SUR UNE CLASSE DE CONGRUENCES DE DROITES

Autor(en): **Godeaux, Lucien**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1909)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **03.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-11857

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

N étant une grandeur finie arbitrairement grande. Il est nécessaire de supposer ici que, pour $\lim \rho = \infty$, $\Delta^{\rho}\Phi(0)$ s'approche de zéro au moins aussi rapidement que $\left(\frac{1-x}{x}\right)^{\rho+1}$.

Ugo Broggi (Buenos-Aires).

SUR UNE CLASSE DE CONGRUENCES DE DROITES

1. — Les déterminants du type

$$\text{(I)} \qquad \left| a^{n-i}_{ik,y}\, a^{i}_{ik,z} \right| = 0 \qquad (i, k = 0, \ldots n)$$

où a_y, a_z sont des formes linéaires quaternaires, peuvent s'écrire en fonction des coordonnées pluckériennes de la droite. On peut donc dire que (I) représente un complexe de droites d'ordre $\frac{n(n+1)}{2}$. De tels complexes ont été rencontrés par M. Neuberg[1] et par nous[2].

De même, l'évanouissement d'une matrice

$$\text{(II)} \qquad \left\| a^{n-i}_{iky}\, a^{i}_{ikz} \right\| = 0 \qquad (i = 0, \ldots, n, k = 0, \ldots, n+1),$$

représente une congruence réglée dont nous allons déterminer l'ordre et la classe au moyen des méthodes de MM. Giambelli[3] et Stuyvaert[4].

2. — Pour trouver l'ordre μ, supposons les y fixes dans la matrice (II). Cette matrice doit représenter un nombre fini de droites lorsqu'on considère les z comme les coordonnées courantes.

Supposons que le plan $z_4 = 0$ n'est pas un plan singulier

---

[1] *Mathesis*, 1902, II_3.

[2] *Bul. de l'Acad. de Belgique*, 1907. — *N. A. M.* 1907, VII_4. — *Mémoires de la Soc. des Sc. du Hainaut*, 1908, IX_6.

[3] *Mém. Ist. Lomb.*, 1904. — XI_3.

[4] *Mém. Soc. Sc. Liège*, 1908. — VII_3.

de la congruence. Si nous faisons $z_4 = 0$ dans (II), le nombre de solutions (z_1, z_2, z_3) sera l'ordre de la congruence.

On a

$$\mu = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \mu',$$

μ' étant le nombre de solutions de la matrice

$$\| a_{iky}^{n-i} a_{ikz}^{i} \| = 0 . \qquad (i = 0, \ldots, n, k = 0, \ldots, n-1)$$

De même, si μ'' est le nombre de solutions de la matrice

$$\text{(III)} \qquad \| a_{iky}^{n-i} a_{ikz}^{i} \| = 0 \qquad (i = 0, \ldots, n-2, k = 0, \ldots, n-1) ,$$

on a

$$\mu' = \frac{n(n-1)(n^2-n+2)}{4} - \mu''.$$

De là

$$\mu = \frac{n}{2}(2n^2 - n + 1) + \mu''.$$

L'analogie en z de (II) et (III) permet de conclure à la formule

$$\mu = \frac{1}{2} \sum_{i=0} (n-2i)[2(n-2i)^2 - (n-2i) + 1] ,$$

la sommation s'étendant jusqu'au premier terme nul ou négatif.

3. — Pour trouver la classe ν, cherchons d'abord l'ordre-classe $\lambda = \mu + \nu$.

Supposons que les droites

$$y_1 = y_2 = 0 , \qquad z_3 = z_4 = 0$$

soient indépendantes de la congruence (II).

Introduisons ces hypothèses dans la matrice (II), et posons, σ et τ étant deux facteurs de proportionnalité

$$\sigma y_3 = \rho_1 , \qquad \tau z_1 = \rho_2 ,$$
$$\sigma y_4 = \rho_3 , \qquad \tau z_2 = \rho_3 .$$

Le nombre de solutions (ρ_1, ρ_2, ρ_3) de la matrice (II) sera égal au nombre de droites de la congruence s'appuyant sur les droites

$$y_1 = y_2 = 0, \qquad z_3 = z_4 = 0 ,$$

sauf $2n$ de ces solutions.

Tous les termes de la matrice (II) sont de degré n en ρ, donc la matrice s'annule pour des valeurs des ρ en nombre

$$\sum_{i=0} (-1)^i \frac{(n-i)^2 (n-i+1)^2}{4} .$$

Mais la première colonne de la matrice s'annule n fois pour $\rho_1 = \rho_3 = 0$; il en est de même de la dernière pour $\rho_2 = \rho_3 = 0$.

Ces solutions sont impropres, donc

$$\lambda = \sum_{i=0} (-1)^i \frac{(n-i)^2 (n-i+1)^2}{4} - 2n .$$

Enfin

$$\nu = \sum_{i=0} (-1)^i \frac{(n-i)^2 (n-i+1)^2}{4}$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{i=0} (n-2i) \left[2(n-2i)^2 - (n-2i) + 1\right] - 2n .$$

Lucien GODEAUX (Liège).