Friedrich Schilling. — Pseudosphärische, Hyperbolisch-sphärische und Elliptisch-sphärische Geometrie. — Un volume gr. in-8° de VIII-240 pages et 114 figures, relie. Prix: RM. 16; pour l'etranger, RM. 12. B.G. Teubner, Leipzig et Berlin, 1937.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

pédagogique car il est bien connu que beaucoup d'enfants prennent goût à la Mécanique en manipulant de tels jouets. Poursuivre l'idée, ramener l'adolescent et même l'homme à une sorte de bon sens élémentaire et juvénile et le faire avec une étourdissante virtuosité, voilà, à coup sûr, ce qui ne manque point d'intérêt.

L'Analyse accompagne tout ceci et s'élève jusqu'aux équations de Lagrange suivies bientôt des équations canoniques pour lesquelles l'auteur invoque la notion de transformations de contact; peu importe l'expression qui, en fait, désigne les transformations conservant la forme canonique et dont Henri Poincaré fit un si grand usage. Et nous voici au seuil de recherches modernes, au Principe d'Hamilton, aux principes variationnels qui peuvent servir de base aux énergétiques nouvelles; ce simple bon sens commence tout de même à demander des compléments et M. Osgood ne dit pas qu'il faut les lui refuser. Mais vraiment il aura mis le plus grand des talents à en tirer tout ce qu'il est humainement possible d'en tirer.

Notons aussi, avec le plus grand empressement, que l'œuvre se réclame de celle de Paul Appell. Rien ne saurait mieux prôner ses grandes qualités intuitives.

A. Buhl (Toulouse).

Friedrich Schilling. — **Pseudosphärische, Hyperbolisch-sphärische und Elliptisch-sphärische Geometrie.** — Un volume gr. in-8° de viii-240 pages et 114 figures, relié. Prix: RM. 16; pour l'étranger, RM. 12. B.G. Teubner, Leipzig et Berlin, 1937.

L'auteur ne nous surprend pas; il est un merveilleux intuitif de la Géométrie non euclidienne ayant déja publié une *Projektive und nichteuklidische Geometrie*, 1931, en deux volumes (dont nous ne trouvons point trace en nos articles bibliographiques, ce que nous regrettons) et un autre ouvrage sur *Die Pseudosphäre und die nichteuklidische Geometrie*, 1935, déjà signalé ici (**34**, 1935, p. 300).

Il reprend le sujet par d'autres voies, comme il le dit lui-même, et vraiment il réalise ainsi une sorte de miracle. On a vite fait de dire que la Géométrie, à deux dimensions, de Lobatchewsky, se réalise sur la pseudosphère. Ici, on est censé n'en rien savoir; la pseudosphère, surface de révolution à tractrice méridienne, est étudiée d'abord avec l'esprit de la Théorie des surfaces; ses géodésiques ont notamment les propriétés les plus élégantes, propriétés visibles, tangibles, ainsi que peuvent en faire foi les nombreuses figures qui illustrent le texte. Et alors, tout naturellement, se dégage l'esprit d'une géométrie analogue à la géométrie euclidienne mais avec un postulat de moins.

De grands esprits, ayant laissé d'excellents travaux scientifiques, ont semblé croire que les figures non euclidiennes n'étaient qu'une abstraction, qu'elles ne pouvaient être construites; avec quel talent M. Fr. Schilling prouve le contraire. Il examine la géométrie générale des droites et des coniques, avec propriétés harmoniques et anharmoniques, et lui trouve, sur la pseudosphère, une correspondance que personne ne mettait logiquement en doute mais qui est ici *tracée*. Il a, dès lors, pleinement raison quand il nous parle des « miracles » de la Géométrie non euclidienne.

Plus loin, il lui faut avoir recours à des sphères imaginaires. Cette fois, l'intuition va, sans doute, tomber en défaut. Nullement. On essaiera et l'on parviendra à reconnaître sur des hyperboloïdes les propriétés sphériques

en question. Finalement, tous les groupes non euclidiens auront quelque image réelle interprétant toutes les finesses de leur structure analytique.

Remarquons surtout, sur la pseudosphère, la Théorie des cercles géodésiques et la Trigonométrie pseudosphérique. Naturellement les transformations les plus simples sont des *mouvements*. Les nécessités de mesurer, pour combiner angles et distances, jouent également un rôle fondamental; en approfondissant le concept de *mesure*, on en arrive à la discussion de tout ce qui est *mesurable*. C'est pourquoi les géométries généralisées sont devenues le substratum des théories physiques nouvelles. Les auteurs qui le font comprendre, aussi bien et avec autant d'art que M. Schilling, sont rares.

A. Buhl (Toulouse).

Robert Sauer. — **Projektive Liniengeometrie** (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, Band 23). — Un volume gr. in-8° de 194 pages et 36 figures, relié. Prix: RM. 9. Walter de Gruyter & Co. Berlin W 35 et Leipzig, 1937.

Encore un très beau volume qui se réclame, comme le précédent, de la géométrie tangible et visible plutôt que d'une analyse qui ne sera développée qu'ensuite. Le sujet n'est pas nouveau. Pour les Français, il remonte à Gaston Darboux et plus particulièrement encore à Gabriel Kœnigs. Il y a deux ans, nous avons analysé ici (**34**, 1935, p. 126) une œuvre fort analogue due à Ernst August Weiss, œuvre qui se réclamait surtout des idées de Study et de la notion de complexe, ceci, rappelons-le, avec une très grande élégance.

M. Robert Sauer nous indique, dès le début de son exposition, qu'il s'agit de géométrie projective à propos de données aussi peu spéciales que possible, ce qui apparaît tout de suite, dès la première figure, à propos de surfaces supportant des réseaux conjugués. Les tangentes aux courbes du réseau, le long d'une même courbe transversale lui appartenant aussi, doivent former une surface développable. L'analyse de telles possibilités ne va pas sans conditions d'intégrabilité dont profitent les systèmes d'équations différentielles. Autrefois les profits de ce genre n'ont point manqué avec lignes de courbure, lignes asymptotiques et plus généralement lignes conjuguées associées à l'indicatrice de Dupin. Nous avons maintenant bien davantage; la nouvelle géométrie projective, avec ses associations de droites et de plans, ses corrélations, ses collinéations, fait naître une analyse d'essence linéaire mais qui a bientôt ses moments, ses déterminants, ses matrices, ses tenseurs, bref tout l'arsenal des théories physico-géométriques actuelles. Elle est d'ailleurs propre à prendre diverses formes mécaniques, ce dont nombre de géomètres s'étaient aperçu depuis longtemps, au moins dans des cas particuliers comme celui des vis de R. S. Ball.

Il est bien difficile de dépeindre, en quelques mots, tout ce qu'il y a d'admirable dans la géométrie des systèmes de droites; on peut classer ces systèmes d'après les services qu'ils rendent, d'après les propriétés de courbure des surfaces qu'ils permettent d'étudier. C'est ici que l'on pourrait placer une théorie de surfaces de révolution à courbure négative, théorie qui s'accorderait fort esthétiquement avec les vues exposées dans l'ouvrage de M. Schilling précédemment analysé. Ce qui est aussi fort remarquable, dans le livre de M. Sauer, c'est l'exposition des calculs. Il ne s'agit nullement d'un calcul tensoriel avec débauche d'indices, encore que celui-ci ne soit nullement interdit en la matière, mais de calculs, parfois très numériques