R. Fueter. — Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen. Zweiter Teil. (B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen, B...

Autor(en): **Mirimanoff, D.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Avec une seconde partie, nous abordons les spectres des fonctions. Celles-ci sont définies sur des ensembles et, comme tout ensemble a un spectre, il doit y avoir une correspondance fonctionnelle entre un spectre d'ensemble et la nouvelle notion de spectre de fonction.

Pour les fonctions analytiques, les théorèmes fondamentaux prennent une forme spectrale particulièrement saisissante ; le spectre ne peut être entier sans que la fonction soit identiquement constante, il ne peut être commensurable que pour une fraction rationnelle, etc.

Enfin, le spectre d'une fonction peut s'apercevoir au travers de transmutations fonctionnelles qui permettent, par exemple, de l'avoir sous forme d'intégrale définie. Il y a aussi des spectres approchés de même qu'il y a des représentations polynomiales approchées.

Dans la troisième partie, M. Petrovitch traite, aussi généralement que possible, de la méthode spectrale. Il est certain, en effet, qu'on peut considérer tout ce qui précède comme formé de cas particuliers relevant du problème général qui consisterait à ne voir qu'un seul nombre inconnu, là où l'analyse ordinaire en verrait plusieurs autres ou même une infinité d'autres. Ainsi imaginons les coefficients rationnels d'une série écrits sous forme décimale en pratique forcément limitée ; cela peut faire une infinité d'inconnues. Cependant, en écrivant ces coefficients bout à bout ou sous forme de cannelures spectrales, on peut n'y voir qu'un nombre unique. Les problèmes qui peuvent se *simplifier* ainsi ne doivent pouvoir appartenir qu'à des catégories spéciales mais M. Petrovitch peut prétendre que c'est justement à ceux là qu'il a voulu consacrer son livre et les exemples qu'il traite sont assez variés pour donner droit de cité, en Analyse, à une méthode qu'il manie d'ailleurs avec beaucoup d'ingéniosité.

A. Buhl (Toulouse).

R. Fueter. — **Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen.** Zweiter Teil. (B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen, Band XL 1,2). — 1 vol., gr. in-8°, p. 143-358 ; 4 figures ; prix R.-M. 10, relié R.-M. 11.60 ; B. G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1927.

Est-il besoin d'insister sur l'intérêt et l'importance des théories que M. Fueter expose d'une manière si remarquable dans ses leçons sur les modules singuliers et la multiplication complexe des fonctions elliptiques ? Nous avons déjà cherché, en rendant compte de la première partie de ce cours, parue en 1924, à donner une idée des grands problèmes abordés par M. Fueter. Le but principal de son ouvrage, rappelons-le, est la démonstration du théorème fondamental de Kronecker sur les équations algébriques qui sont abéliennes dans un corps quadratique imaginaire $k(\sqrt{m})$. Kronecker avait affirmé que les racines de ces équations sont des fonctions rationnelles de certains nombres algébriques fournis par la multiplication complexe, de même que les racines des équations abéliennes absolues sont des fonctions rationnelles des racines de l'unité. Ce n'est que dans ces dernières années que M. Fueter a réussi à trouver de ce théorème admirable, qu'il a précisé, une démonstration générale, à l'aide d'une méthode qui présente une certaine analogie avec celle dont M. Hilbert a fait usage dans son mémoire sur le premier théorème de Kronecker.

Cette belle démonstration est exposée ici avec tous les développements que comporte un sujet de cette importance et de cette ampleur.

M. Fueter commence par consacrer un paragraphe des plus intéressants à la théorie des corps abéliens relatifs, en s'arrêtant surtout sur les propriétés et les notions qui lui seront utiles dans cette partie de son ouvrage. Il reprend ensuite, en se plaçant cette fois-ci au point de vue arithmétique, l'étude des corps de la multiplication complexe, abéliens dans k, déjà envisagés dans la première partie de son cours. Comment se décomposent, dans ces corps abéliens, les idéaux premiers de k ? La solution s'obtient par un raisonnement où interviennent à la fois, et de la manière la plus heureuse, l'arithmétique et la théorie des fonctions. Mais c'est à l'aide de considérations d'un ordre différent s'appuyant sur les méthodes de Dirichlet que M. Fueter arrive, dans les paragraphes suivants, à établir certaines propriétés, très curieuses, des équations de classes et à montrer en particulier que ces équations sont irréductibles dans k.

Ici s'affirme une fois de plus l'importance de la notion d'anneau (Ring) et surtout de celle de rayon (Strahl), introduite par M. Fueter en 1903. Les corps de classes correspondants (Ringklassenkörper, Strahlklassenkörper) jouent, en effet, un rôle de tout premier plan dans cette étude. Un long chapitre est consacré à la détermination des discriminants relatifs de ces corps, problème délicat et difficile, où la théorie des fonctions vient encore au secours de l'arithmétique en fournissant, et cela s'explique par l'origine même de ces corps abéliens, l'instrument de recherche le plus approprié et le plus naturel. Je regrette de ne pouvoir donner une idée de cette méthode si simple et si belle.

Cette étude des corps abéliens relatifs, faite au double point de vue de l'arithmétique et de la théorie des fonctions, nous conduit assez rapidement au grand théorème de Kronecker-Fueter, que l'auteur appelle le « Vollständigkeitssatz » et qu'il énonce de la manière suivante: tout corps abélien dans un corps quadratique imaginaire est contenu dans un corps de modules singuliers et de valeurs elliptiques singulières.

Nous voilà donc en possession des éléments ultimes à partir desquels se construisent tous les corps abéliens et toutes les équations abéliennes de Kronecker. Et les méthodes de M. Fueter permettent en même temps d'obtenir des éléments dans chaque cas particulier. C'est à ce problème intéressant, qui éclaire d'un jour nouveau les théories générales exposées dans cette étude, qu'est consacré le dernier chapitre du livre dû à la plume de M. Max Gut.

On ne saurait assez souligner l'importance du rôle joué dans cette étude par la théorie des fonctions. C'est elle qui a fourni ici les méthodes les plus puissantes et les plus sûres. C'est elle qui a préparé la voie à la démonstration de ces belles lois de réciprocité dans les corps quadratiques imaginaires, auxquelles M. Fueter vient de consacrer deux mémoires du plus haut intérêt dans les « Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften » de Göttingen.

Puissent les lecteurs du beau livre de M. Fueter y trouver les suggestions de nouvelles recherches.

D. Mirimanoff (Genève).