H. Kestelman. — Modern Theories of Integration, — Un volume gr. in-8° relie de viii-252 pages. Prix: 17s. 6d. net. At the Clarendon Press. Oxford, 1937.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

finiment généralisable et même on le croit. Quels nouveaux mondes intégraux se révéleront dans un proche avenir ? Je n'ose risquer un pronostic. Mais je conseille l'étude du beau livre de M. Saks à qui veut être prophète.

A. Buhl (Toulouse).

H. Kestelman. — **Modern Theories of Integration.** — Un volume gr. in-8° relié de viii-252 pages. Prix: 17*s.* 6*d.* net. At the Clarendon Press. Oxford, 1937.

Décidément les Théories modernes, concernant l'intégration, triomphent avec l'appui de la langue anglaise. Le précédent volume, en texte anglais, est cependant d'origine polonaise et imprimé en Pologne. Celui-ci est absolument anglais et vient même de l'Université de Londres. Y a-t-il eu quelque collaboration, au moins télépathique, entre les deux auteurs ? Les gloires françaises des Lebesgue et des Denjoy suscitent-elles des accumulations d'émulations ? Ce serait bien naturel. Mais pourquoi, plus particulièrement, sous forme anglaise ? Enfin mettons qu'il n'y ait là qu'une coïncidence fortuite et voyons ce nouvel et toujours très bel ouvrage. Il semble que, pour le sujet, on ne recule devant aucune dépense.

L'auteur, dans sa Préface, explique fort bien ce qu'il a voulu faire. Les ouvrages anglais ne méconnaissent pas M. Henri Lebesgue mais ne mettent point suffisamment en rapport son œuvre avec celle, plus simple, de M. C. Carathéodory. En suivant cet auteur, on peut arriver à identifier complètement *mesure* et *intégration*. L'avantage est aussi net dans le cas de n variables que dans le cas d'une seule. Il faut aussi remonter jusqu'à l'intégrale de Cauchy-Riemann, bien concevoir les cas, déjà très étendus, où elle est suffisante et n'arriver à l'intégrale de Lebesgue qu'au seuil des domaines d'insuffisance; c'est plus clair. Il y a aussi un aspect géométrique de l'intégrale de Riemann; on ne le négligera pas, les appels à l'intuition géométrique étant seulement évités avec soin (carefully) dans les démonstrations. Pour l'intégrale de Denjoy on évitera le recours au transfini. Pour l'intégrale de Perron, on se reportera à Saks. Enfin les séries de Fourier illustrent les généralités intégrales dans un esprit d'introduction aux *Trigonometrical Series* de A. Zygmund. Les œuvres de G. H. Hardy, C. Carathéodory, S. Saks, S. Banach, W. Sierpinski, les volumes des *Fundamenta Mathematicae* ont été d'inestimables sources de références.

Voilà qui est bel et bon. Toutefois on peut se demander si l'ouvrage ne va pas faire double emploi avec celui de Saks. Mais non. Il est plus élémentaire et serait à étudier d'abord pour qui aurait en main les deux œuvres. De plus, l'auteur, tout en voulant éviter d'avoir recours à l'intuition géométrique, au moins dans les démonstrations, me paraît être un remarquable intuitif. Si c'est malgré lui, le fait n'en est pas moins remarquable et excellent.

Son premier chapitre, sur les ensembles, est une merveille de clarté intuitive. Peut-on, par exemple, établir une égalité, entre deux nombres, sans dénombrement? Oui. Si je constate que, dans une assemblée, chaque personnage est assis sur une chaise et qu'il n'y a pas de chaise vide, je puis affirmer, sans rien compter, que le nombre des personnages est égal au nombre des chaises. Le mot « noon » comprend quatre membres mais c'est un agrégat de deux lettres seulement; donc la notion d'agrégat n'a

rien à faire avec celle de multiplicité. Avec de tels débuts, les considérations ensemblistes coulent de source.

A propos de la mesure, au sens de M. Lebesgue, signalons, au Chapitre III, certaines invariances de cette notion pour transformations linéaires. On entrevoit ici d'importantes conséquences physiques. Et, au Chapitre IV, l'intégrale de Lebesgue apparaît bien comme une extension de la notion d'aire.

Le Chapitre VII examine étroitement les liaisons possibles entre intégrales généralisées et dérivées.

Les nécessités de la brièveté nous obligent à la simple mention des extensions dues à Holder et à Denjoy. Pour les séries de Fourier, pages intéressantes sur la sommabilité à la Fejér. Pour les intégrales doubles, nous avons des calculs très explicites.

Tout cela vit, d'une sorte de vie supérieure à la vie mathématique vulgaire. C'est aussi l'analyse d'un monde physique où l'on pénètre à peine mais qui sera peut-être celui des physiciens de demain grâce à de valeureux créateurs et intermédiaires tels MM. S. Saks et H. Kestelman.

A. Buhl (Toulouse).

William Fogg Osgood. — **Functions of Real Variables.** — Un volume gr. in-8° de xii-400 pages, relié rouge et or. Prix: $4.00 U.S. University Press. The national University of Peking. 1936.

Beau et curieux volume. Le professeur émérite de la Harvard University donne à Pékin un enseignement que, pour ma part, je n'attendais pas en un tel lieu, enseignement qui pourrait servir de modèle à beaucoup d'enseignements européens.

Certains esprits intuitifs voient facilement des « chinoiseries » dans les précautions parfois extrêmes qui accompagnent un exposé concernant les fonctions de variables réelles. Ici les chinoiseries sont exclues bien que nous soyons essentiellement en pays chinois. L'auteur a rassemblé des critères, des « tests » suivant l'expression anglaise, des calculs aux résultats parfois inattendus, qui font profondément réfléchir sur les idées de convergence, de limite, de continuité, même sur la notion de nombre ainsi que sur celle d'opérations commutatives ou non. Mais tout cela se fait dans le domaine saisissable ou très simplement à partir de ce domaine. D'ailleurs, la Préface nous explique que la matière peut laisser un certain libre-arbitre, une possibilité de choix à l'étudiant qui, selon la forme de son intelligence, aura l'impression de créer lui-même des manières de penser propres à la démonstration. Ainsi le Chapitre I se termine avec des produits infinis et un aperçu sur la série hypergéométrique que beaucoup ne verraient qu'à travers des considérations analytiques; mais la notion de convergence y suffit.

Plus loin la notion de convergence *uniforme* précise encore mieux les conditions opératoires relatives à la dérivation et à l'intégration mais sans qu'il soit indispensable de parler de variables complexes; la conception est très moderne et fait sa place à la notion du quasi-analytique.

Les séries de Fourier sont mises en relation, autant qu'il est possible, avec les séries entières; leur sommabilité, suivant les idées de Césaro et de Fejér, milite excellemment en faveur de leur simplicité alors que le fameux