1re section.1 Arithmétique et Algèbre.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1904)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **01.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

rales auxquelles M. Segre a consacré une série de beaux mémoires (vers 1890) et qu'il désigne sous le nom de *variétés hyperalgébriques*. Elles s'obtiennent en établissant des relations algébriques non plus entre les coordonnées complexes des éléments géométriques, mais entre les composantes réelles de ces coordonnées. Par exemple les *formes* dites d'Hermite à variables complexes conjuguées représentent les éléments géométriques envisagés par Segre et peuvent être étudiées plus facilement par les méthodes géométriques.

Les variétés hyperalgébriques comprennent comme cas particulier celles qui sont formées par les éléments réels d'une variété algébrique donnée. L'étude des questions de réalité ou de forme n'est pas assez cultivée actuellement, il y a toutefois lieu de mentionner les importantes recherches de Hilbert, Klein, Juel et d'autres. D'autre part il y a les travaux relatifs à l'*Analysis situs* et les recherches sur la forme des courbes intégrales des équations différentielles.

On a considéré récemment en géométrie une nouvelle espèce de *points* complexes (points bicomplexes, etc.); on a aussi employé avec avantage une nouvelle espèce de *nombres* complexes, par exemple les nombres $a + b\varepsilon$, où $\varepsilon^2 = o$, comme le fait Study dans sa *Geometrie der Dynamen*.

Nous rappelerons également qu'on a aussi créé une nouvelle branche géométrique en *restreignant* le champ des points, par exemple en envisageant seulement les points aux *coordonnées entières* (Minkowski, *Geometrie der Zahlen*), ou les points aux *coordonnées rationnelles* (Poincaré, *Journ. de Math.* 1901). Ces exemples, auxquels on pourrait en ajouter encore beaucoup d'autres, font ressortir les rapports de plus en plus étroits entre la Géométrie et l'Analyse, et nous sommes convaincus qu'ils rendront de grands services à l'une et à l'autre de ces sciences.

La conférence de M. Wirtinger (Vienne) traite des *leçons de Riemann sur la série hypergéométrique*. Il s'agit de l'examen des méthodes contenues dans des leçons faites il y aura bientôt cinquante ans, mais qui sont d'une importance fondamentale dans certaines questions actuelles de la théorie des fonctions. M. Wirtinger passe en revue ces questions, puis il donne un aperçu des directions diverses dans lesquelles se sont développées les méthodes de Riemann.

SÉANCES DE SECTIONS

1re section.[1] Arithmétique et Algèbre.

Les séances ont été présidées successivement par MM. Kneser, Luroth, Seliwanoff, Netto.

---

[1] Le compte rendu de cette section a été rédigé d'après les notes de M. O. Pund (Hambourg) H.F.

1. — M. Gordan (Erlangen) parle de la résolution des équations du 6e degré. Il part du groupe ternaire de collinéation du 360e ordre établi par Valentiner et étudié également par Wiman. Ce dernier avait montré que ce groupe est holoédriquement isomorphe avec le groupe alterné à six éléments et, qu'après adjonction de la racine carrée du discriminant, il peut être envisagé comme groupe d'une équation générale du sixième degré. MM. Valentiner (Copenhague) et Wiman (Upsala) présentent quelques remarques au sujet de cette communication.

2. — M. König (Budapest) a fait une communication des plus importantes ; elle avait pour objet de *montrer que le continu ne peut être conçu comme un ensemble bien ordonné*. En raison de son grand intérêt elle avait attiré un nombre considérable de congressistes.

Il s'agit d'une affirmation de M. G. Cantor et mentionnée par M. Hilbert dans ses *Problèmes mathématiques* au congrès de Paris[1], en 1900. M. König montre que cette affirmation d'après laquelle on peut *mettre le continu sous la forme d'un ensemble bien ordonné*, ne peut être acceptée. Sa démonstration procède d'une manière indirecte. Elle suppose que le continu est équivalent à un ensemble bien ordonné et donne cette hypothèse sous forme d'une équation. En utilisant les propriétés de la théorie des ensembles, notamment un théorème établi par M. Bernstein, M. König montre qu'il y a contradiction. Sa communication est suivie d'une discussion à laquelle prennent part MM. G. Cantor, Hilbert et Schœnflies ; il n'a d'ailleurs été soulevé que de simples remarques et non des objections contre la démonstration. M. Cantor s'est toutefois réservé un examen plus approfondi du problème.

3. — La communication de M. Capelli (Naples) est une *contribution à la théorie des nombres, et spécialement au théorème de Fermat*. Soient a et b deux nombres n'ayant aucun facteur commun et φ la fonction d'Euler; M. Capelli établit quelques propriétés relatives à

$$a^{\varphi(b)} \bmod b \qquad \text{et} \qquad b^{\varphi(a)} \bmod a \quad .$$

4. — Hocevar (Graz) examine la *détermination des facteurs linéaires d'une forme algébrique* ; elle est suivie de quelques remarques faites par MM. Lüroth et Landsberg.

5. M. Guldberg (Christiania) a établi pour les équations linéaires aux différences une théorie analogue à celle de MM. Picard et Vessiot pour les équations différentielles linéaires ; il en a exposé les théorèmes fondamentaux relatifs à la théorie des groupes.

6. — M. Minkowski (Gœttingue) a présenté une communication sur la *Géométrie des nombres* et concernant spécialement des pro-

[1] *Compte rendu du Congrès*, p. 70-71. — Le résumé de la conférence a été publié dans *L'Ens. math.*, 2e année, 1900, p. 349-355.

blèmes relatifs à des réseaux (Zahlengitter), tels que ceux qui se rencontrent dans la détermination des unités dans les corps algébriques. Cette communication était accompagnée de projections de figures empruntées principalement aux corps algébriques cubiques.

7. — Venait ensuite la conférence de M. Hilbert (Gœttingue) *sur les fondements de l'Arithmétique*. Elle avait attiré un grand nombre de membres appartenant aux autres sections.

M. Hilbert remarque d'abord que tandis que les conceptions sur les fondements de la Géométrie ont pris une forme assez claire, il n'en est pas de même dans le domaine de l'Arithmétique, où règnent encore les tendances les plus diverses. Le conférencier fait un exposé critique de ces différents points de vue. Kronecker envisage les nombres entiers comme base de l'Arithmétique (« Dieu a créé les nombres entiers, le reste est l'œuvre des hommes »). Hilbert le qualifie de *dogmaticien*, parce que d'une part il n'approfondit pas assez, puisque la notion de nombre entier peut être ramenée à des éléments plus simples, ainsi que le montrent notamment les recherches de Dedekind; d'autre part, parce qu'il est impossible de partir des nombres entiers pour établir la théorie des ensembles et celle des nombres irrationnels. Le point de vue *empirique* de Helmholtz laisse à désirer dès le début, parce que l'on ne peut arriver à la considération de l'infini par un dénombrement, Christoffel serait un *opportuniste*, parce qu'il veut présenter les propriétés et théorèmes des nombres irrationnels dans une forme telle qu'ils semblent être ceux des nombres rationnels. Frege serait un *logicien;* il cherche à établir les bases de l'Arithmétique en les soumettant à une logique aristotélienne étroite, à tel point, ainsi qu'il l'avoue lui-même, que l'on arrive à des paradoxes qui sont en contradiction avec la théorie des ensembles. M. Hilbert ne peut accepter le point de vue adopté par Dedekind, malgré le grand mérite que celui-ci s'est acquis par son exposé des bases de l'Arithmétique; sa critique s'adresse surtout à la méthode adoptée par Dedekind pour introduire l'infini et qui lui ferait donner la qualification de *transcendantaliste*. Quant à sa propre conception des fondements de l'Arithmétique, elle pourrait être qualifiée *d'axiomatique*, parce qu'elle tend à réunir par un lien étroit et dans leur développement successif les principes logiques et les principes mathématiques; les premiers doivent être délivrés de l'étroitesse de l'ancienne logique. M. Hilbert fait ensuite un court exposé — malheureusement trop bref, en raison du temps limité accordé à chaque communication — de sa façon d'envisager les notions fondamentales de la Logique et les principes mathématiques. Cette importante communication a été suivie de remarques faites par MM. Königs (Budapest) et G. Cantor (Halle).

8. — M. Voronoï (Varsovie) a fait une communication *sur une*

propriété du discriminent des fonctions entières qui n'était connue que pour les congruences quadratiques. Si une fonction entière à coefficients entiers à une variable et de degré n peut être décomposée en ν facteurs irréductibles (mod. p), son discriminant Δ vérifie la relation $\left(\frac{\Delta}{p}\right) = (-1)^{n-\nu}$, le premier membre représentant le symbole de Legendre, p étant un nombre premier, premier à Δ.

9. — M. Wiman (Upsala) a montré que les propriétés de la *théorie des groupes d'une équation métacyclique du 9e ordre* permet de donner une expression explicite des racines d'une pareille équation.

10. — M. Lœwy (Fribourg, Br.) a exposé ses recherches sur certains problèmes de réductibilité et d'irréductibilité dans la *théorie des groupes de substitutions linéaires et homogènes*, et il a montré les liens entre ces problèmes et la théorie des équations différentielles linéaires et homogènes.

11. — M. Stephanos (Athènes) a examiné une catégorie *d'équations fonctionnelles* dont il a obtenu les solutions les plus générales ; à citer, entre autres l'équation.

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \sum \varphi_i(x)\psi_i(y)\,(x - y)^{i-1} \qquad (i = 1, 2, \ldots m) \quad .$$

12. — Dans sa communication *On products in additive Fields*, M. E. B. Wilson (New-Haven), se plaçant au point de vue des théories de Gibls, a donné une définition générale de la multiplication basée sur la loi distributive de Grassmann, puis il a étudié quelques cas spéciaux de multiplication. Elle a été suivie d'une discussion entre MM. Jahnke et Wilson.

13. — M. Eug. Müller (Constance) a parlé des travaux laissés par E. Schröder et dont il a entrepris l'examen en vue de leur publication.

2e section. **Analyse.**

Les séances ont été successivement présidées par MM. Hilbert, Schwarz, Mittag-Leffler, Lindelöf, Hadamard, Levi-Civita.

1. — M. Schlesinger (Berlin) a parlé du *problème de Riemann* dans la théorie des équations différentielles et des travaux récents qui s'y rattachent.

2. — M. Borel (Paris), continuant ses travaux dans la théorie des fonctions, a exposé ses recherches *sur l'approximation des fonctions continues par des polynomes*.

3. — M. Hilbert (Goettingue) a présenté une communication sur les équations intégrales.

4. — M. Voronöi (Varsovie) a examiné le *développement, à l'aide des fonctions cylindriques*, des sommes doubles

$$\Sigma f(p\,m^2 + 2\,q\,m\,n + r\,n^2), \text{ où } p\,m^2 + 2\,q\,n + r\,m\,n^2$$

est une forme quadratique positive à coefficients entiers.