ll} (a) & A + A' = B \\ & A' + B' = C - A \\ \hline & A + A' + A' + B' = B + C - A \\ \text{d'où} & A + A' + B' = C \\ & \ldots, \text{ etc.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (a) & A + A' = B \\ & A' - B' = C - A - B' - B' \\ \hline & A + A' + A' - B' = C + B - A - B' - B' \\ \text{d'où} & A + A' + B' = C\,. \\ & \ldots, \text{ etc.} \end{array}$$

Bref, toute composition aboutit naturellement, grâce à l'application des règles de substitution, à un emboîtement des classes d'ordre inférieur dans les classes d'ordre supérieur [1].

[1] Si l'on est frappé de l'infécondité de telles transformations, qu'on veuille bien se rappeler que notre seul but était de montrer qu'elles constituent un groupe. Au reste, comme le dit COUTURAT en comparant l'Algèbre de la Logique avec l'Algèbre mathématique: « En logique, la distinction des termes connus et inconnus est artificielle et presque inutile: tous les termes, en principe, sont connus et il s'agit seulement, étant donné entre eux certaines relations, d'en déduire des relations nouvelles (c'est-à-dire inconnues ou non explicitement connues) ». *L'Algèbre de la Logique*, p. 65.