# G.-H. Halphen. — Œuvres publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. Tome III. — 1 vol. gr. in-8° de XII-520 p.: 90 francs; Gauthier-Villars, Paris, 1921.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

**Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

**http://www.e-periodica.ch**

la théorie est déjà familière par les problèmes qu'il pose et les horizons qu'il ouvre.

*Première partie.* — PROLOGUE. Qu'est-ce que la géométrie ? — CHAP. I. La contraction de Fitzgerald Lorentz. — II. La relativité. — III. L'univers à quatre dimensions. — IV. Les champs de force. — V. Les différents genres d'espaces. — VI. La nouvelle loi de gravitation et l'ancienne. — VII. La lumière pesante. — VIII. Autres preuves de la théorie. — IX. Quantité de mouvement et énergie. — X. Vers l'infini. — XI. Electricité et gravitation. — XII. Sur la nature des choses. — APPENDICE. Notes mathématiques. Note historique.

*Deuxième partie.* — Partie théorique. — I. Principes élémentaires. — II. Le calcul tensoriel. — III. La loi de gravitation. — IV. La mécanique de la relativité. — V. Electricité. R. WAVRE (Genève).

G.-H. HALPHEN. — ŒUVRES publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot. Tome III. — 1 vol. gr. in-8° de XII-520 p.; 90 francs; Gauthier-Villars, Paris, 1921.

Nous avons déjà publié (1916, p. 365; 1919, p. 393) les analyses des deux premiers volumes de ces magnifiques *Œuvres*. Pour le tome troisième un aperçu condensé est particulièrement facile, car ce tome ne contient que quatre mémoires dont deux sont si célèbres que les titres seuls suffiraient à attirer les mathématiciens désireux de se replonger dans ces belles productions. Précédés par une Notice due à M. Camille Jordan, les écrits en question sont:

I. Mémoire sur la réduction des équations différentielles linéaires aux formes intégrables (pp. 1-260).

II. Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques (pp. 261-455).

III. Sur quelques équations différentielles linéaires du quatrième ordre (pp. 457-462).

IV. Sur les invariants des équations différentielles linéaires du quatrième ordre (pp. 463-514).

Faut-il rappeler que le premier mémoire fut présenté au concours du Grand Prix des Sciences mathématiques en même temps que celui où Henri Poincaré, inspiré du même sujet, construisait les fonctions fuchsiennes. Quel admirable assaut d'intelligence ! Et comme les traits du génie se reconnaissent bien dans le choix heureux d'une idée fondamentale. Un des moyens les plus utiles, écrit Halphen (p. 3), pour étendre le champ de nos connaissances en calcul intégral consiste dans les changements de variables. La chose était vraie; elle le sera sans doute toujours. Elle sort des champs où Halphen opérait et aujourd'hui se révèle tout aussi féconde en Physique mathématique là où, par exemple, les formules fondamentales de l'électromagnétisme se rattachent aux principes les plus simples de l'analyse.

Pour Halphen, il s'agit surtout de substitutions $x = \varphi(X)$, $y = Y\,\psi(X)$ telles que l'équation différentielle transformée soit à coefficients constants, où à intégrale rationnelle, où à coefficients doublement périodiques et à intégrale uniforme. Une équation linéaire d'ordre quelconque ne peut évidemment être ramenée à une forme donnée par une substitution aussi simple que celle qui vient d'être indiquée mais c'est alors qu'intervient la notion des *invariants*, l'étude de ceux-ci indiquant s'il est possible ou

non de transformer l'équation en un type maniable soit algébriquement soit par le moyen des transcendantes de la théorie des fonctions elliptiques. Pour ne citer que les noms français, rappelons que la question a été également travaillée par Laguerre, par MM. P. Appell, E. Picard, Ed. Goursat. Elle est trop fameuse pour que nous ayons à insister.

La classification des courbes gauches algébriques est encore une question que personne n'avait jamais traitée avec la magistrale puissance qu'y révèla Halphen. Elle est inépuisable et alimente des travaux récents; là encore, la première chose à conseiller aux jeunes chercheurs est de revenir à Halphen même. On sait combien le sujet est fuyant. Déjà pour les courbes du quatrième degré, cette notion de degré ne suffit plus; les quartiques gauches se scindent en deux types essentiellement distincts d'après le nombre des points doubles apparents. Au neuvième degré les deux notions deviennent insuffisantes à leur tour et il faut faire intervenir des propriétés de cordes et ainsi de suite. Les entiers que l'on introduit, concurremment avec le degré, sont liés par de curieuses relations arithmétiques dont il serait imprudent de juger du sens sur des cas trop réduits; leur illustre auteur crut nécessaire de s'expliquer en traitant de la classification des courbes de degré 120.

Rappelons encore que la méthode algébrique fondamentale consiste à faire usage de la représentation

$$\varphi(x, y) = 0, \qquad z\chi(x, y) = \psi(x, y).$$

Ainsi toute courbe gauche est l'intersection d'un cylindre et d'une *monoïde* de Cayley. La science actuelle n'a pas trouvé mieux et l'on peut remarquer que ces dernières équations ne manquent point d'analogie formelle avec celles de la substitution qui, dans le mémoire précédent, transformait les équations différentielles linéaires. C'est toujours le génie qui, malgré la diversité de ses aboutissements, révèle sa présence sous des aspects simples et immuables; nous sommes même tenté de dire sous des aspects « invariants ».

A. Buhl (Toulouse).

Harold Hilton. — **Plane algebraic Curves.** — 1 vol. de XVI-388 p. avec nombreuses figures. Oxford, at the Clarendon Press, 1920.

Ceci est un volume extrêmement remarquable, que l'auteur s'est proposé d'écrire pour compléter l'œuvre analogue de Salmon. On connaît assez l'excellence de cette dernière, mais les progrès de la Science commencent à la faire vieillir.

M. Harold Hilton est d'ailleurs fort consciencieux; sa préface nous confie quelques craintes, par exemple celle de s'attirer le reproche de ne traiter, dans un si vaste sujet, que les points l'intéressant personnellement. Qu'il se rassure ! Les lecteurs discerneront rapidement les remarquables innovations dues à ses travaux personnels et le tact avec lequel il a dirigé ses emprunts aux productions d'autrui.

Je n'essaierai pas d'une analyse détaillée se poursuivant de manière logique; elle risquerait d'être presque aussi longue que le livre. Mais que de glanes merveilleuses il y a à faire.

A la page 10 et dans la moitié de cette page, il nous est démontré que deux courbes d'ordres N et $n$ se coupent en N$n$ points ! Il suffit de considérer le faisceau défini par l'origine et les points d'intersection. Il dépend