F. Klein. — Gesammelte mathematische Abhandlungen herausgegeben von R. Fricke and A. Ostrowski (von F. Klein mit ergänzenden Zusätzen versehen). Erster Band: Liniengeometrie, Grundlegung der Geometrie. Zum Erlanger Programm. — 1. vol. in-8°, 612 p, avec...

Autor(en): **Young, G.-C.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1921-1922)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

il ne faut pas perdre de vue que l'existence et la structure de ces cycles jettent un jour tout spécial sur les équations différentielles de la Mécanique qu'on peut précisément se proposer d'étudier au point de vue de ces propriétés cycliques.

Soyons bref sur les questions, si importantes cependant, qui constituent le dernier tiers du volume. M. Cartan retrouve les méthodes d'intégration pour les équations aux dérivées partielles du premier ordre. Il étudie les équations différentielles admettant des transformations infinitésimales données. Il revient, dans un chapitre spécial, à la réduction des équations du problème des trois corps. Il examine les positions, souvent réciproques, de la théorie des invariants intégraux et du Calcul des Variations. Il termine par l'équation invariante de l'optique, par les trajectoires lumineuses considérées jusque dans le champ d'Einstein-Schwarzschild.

Que de choses entre ce dernier résultat et une théorie dont la première esquisse grandiose appartient à Henri Poincaré.

A. Buhl (Toulouse).

H. Galbrun. — **Introduction à la Théorie de la Relativité ;** Calcul différentiel absolu et Géométrie. — 1 vol. in-8, 459 pages; 60 fr. Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1923.

Dans les 11 chapitres de ce livre, M. Galbrun expose les principes du calcul différentiel absolu, la théorie du déplacement parallèle, la Géométrie de M. Weyl et les applications de ces théories aux géométries euclidienne et non-euclidiennes à n dimensions, à l'étude des espaces de Galilée en mécanique rationnelle et en électromagnétisme, à la relativité restreinte, et à l'électrodynamique de Minkowski.

Le point de vue de l'Auteur est à la fois didactique et critique, et l'on ne saurait trop étudier les remarques judicieuses et fines que lui inspire cette seconde attitude quant aux interprétations que nombre de commentateurs d'Einstein ont données de la relativité restreinte. On pourrait parfois regretter que l'exposé didactique soit un peu touffu, et nous n'avons pas les mêmes préventions que l'Auteur contre la suppression du signe Σ. Il est à souhaiter que cet ouvrage soit suivi d'un autre livre consacré à la relativité généralisée et rédigé avec le même soin critique.

G. Juvet (Neuchâtel).

F. Klein. — **Gesammelte mathematische Abhandlungen** herausgegeben von R. Fricke and A. Ostrowski (von F. Klein mit ergänzenden Zusätzen versehen). Erster Band: Liniengeometrie, Grundlegung der Geometrie, Zum Erlanger Programm. — 1 vol. in-8°, 612 p. avec un portrait; Verlag Julius Springer, Berlin.

La publication des œuvres de M. Felix Klein, dont ce volume constitue la première partie, présente un intérêt tout à fait spécial. C'est l'autobiographie du maître. Le vénérable mathématicien retrace, dans une série d'articles intercalés entre les mémoires du recueil, le développement de ses idées, les milieux et les personnes dont l'influence s'est fait sentir sur ses idées, et parfois les recherches récentes d'autres mathématiciens qui jettent de la lumière sur ce qui était alors prématuré ou peu précis. Avec une vue d'ensemble il nous fait entrevoir l'influence qu'il a eu lui-même, et le rôle joué actuellement dans la science par les idées qu'il représente.

Les innovations des grands savants sont pour la plupart les expressions de l'état d'esprit de leur temps. Ces penseurs trouvent dans l'âge qui les précède la source de leurs idées, et ils anticipent les points de vue de l'âge qui leur succède. Pour ce qui est des idées fondamentales résumées par Klein dans son *Programme d'Erlangen*, le monde mathématique était déjà prêt pour en saisir la portée ; toutefois les étudiants d'aujourd'hui n'en ont pas épuisé toute la fécondité. L'idée directrice est celle de l'invariance par rapport à un groupe. La Géométrie était tombée dans un nombre toujours croissant de disciplines séparées. Klein montra qu'il s'agit bien d'un tout bien structuré ; chacune des disciplines étant individualisée par un groupe d'opérations, dont l'application ne change pas certaines propriétés des figures.

Il faut donc clairement préciser ces deux notions : 1° *l'ensemble des figures envisagés pour l'instant* ; 2° *le groupe des opérations considéré.*

Les liens des différentes espèces de Géométrie apparaissent clairement lorsqu'on contemple ces notions.

L'édifice de la Géométrie doit son charme en partie à un artifice comparable à celui qui contribue à la beauté architecturale de nos cathédrales, à savoir le contraste entre la symétrie de l'ensemble et la diversité des parties. La symétrie de la Géométrie est due à l'isométrie des groupes de certaines disciplines, et à leur subordination à d'autres groupes géométriques ; la diversité apparaît d'une part en suite de la variété de leur composition et d'autre part de la différence des ensembles de figures envisagées. Ainsi dans ses œuvres, Klein présente la Géométrie élémentaire comme l'étude des figures, dont les propriétés géométriques ne changent pas lorsqu'on les soumet aux opérations du groupe de transformations qu'il appelle *le groupe principal* et comprenant les déplacements, la similitude de la symétrie, etc. Ce groupe est isomorphe avec le groupe des transformations projectives de l'espace qui laissent en place une surface déterminée, mais. quelconque, du deuxième degré, dont un point reste fixe tandis que les autres glissent l'un à la place de l'autre. Deux parties symétriques de l'édifice de la Géométrie sont ainsi la Géométrie élémentaire et la Géométrie projective d'une surface de deuxième degré dont un point est regardé comme point fixe. Leur variété consiste dans la différence des objets traités, soit d'une part les figures planes, d'autre part les figures dessinées sur la surface. Toutes les deux disciplines sont subordonnées à la Géométrie projective de l'espace.

Analytiquement, les groupes sont exprimés par certaines transformations des coordonnées. Dans le cas de la Géométrie projective de l'espace, c'est l'ensemble des transformations linéaires de quatre coordonnées homogènes,

$$x;\ y;\ z;\ w = aX + bX + cZ + dW\ ;\ a'X + b'Y + c'Z + d'W$$
$$: a''X + b''Y + c''Z + d''W : a'''X + b'''Y + c'''Z + d'''W\ .$$

Les coordonnées x, y, z, w, X, Y, Z, W et les paramètres a, b, et c peuvent être considérées comme quantités complexes. Les paramètres sont fixés pour l'une des opérations, mais variables pour le groupe. La propriété de l'ensemble de ces opérations de constituer ce que nous appelons *un groupe*, n'est autre chose que le fait qu'opérant successivement avec de différents a, b..., c''', d''', nous avons une opération *linéaire* avec des paramètres

déterminés par les précédents. Si les paramètres sont soumis à varier sous certaines conditions, comme par exemple de laisser invariant une expression de second degré à un facteur près, on aura un groupe géométrique subordonné au premier.

On trouve dans ce volume nombre d'exemples intéressants, moins simples que ceux qui précèdent, mais de même nature. Un cas qui nous intéresse spécialement est la place de la théorie de la relativité dans le cadre Kleinéen. Elle est marquée par le Mémoire XXX intitulé « Sur les fondements géométriques du groupe de Lorentz. »

Nous n'avons insisté ici que sur l'œuvre de Klein dans la théorie des groupes ; mais son volume contient aussi d'autres recherches, précurseurs de celui-là, dont quelques-unes frappent à cause de l'extrême jeunesse de l'auteur ; nous citons spécialement celle sur la Géométrie réglée et la Géométrie non-euclidienne.

En raison des nombreuses annotations de l'auteur, ce premier volume sera lu avec profit même par ceux qui connaissent déjà les Mémoires parus autrefois dans des périodiques.

Nous attendons avec impatience le second volume.

G.-C. Young (Lausanne).

A. Kopff. — **Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie**, 2me édition. — 1 vol. in-8° de 204 p. avec 3 figures ; S. Hirzel, Leipzig, 1922.

Tandis que l'on possède déjà de nombreux ouvrages sur la théorie de la relativité écrite par des mathématiciens ou des physiciens, en voici un qui est dû à un astronome, M. Kopff, professeur à l'Université de Heidelberg. Son *Introduction à la théorie d'Einstein* correspond, avec quelques développements et remaniements introduits à l'occasion de la 2me édition, au cours professé pendant l'année universitaire 1919-1920. Elle contient, sous une forme aussi simple que possible, mais à la fois claire et précise, les fondements de la théorie de la relativité. L'auteur s'en tient strictement au domaine de la physique mathématique, sans se perdre dans des considérations philosophiques et sans aborder les extensions dues à M. Weyl. Son exposé constitue une excellente introduction à la théorie de la relativité restreinte et généralisée.

H. F.

E. Madelung. — **Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers** (Die Grundlehren des mathem. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, B. IV). — 1 vol. in-8° de 247 p. ; 10 fr. ; Julius Springer, Berlin.

Dans ce volume, qui fait partie de la nouvelle *Collection Springer*, M. Madelung, professeur de physique théorique à l'Université de Francfort s. M., a réuni les principales notions de mathématiques et de physique mathématique qu'il estime particulièrement indispensables aux physiciens. Il n'a pas voulu écrire un cours de mathématiques générales à l'usage des physiciens, mais plutôt ce qu'on appelle un *précis*, un *abrégé* contenant les propriétés essentielles et les résultats que le physicien doit avoir constamment sous la main. A ce point de vue son Ouvrage sera non seulement utile aux étudiants en physique, mais il sera aussi examiné avec intérêt par tous ceux qui sont chargés de leur enseigner les mathématiques.

Les dix premiers chapitres sont entièrement consacrés aux mathéma-