1. Indications complémentaires

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **30.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

III

DISCUSSION

Sur les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures de l'enseignement secondaire.

1. Indications complémentaires

fournies par les délégués.

Allemagne. — M. W. Lietzmann: Der Hauptberichterstatter, Herr Beke, hat in so ausgezeichneter, vollständiger und übersichtlicher Weise, wie von allen Ländern, so auch von Deutschland die Tatsachen zusammengestellt, dass ich es im Augenblick vermeiden möchte, auf Einzelheiten einzugehen. Die Zeit ist schon weit vorgeschritten und sicherlich wird uns allen weniger an kleinen Ergänzungen, als an einer recht ausführlichen Diskussion gelegen sein. Deshalb nur einige kleine Bemerkungen.

Es war uns in Deutschland nicht möglich, eine ausführliche Rundfrage zur Beantwortung des von der Subkommission A ausgegebenen Fragebogens zu versenden. Ich habe selbst die Antworten auf den Fragebogen auf Grund der in den deutschen Imuk-Abhandlungen zusammengestellten Darstellungen und der sonstigen mir bekannten Literatur gegeben. Um aber einigermassen sicher zu gehen, habe ich nachträglich meine Antwort an eine grössere Anzahl von Schulmännern geschickt, die mir in der Mehrzahl interessante Ergänzungen zu meinen Antworten zukommen liessen. Ist auch im wesentlichen das Bild ungefähr das gleiche geblieben wie vorher, so liessen es doch die mancherlei individuellen Züge jetzt wünschenswert erscheinen, das Ergebnis zu veröffentlichen. Ich erlaube mir, Ihnen einige Exemplare dieser Arbeit, die in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht erschienen ist, hier vorzulegen[1].

Lassen Sie mich aus dem grossen Komplex der sich aufdrängenden Fragen zwei herausgreifen. Es ist ausserordentlich schwer den gegenwärtigen Standpunkt, den man in Sachen der Infinitesimalrechnung auf der höheren Schule in Deutschland einnimmt,

---

W. Lietzmann, Die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung in die höheren Schulen. *Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterricht*, **45** (1914), 145 ff.

genau anzugeben. Wir haben überall ein Nebeneinander verschiedener Standpunkte, statt eines einzigen. Ich nehme ein Beispiel heraus. Ich wähle die Lehre von den Potenzreihen, die an fast allen deutschen Realanstalten und auch an einem kleinen Teile der Gymnasien behandelt werden. Und ich betrachte da wieder nur die Stellungnahme zur mathematischen Strenge.

Ich will drei Perioden unterscheiden, die einen historischen Hintergrund haben.

In der ersten Periode rechnete man mit unendlichen Reihen wie mit endlichen; manchmal führte man eine Rechnung glücklich zu Ende, manchmal nicht. Die Untersuchung der Konvergenz fehlte noch.

In der zweiten Periode ist der Begriff der Konvergenz voll erfasst. Aber in der Art und Weise, wie man zu den Reihen kommt, ist man unkritisch. Man geht irgend einen Weg, der zur Aufstellung der Reihe führt, ohne sich darum zu kümmern, ob jeder der dabei getanenen Schritte erlaubt ist oder nicht. Man vertauscht z. B. den lim und das über unendliche Gliedzahl erstreckte Summenzeichen ohne zu beachten, dass das falsch ist. Es wird, kurz gesagt, der strenge Nachweis dafür, dass die erhaltene, später auf ihre Konvergenz untersuchte Reihe die Funktion auch wirklich darstellt, gar nicht ins Auge gefasst.

Und schliesslich die dritte Periode, die man etwa Kennzeichnen kann dadurch, dass in der Taylorschen Reihe das Restglied berücksichtigt und diskutiert wird.

Diese drei Stellungnahmen zur Strenge bei der Reihenlehre gehen nun in unseren deutschen Schulen vollkommen nebeneiander her. Irgend eine feste Abmachung, was erlaubt ist und was nicht, besteht nicht. Dem Mathematiker an der Universität graut, während gleichzeitig der Methodiker an der Schule das Verfahren noch für viel zu streng hält. Ich denke, dieses Beispiel zeigt recht deutlich, dass wir in unserer Methodik der Infinitesimalrechnung, so grosse Fortschritte sie gemacht hat, noch nicht zu einem festen Abschluss gekommen sind.

Und deshalb scheint mir eine andere Frage nicht unwichtig. Warum wollen wir jetzt in der höheren Schule Infinitesimalrechnung treiben? Der mathematische Unterricht ist gar nicht für die späteren Mathematiker da; er ist also beispielsweise durchaus nicht mit der Classe de mathématiques spéciales hier in Frankreich zu vergleichen, die einen gewissen Fachcharakter hat. Wir denken in unseren höheren Schulen nur an den mathematischen Bedarf des Gebildeten und vielleicht noch den besonderen Bedarf aller mehr technisch gerichteten Berufe, vom Kaufmann, Offizier usw. bis zu den Technikern im engeren Sinne. In Deutschland war deshalb auch mit dem Eindringen der Infinitesimalrechnung keine bedeutende Stoffvermehrung verbunden- das

Aussmass der Mathematik-Stunden ist sogar fast durchweg bei den neueren Lehrplänen gleichgeblieben oder gar zurückgegangen. Wir wollten nur das, was wir sowieso schon in unseren höheren Schulen trieben, einfacher, schöner, aufrichtiger treiben als vordem. Die Physik, die wir vorher auch schon trieben, wird mit der Benutzung der Infinitesimalrechnung erst recht durchsichtig. Die Berechnung der Flächen und Körper kann erst systematisch durchgeführt werden mit der Integralrechnung. Die Kurvendiskussion erfordert Differential- und Integralrechnung. Und auch wenn wir die Schüler soweit führen wollen, dass sie die Werte ihrer trigonometrischen und ihrer logarithmischen Tabelle selbst finden können, brauchen wir die Reihenlehre. So ist in Deutschland das Eindringen der Infinitesimalrechnung vor sich gegangen ohne dass Stoffe aus früherer Zeit in grösserem Umfange ausgeschieden sind.

Es liegt nahe, an dieser Stelle etwas über die Geschichte des Eindringens der Infinitesimalrechnung in das höhere Unterrichtswesen zu sagen, da hierbei der Einfluss des Landes, dessen Gast wir hier sind, nicht ohne entscheidende Bedeutung war. Infinitesimalrechnung ist schon seit vielen Jahrzehnten an deutschen Realanstalten getrieben worden. Wichtige Zentren, in denen sich eine Methodik der Infinitesimalrechnung unter der Führerschaft hervorragender Pädagogen entwickelt hat, waren in Süddeutschland Württemberg, im Westen Wiesbaden unter Traugott Müller, im Norden, wie Herr Beke näher belegt hat, eine lange Tradition in Hamburg. Weiter ist zu nennen der Einfluss von Seeger in Güstrow, in Berlin derjenige des Realschulmannes Gallenkamp und des Gymnasialmannes Schellbach. Sie haben aber doch alle die Sache anders angefasst als wir heute. Der Anstoss zu einer regeren Betätigung in der Infinitesimalrechnung ging von Göttingen aus, dort war es das kräftige Eintreten unseres verehrten Präsidenten der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission, die die Sache vorwärts getrieben hat. Klein aber ist in dem Gedanken, ebenso wie an die Realanstalten auch an die Gymnasien die Infinitesimalrechnung zu bringen, wesentlich durch die französischen Lehrpläne von 1902 bestärkt worden. Namentlich ist es die in diesen Lehrplänen zum Ausdruck gekommene Betonung des Funktionsbegriffes schon in den mittleren Klassen gewesen, die er als den springenden Punkt erkannt hat. Die Durchführung dieser Idee in den Lehrbüchern von *Tannery* und *Borel*, die uns in Deutschland in ausgezeichneten Uebersetzungen zur Hand sind, hat nicht wenig anregend für die ersten Förderer der Reformbewegung, wie nachher für die immer zahlreicher werdenden Anhänger gewirkt. Später ist man in Deutschland in den überaus zahlreichen Veröffentlichungen sehr bald auch eigene Wege gegangen. Wir legen in Deutschland

sehr viel Gewicht auf didaktische Durcharbeitung der Unterrichtsstoffe und so ist z. B. in unserer pädagogischen Presse über solche Fragen ausserordentlich viel diskutiert worden. Immer aber bleibt bestehen, dass die Anregung zur Wiederaufnahme alter Erfahrungen und zu ihrer allgemeineren Verbreitung zu einem Teile auf das französische Vorbild zurückgeht.

Etats-Unis d'Amérique. — M. E.-B. Van Vleck : M. D. E. Smith has correctly stated (see page 7, report of M. E. Beke) « que le calcul différentiel et intégral ne figure pas dans l'enseignement secondaire » des Etats-Unis. To this it may be added that to some degree the first year or two of the American College course correspond, in character of work, to the last year of the German gymnasium and the classes spéciales of the Lycées. The study of calculus is very commonly begun in the second year of the college course, and not unfrequently it is taken by students in their first year. Furthermore, graphical representation for simple functions (linear and quadratic functions) has been increasingly introduced as a topic into the algebra of the high schools. From both of these facts it is clear that the tendencies now under discussion at this conference are also manifesting themselves visibly in the United States.

Hongrie. — M. Ratz : Nach dem ausführlichen und alle Fragen beleuchtenden Referat des H. Berichterstatters, Prof. Beke, möchte ich mich nur auf einige Bemerkungen beschränken, welche sich auf den Unterricht der Diff.- u. Int. Rechnung in Ungarn beziehen. Aus eigener Erfahrung kann ich behaupten, dass wir nur dann einen wirklichen Erfolg dieses Unterrichtes erwarten können, wenn wir denselben in den unteren Klassen gewissenhaft und gründlich vorbereiten. Die graphische Darstellung und die Veränderungen der Funktionen, so wie auch die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung darf sich nicht auf die obersten Klassen beschränken. Es ist ja nicht Zweck der Reformbestrebungen den mathematischen Lehrstoff bedeutend zu vermehren, sondern wir wollen den Unterricht einheitlicher gestalten und die bisher voneinander unabhängig behandelten Fragen und Aufgaben mittelst allgemeiner Methoden auf gemeinschaftlicher Basis behandeln.

Der Funktionsbegriff muss sorgfältig vorbereitet werden und man muss den Schülern dazu hinlänglich Zeit gönnen, damit sie in das volle Verständnis desselben eindringen können.

Deshalb beginnen wir mit den graphischen Darstellungen in den untersten Klassen. Wir wählen verschiedene Aufgaben aus der Statistik, der Geometrie, der Physik, dem geschäftlichen Leben u. s. w. Diese vorbereitenden graphischen Uebungen beschäftigen die Schüler 3 Jahre hindurch. Im IV. Jahrgange beginnen wir dann

mit der Bildung der Funktionen, welche sich auf den vorhergegangenen Rechenunterricht stützen. Erst dann wird auf die systematische Behandlung der Funktionen 1., 2. und 3. Grades eingegangen. Die Lösung der Gleichungssysteme wird rechnerisch und graphisch ausgeführt. Grosses Gewicht legen wir auf die graphischen Lösungen der Ungleichheiten. Sehr instruktiv ist auch die Diskussion der Gleichungen der Kegelschnitte. Der Schüler der mittleren Klassen soll, ohne im voraus zu wissen, um welchen Kegelschnitt es sich handelt, durch Eintragung einzelner Punkte und aus der Form der Funktion die fundamentalen Eigenschaften des betreffenden Kegelschnittes selbst erkennen.

Mit diesem Verfahren wird die analytische Geometrie, welche auf einer höheren Stufe des Unterrichtes die Umkehrung dieser Aufgabe behandelt, bestens vorbereitet. Auch in dem Unterricht der Trigonometrie und der Logarithmen, wird die graphische Darstellung ausgiebig benützt und verwertet. An die analytische Geometrie der Ebene, welche wir in der vorletzten Klasse unterrichten, schliesst sich dann die Einführung der Infinitesimal-Rechnung.

Wenn der Funktionsbegriff mittelst einfacher, dem praktischen Leben entnommener Beispiele eingeführt und befestigt, wenn in den mittleren und oberen Klassen der Unterricht in der Algebra auf den Funktionsbegriff aufgebaut wird und wenn der Unterricht überall die graphische Darstellung begleitet und ergänzt, dann bietet die Einführung der Differential- und Integralrechnung den Schülern keine besonderen Schwierigkeiten.

Es wäre verfrüht über den Erfolg dieses Unterrichtes schon jetzt ein Urteil fällen zu wollen. Ich möchte nur bemerken, dass diejenigen unserer Schüler, welche die Universitäten und die polytechnischen Institute besuchen, uns zu wiederholten Malen ihren Dank darüber aussprachen, dass sie schon in den Mittelschulen Gelegenheit fanden sich die Elemente der Differential- und Integralrechnung anzueignen, da sie dadurch in die günstige Lage versetzt wurden, sich in die wissenschaftlichen Methoden des Universitätsunterrichtes besser einarbeiten zu können und ihnen das Verständnis der naturwissenschaftlichen Lehren stark erleichtert wurde.

Im übrigen stimme ich dem Herrn Berichterstatter vollkommen bei, besonders was den Umfang der zu unterrichtenden Infinitesimal-Rechnung anbelangt.

Wenn wir die richtige Grenze überschreiten, setzen wir uns der Gefahr aus, einzelne Gebiete der Elementar-Mathematik zu vernachlässigen. Es muss besonders betont werden, dass wir den Unterricht der Geometrie nicht im geringsten einschränken, sondern denselben auf der bisherigen Höhe erhalten wollen. Deshalb dürfen wir im Unterrichte der Differential-Rechnung nicht zu

weit gehen, aber das Wenige was wir bieten, muss gründlich und gewissenhaft durchgearbeitet werden.

Italie. — M. Castelnuovo remaque qu'on n'a, en Italie, aucune expérience sur l'enseignement des éléments du calcul infinitésimal dans les écoles moyennes, car ces éléments n'y ont pas été introduits jusqu'ici, sauf dans quelques classes particulières, sous la responsabilité directe des professeurs. C'est seulement dans les programmes des lycées modernes qui ont été publiés tout dernièrement et qui seront adoptés l'année prochaine, que paraissent pour la première fois les notions de fonction, de dérivée et d'intégrale définie. M. Castelnuovo, qui a contribué à la rédaction de ces programmes et qui est favorable à la réforme de l'enseignement secondaire, croit cependant qu'il faut éviter d'introduire des sujets trop élevés pour l'intelligence et la culture moyenne d'un élève du lycée (tels que la série de Taylor, etc.). M. Castelnuovo pense qu'il faudrait se borner à exposer, dans les écoles secondaires, les notions de mathématiques qui appartiennent à la *culture générale;* il entend parler de ces notions que toute personne doit connaître pour aborder l'étude des sciences (économiques, naturelles...) où les conceptions et le langage des mathématiques ont une importance bien supérieure à celle de l'algorithme. Il convient de réserver l'enseignement *technique* des mathématiques aux personnes qui se consacreront à des études spéciales (mathématiques, physique, sciences de l'ingénieur); la place pour cet enseignement se trouve dans les universités ou dans les écoles polytechniques.

Roumanie. — M. Rallet: En Roumanie, dans l'enseignement secondaire, en fait de Mathématiques, on a introduit depuis quelques années déjà, dans les 3-4 dernières années du lycée réal les notions de dérivées et fonctions primitives; dans la dernière année même on enseigne un peu de Géométrie analytique en particulier la ligne droite, le cercle et les coniques, étudiées sur les équations simplifiées.

Russie. — M. C. Possé: M. le général Poprougenko, membre de la Direction des écoles militaires en Russie, ici présent, a bien voulu me charger de communiquer, que l'enseignement des éléments d'analyse a été introduit en 30 corps de Cadets il y a 5 ans. La notion de dérivées et son application à l'étude de la variation des fonctions constitue le programme modeste de ce cours d'une heure par semaine, pendant les deux premières années d'études.

Les élèves n'éprouvent aucune difficulté à se familiariser avec ces notions et s'y intéressent plus qu'à d'autres matières de leurs études. Les éléments de la Géométrie analytique figurent déjà depuis longtemps dans le programme de ces écoles.

Serbie. — M. Petrovitch : On n'a pas introduit jusqu'à présent les éléments du Calcul infinitésimal dans les écoles moyennes en Serbie. On y a pensé depuis quelque temps, mais les événements dont notre pays a été le théâtre ont empêché de mettre le projet en exécution. Une sous-commission nationale est maintenant formée en Serbie, elle fonctionne et a élaboré un plan d'enseignement mathématique dont la réalisation s'effectuera, selon toute vraisemblance, dans un bref délai. Pour réaliser le nouveau programme, on compte sur les simplifications et réductions à faire dans les parties plus élémentaires.

Le délégué serbe compte pouvoir présenter au prochain Congrès comme chose finie, la réforme de l'enseignement mathématique en Serbie dans le sens des idées modernes, adaptées aux circonstances dont nous aurons à tenir compte.

2. — Discussion générale.

Pour donner une image fidèle des intéressants débats auxquels donnèrent lieu les rapports très documentés de MM. Beke et Staeckel, il faudrait pouvoir reproduire non seulement dans tous leurs détails les observations générales, mais aussi les remarques spontanées, souvent fort suggestives, présentées par quelques-uns des orateurs. Cela n'est guère possible ; aussi devons-nous nous borner à signaler les points essentiels sur lesquels a porté la discussion. Celle-ci était basée sur les résumés, rédigés par les rapporteurs eux-mêmes et rappelant les principales parties de leur exposé.

Résumé du Rapport général de M. E. Beke
sur les résultats obtenus
dans l'introduction du Calcul différentiel et intégral
dans les classes supérieures de l'enseignement secondaire.

1. — **Place du Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire.** — Dans tous les pays où, pendant les douze dernières années, un nouveau plan d'études des écoles secondaires est entré en vigueur, une place plus ou moins grande y a été réservée à la Notion de fonction et aussi — à très peu d'exceptions près — aux premiers éléments du Calcul différentiel et intégral.

A. — Les Eléments du Calcul infinitésimal figurent au programme officiel des écoles, ou au plan d'études établi par les écoles elles-mêmes, dans les pays suivants :

Etats allemands : Bavière, Wurtemberg, Bade, Hambourg.

Autres Etats : Autriche, Danemark, France, Iles Britanniques, Italie, Roumanie, Russie, Suède et Suisse.