Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 2 (1900)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Gust. Holzmüller. — Elemente der Stereometrie ; erster Theil : Die Lehrsätze und Konstruktionen. I vol. in-8°, 383 pages, t. IV dc la Collection Schubert. Prix : M. 5,40. G. J. Göschen, Leipzig, 1899.

Autor: May, J.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

vénients ; si les lacunes de la Géométrie plane moderne sont comblées, une grande lacune s'ouvre pour la Géométrie de l'espace : il suffit, pour s'en convaincre, de lire le très petit nombre de lignes que les auteurs consacrent (p. 386) à *mentionner* la possibilité d'extension à l'espace de l'homologie, de l'homographie et de la dualité. La théorie générale des coniques est très clairement exposée d'après Chasles ; mais aucune mention n'est faite des quadriques. Sans doute, les auteurs ont pour cela une bonne raison : il faut se borner. Mais, entre une théorie complète, qui est ici impossible, et une absence totale d'indications, il y a une large marge : en quelques pages, des notions générales très utiles pourraient être données.

Quatre notes sur la *symétrie*, les *coordonnées tétraédriques*, la *mesure des polyèdres* et le *plus court chemin dans l'espace et sur la sphère* terminent ce volume. Ces notes sont fort intéressantes ; celle sur les coordonnées tétraédriques, nécessaire pour l'étude des sphères inscrites à un tétraèdre (liv. VII, ch. v), serait utilement préparée par une note (ou un paragraphe) sur les coordonnées trilinéaires.

Les deux volumes spéciaux à l'enseignement moderne et aux classes de lettres, sont des extraits, conformes aux programmes, du cours de l'enseignement classique.

En résumé, l'ouvrage est excellent ; c'est un véritable livre d'enseignement. Selon nous, il laisse deux desiderata, dont le premier n'est imputable qu'aux programmes : nous voudrions voir reporter, à la Géométrie plane, les théories de la Géométrie moderne qui se rattachent à cette partie de l'enseignement, et développer davantage ces théories, dans le second volume, en ce qui concerne la Géométrie de l'espace. L. Ripert (Paris).

Gust. Holzmüller. — **Elemente der Stereometrie** ; erster Theil : Die Lehrsätze und Konstruktionen. 1 vol. in-8°, 383 pages, t. IV de la Collection Schubert. Prix : M. 5,40, G. J. Göschen, Leipzig, 1899.

« Le présent ouvrage a pour but de donner une idée générale du domaine de la Géométrie élémentaire de l'espace », dit l'auteur dans son introduction et nous verrons dans la brève analyse ci-dessous comment il a compris son programme, indiqué ainsi d'une manière sommaire. Mais avant d'aborder cette étude, suivons encore l'auteur dans son introduction afin de nous renseigner sur la manière dont il va procéder. Après avoir constaté que les divers traités de Géométrie existants sont, ou bien spéciaux et ne traitant les sujets exposés qu'à un seul point de vue, ou bien très élémentaires et laissant de côté les théories de la Géométrie moderne, M. Holzmüller va s'efforcer de combler ces lacunes et nous offre un traité très intéressant, mais qu'il faut considérer, ainsi qu'il le dit lui-même, « comme un essai méthodique, mais dans aucun cas comme une exposition systématique sans lacunes de la stéréométrie ». Malgré cela l'étude de l'ouvrage de M. Holzmüller est très instructive et elle a l'avantage d'amener très rapidement à des problèmes que l'on n'a pas l'habitude de voir figurer dans des *Eléments*. De nombreuses figures très bien faites aident à la compréhension du texte et, pour les chercheurs, des indications bibliographiques et historiques sur chaque sujet leur fourniront le moyen de se renseigner plus à fond.

Le traité de stéréométrie est partagé en 9 sections ; chacune d'entre elles traite une partie spéciale et dans une première étude plusieurs paragraphes

peuvent être laissés de côté sans nuire en aucune façon à la compréhension de ce qui suit.

Dans la première section, l'auteur expose les théorèmes généraux sur le plan et la droite dans l'espace ; les problèmes sur les angles des plans entre eux ou avec des droites sont traités ou esquissés et les constructions fondamentales exposées. Puis l'auteur aborde immédiatement certains problèmes qui mis en regard les uns des autres font voir une « réciprocité » du point et du plan dans l'espace ; c'est un premier aperçu d'une théorie féconde dont les résultats se verront dans la suite. L'étude du trièdre termine ce paragraphe.

La deuxième section pourrait sans inconvénient être partagée en deux parties bien distinctes ; la première contient les principes du dessin des corps de l'espace représentés soit par leurs projections orthogonales, soit par leur perspective cavalière. Ce dernier mode est surtout très développé ; il est appliqué à tous les solides réguliers et à un grand nombre de solides semi-réguliers et étoilés. L'étude des formes cristallines et leurs modifications par hémiédrie ou pointage est une application intéressante de ce qui précède, et cette étude est toujours faite en montrant que le principe de la « réciprocité » trouve encore ici des applications. La deuxième partie de cette section s'occupe des principes de la perspective régulière et de la projection centrale ; ces principes bien connus amènent le lecteur à la définition et à l'étude de la collinéation de l'affinité, de la similitude et de la congruence, cas particulier de la première. Comme application intéressante, citons la construction des vues stéréoscopiques, appliquée au dodécaèdre pentagonal et à l'icosaèdre.

La détermination des relations métriques entre les divers éléments d'un prisme, d'un tétraèdre, d'une pyramide quelconque, celle de leur surface latérale, de leur volume forment un premier paragraphe de la troisième section. Puis vient une étude générale des polyèdres d'Euler avec les théorèmes relatifs au nombre de faces, d'arêtes et de sommets de ces polyèdres ; nombreuses applications.

La quatrième section se rapporte au cylindre et au cône droits ainsi qu'aux lignes tracées sur la surface de ces corps. La notion des lignes géodésiques est introduite à propos de l'hélice,

Avec la cinquième section, nous abordons l'étude d'un corps dont nous aurons à nous occuper longuement : la sphère. Cette étude nous introduit tout d'abord dans ce que l'auteur appelle l'ancienne Géométrie élémentaire de la sphère, contenue dans la plupart des traités de stéréométrie, mais dans laquelle on rencontre encore le principe de la réciprocité sous la forme de la polarité sur la sphère. L'on aborde ensuite une partie très importante, savoir les applications à la sphère des principes de la Géométrie moderne : pôle et plan polaire avec la définition des figures réciproques ; plan radical, axe radical et centre radical de 2, 3 ou 4 sphères ; centres de similitude et les théorèmes sur ces divers éléments sont étudiés. Il en est de même des lignes tracées sur la sphère, cercles, faisceaux de cercles etc. Les loxodromies sur la sphère trouvent leurs applications dans l'étude de la représentation cartographique de la surface terrestre.

La sixième section est une des plus intéressantes du traité et l'on est étonné de voir avec quelle facilité les résultats découlent les uns des autres, s'enchaînent et se développent à la lumière du grand principe de la récipro-

cité exposé dans le chapitre précédent. Cette section a pour titre : Exercices sur la Géométrie moderne de la sphère et applications aux cyclides de Dupin et à la théorie de la courbure des surfaces. Ce titre renseigne suffisamment sur le contenu de cette partie pour que nous nous y arrêtions longtemps. Après avoir étudié dans une courte introduction les suites de cercles sur la sphère, l'auteur arrive immédiatement à la définition des cyclides de Dupin par la considération des sphères tangentes à trois sphères tangentes entre elles. Les sections circulaires de ces cyclides ainsi que celles de leur cas particulier le tore sont indiquées et l'on arrive immédiatement à la représentation conforme de la surface du tore sur un rectangle et aux loxodromies sur le tore. Enfin, on étudie la courbure des surfaces en général avec les théorèmes d'Euler et de Meunier, l'indicatrice, etc.; la définition de Gauss, de la courbure est indiquée et ces notions sont appliquées aux cyclides et spécialement au tore. Incidemment l'auteur aborde les surfaces à courbure négative constante, indique la constriction de surfaces de révolution de cette nature et l'importance qu'elles ont en général dans les théories des géométries absolues de Riemann et de Lobatchewski.

Dans la septième section nous trouvons les propriétés des courbes du deuxième degré déduites de celles du cône et du cylindre dont elles sont les sections planes, et leur application à la perspective régulière de la sphère et à son ombre portée.

Enfin, les deux dernières sections contiennent les principales propriétés des surfaces du deuxième degré, surfaces de révolution tout d'abord et surfaces générales ensuite. J. May (Lausanne).

Ern. Pascal. — **Repertorio di Matematiche superiori ;** t. II, *Geometria ;* un vol. in-12°, 228 p. Prix 9 L. 50. U. Hœpli ; Milano, 1900.

Ce deuxième volume du Répertoire de Mathématiques supérieures est consacré au développement des aspects géométriques de la théorie des formes, et à la Géométrie infinitésimale.

Le mode d'exposition du Répertoire, à la fois rationnel et historique, n'est pas le moindre mérite d'un ouvrage destiné à devenir le *vade-mecum* du géomètre.

Cet ouvrage sera aussi le guide apprécié de tous les esprits curieux de hautes mathématiques, mais qu'effraient souvent les trop longues explorations bibliographiques ; ceux-ci, sans sortir de leur chambre, pourront désormais, grâce à M. E. Pascal, connaître tout ce qu'on peut glaner aujourd'hui à travers les meilleurs auteurs ; parfois même le Répertoire, esquissant avec bonheur plusieurs pages de l'œuvre d'un maître, pourra leur suffire.

Sans vouloir raconter ici, tout le voyage au long cours accompli par M. E. Pascal à travers la Géométrie moderne, je me contenterai d'en signaler les principales relâches qui sont :

Les bases de la Géométrie analytique et projective ; les formes algébriques; les connexes ; les coniques, les quadriques ; les courbes planes ; les surfaces et les courbes gauches ; la cubique, la quartique ; les surfaces du quatrième ordre et d'ordre supérieur ; les Géométries de la droite et de la sphère ; la Géométrie énumérative ; la topologie ou « Analysis situs » ; la Géométrie infinitésimale de l'espace et de l'hyperespace ; la Géométrie non-euclidienne.