# § IV

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **01.06.2024**

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

la biologie mathématique et qui est destiné dans l'avenir à en avoir toujours de plus étroites. Nous aurons l'occasion d'en parler au cours de cette conférence.

Les phénomènes de la vie présentent un caractère particulier dont il faut toujours tenir compte. A savoir l'influence notable et souvent prépondérante du passé pour déterminer les réactions dans le présent et l'évolution dans l'avenir.

En vertu de ce caractère nous dirons que dans ces phénomènes il y a la *mémoire du passé* ou mieux encore nous parlerons du *caractère historique* des phénomènes vitaux.

Des faits analogues se présentent aussi en dehors du monde organique et constituent l'ensemble des phénomènes qui prennent le nom d'hystéresis, de traînage, etc. et qui ont une énorme importance dans la technique. Tous les ingénieurs savent qu'un pont ressent des efforts qu'il a supporté dans le passé et que dans les machines électrodynamiques le magnétisme offre des phénomènes notables de retard.

Dans le monde inorganique le terme *hérédité* a prévalu pour les désigner, mais il amènerait des confusions avec le concept d'hérédité qui est adopté en biologie. Peut-être vaut-il mieux se rallier au terme *phénomènes historiques*, tant dans le monde organique que dans le monde inorganique.

Or, il y a une analyse mathématique pour traiter ces questions; c'est l'*analyse fonctionnelle*. Bien probablement, celle-ci sera destinée à jouer un rôle prépondérant dans les questions de biologie mathématique. Jusqu'à présent elle a donné lieu à quelques propositions et à un chapitre spécial de la théorie de la lutte pour la vie.

## § IV

Mais revenons à l'exposé des nouvelles théories.

Elles se présentent sous une forme extrêmement systématique et qui est tout à fait comparable à celle qu'a adopté depuis longtemps la dynamique analytique.

On peut, en effet, prendre pour point de départ des propositions simples et presque évidentes en les regardant comme des postulats ou des axiomes et procéder d'une manière entièrement

déductive en obtenant des équations générales applicables au plus grand nombre des cas. Ces équations, de type différentiel, se transforment et s'intégrent comme les équations de la mécanique et de la physique mathématique. Elles peuvent prendre la forme canonique qui appartient aussi aux équations de la mécanique céleste. On peut enfin les rattacher à un principe général unique qui est celui qui se retrouve dans un très grand nombre de cas, comme principe souverain de la nature. C'est le principe de minimum d'après lequel la nature agit toujours de manière à épargner le plus possible. Fermat l'avait entrevu comme base de la propagation de la lumière, Maupertuis comme fondement de la mécanique et évoluant, après Hamilton, Jacobi et d'autres savants, il est en train de pénétrer dans tous les domaines de la philosophie naturelle.

Commençons par considérer le cas d'un nombre quelconque d'espèces animales vivant dans le même milieu et supposons que les individus de certaines espèces dévorent ceux d'autres espèces. Nous laissons de côté le cas où plusieurs espèces se disputent la même nourriture, cas qui est beaucoup plus simple que l'autre. (Voir § XI.)

Pour fixer les idées on peut imaginer un cas réel d'animaux carnivores qui se nourrissent d'animaux herbivores tandis que ceux-ci se nourrissent de plantes. On peut supposer que les trois espèces animales et végétales vivent dans une île séparée du reste du monde.

Un autre cas pratique fréquent est celui d'insectes nuisibles à certaines espèces végétales et d'autres insectes qui détruisent les premiers.

Si une espèce est seule, l'on peut prendre comme équation qui représente sa multiplication, l'équation $\frac{dN}{dt} = \varepsilon N$ où N désigne le nombre des individus ou la population et $\varepsilon$ le coefficient d'accroissement. Si celui-ci est positif, on a un accroissement réel de l'espèce, s'il est négatif, on a au contraire un épuisement. Cette équation exprime la *loi malthusienne* (fig. 1 et 2). On peut prendre le coefficient constant si les conditions de vie sont telles que la nourriture ne vient jamais à manquer ou à subir des perturbations.

Son intégrale est $N = N_0 e^{\varepsilon t}$ où $N_0$ est la valeur de N pour

$t = 0$. Si au contraire les conditions de vie sont affectées par l'accroissement de l'espèce, alors il faut diminuer le coefficient

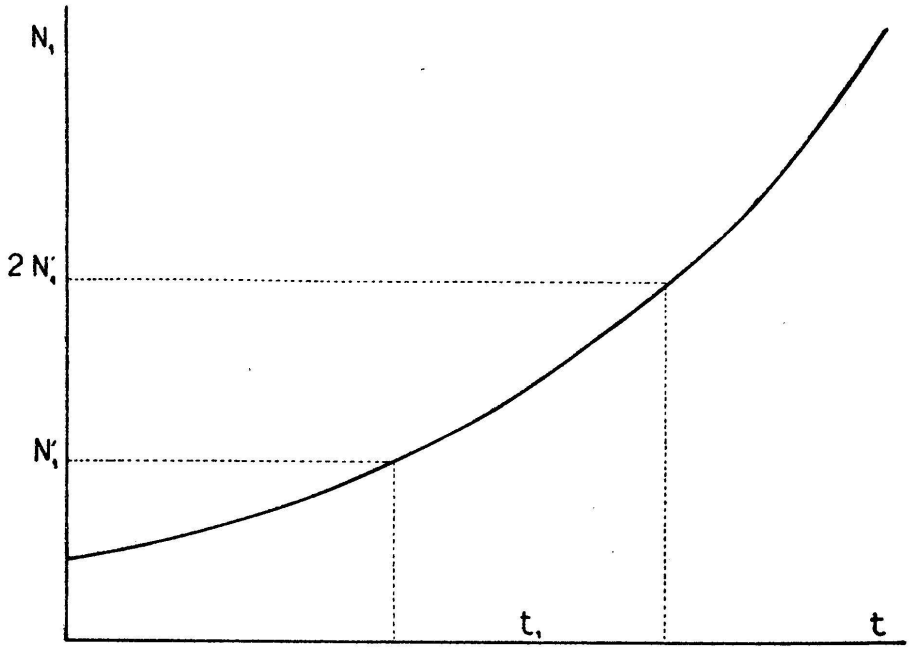


Fig. 1.
Croissance libre d'une espèce
(courbe exponentielle croissante).

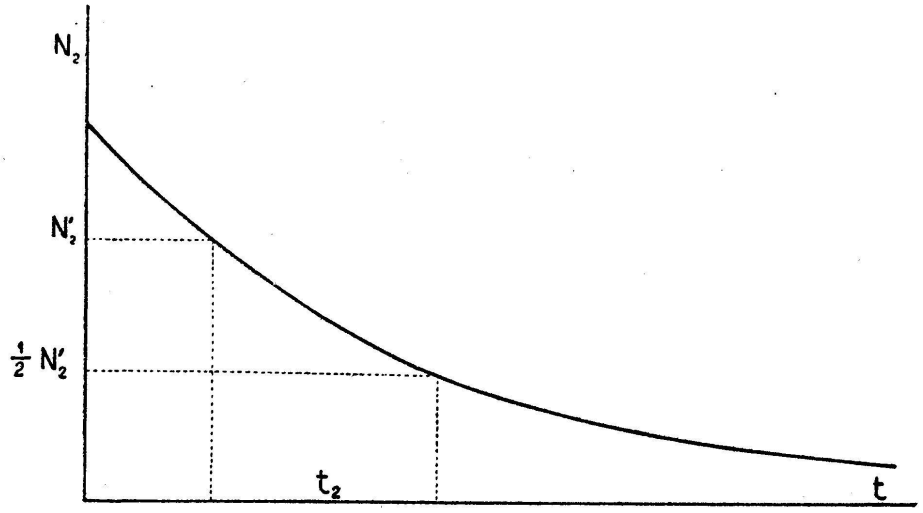


Fig. 2.
Epuisement libre d'une espèce
(courbe exponentielle décroissante).

d'accroissement et en première approximation on peut le diminuer proportionnellement aux nombres des individus existants. On

trouve ainsi l'équation $\frac{dN}{dt} = (\varepsilon - \lambda N) N$ qui s'intègre facilement et qui amène à la loi de Verhulst-Pearl représentée par la formule

$$N = \frac{\varepsilon N_0 e^{\varepsilon t}}{\varepsilon + N_0 \lambda (e^{\varepsilon t} - 1)}$$

et par la courbe bien connue que nous reproduisons dans la figure 3. La figure 4 donne des résultats expérimentaux qui vérifient la théorie.

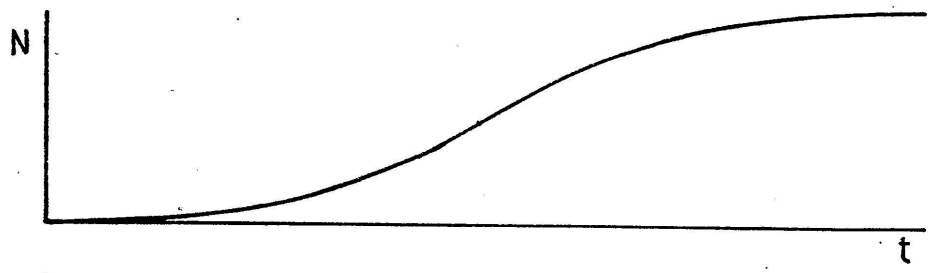


Fig. 3.
Courbe logistique.

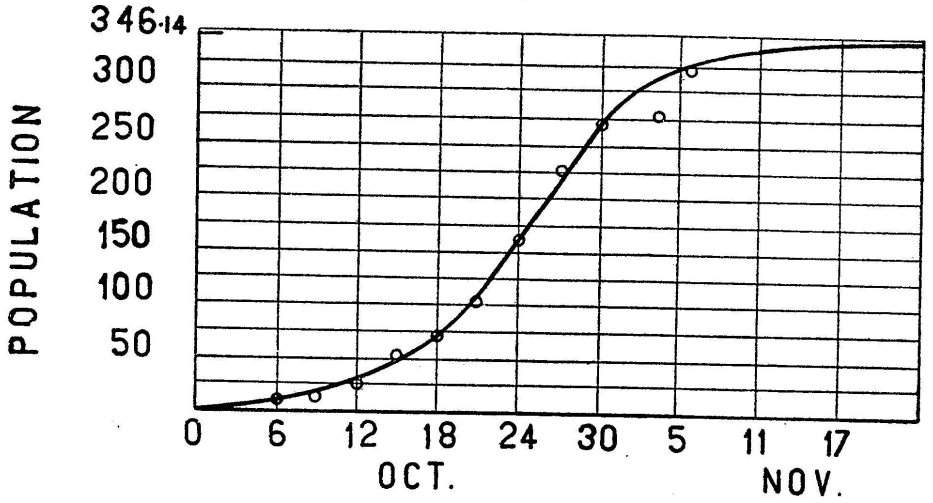


Fig. 4.
Accroissement d'une population de *Drosophila*
(d'après PEARL).

J'ai étudié aussi le cas où des produits métaboliques se forment, lesquels empoisonnent le milieu. Même alors l'analyse mathématique peut être appliquée, tout en devenant beaucoup plus compliquée: il faut tenir compte que l'empoisonnement croît peu à peu et que le passé a une influence sur les conditions actuelles.

C'est donc un cas *historique* et pour le traiter il faut recourir aux équations intégro-différentielles qui forment un chapitre de l'analyse fonctionnelle (fig. 5).

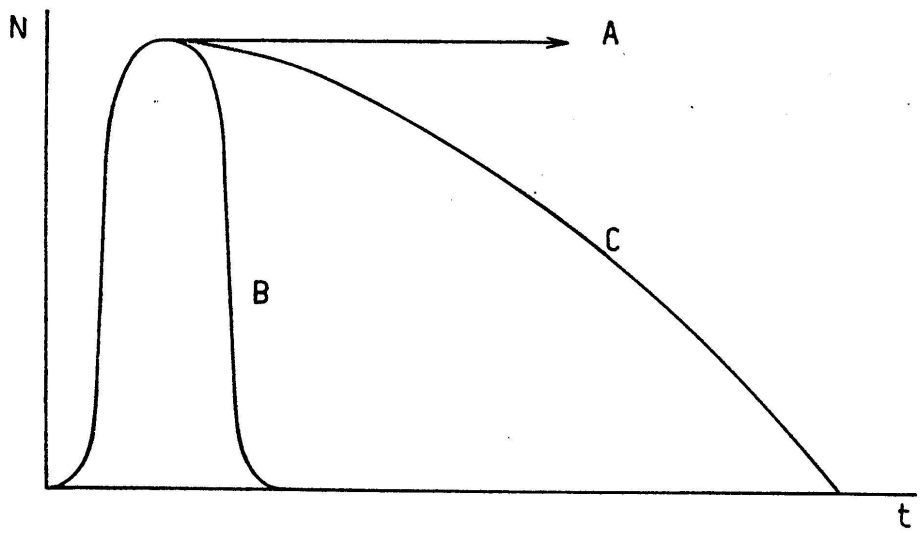


Fig. 5.
Courbes de croissance d'une population.
A. Courbe logistique. — B. Courbe de l'intoxication pure. — C. Courbe mixte de Pearl et de l'intoxication constante.

## § V

Mais laissons le cas d'une seule espèce et passons à celui de plusieurs espèces. A cause de leur action mutuelle les coefficients d'accroissement seront modifiés et on pourra en première approximation considérer ces modifications comme proportionnelles aux nombres des individus des différentes espèces. Or, si dans la lutte pour la vie les uns dévorent les autres, ces modifications seront avantageuses pour les espèces dévorantes et défavorables aux espèces dévorées.

Pour mettre effectivement en équation le problème, le plus simple est de recourir au *principe des rencontres*.

Soit $N_r$ le nombre des individus de l'espèce $r$ et $N_s$ le nombre des individus de l'espèce $s$. Alors la probabilité qu'un individu de la première espèce rencontre un individu de la seconde espèce sera proportionnelle à

$$N_r N_s$$