Giuseppe Peano

Autor(en): **Kennedy, Hubert C.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik (Beihefte zur Zeitschrift)**

Band (Jahr): **14 (1974)**

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-9320

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

EINLEITUNG

Das Geburtsjahr Giuseppe Peanos brachte Italien einen neuen Aufschwung der Mathematik, besonders auf dem Gebiet der höheren Analysis. Vito Volterra berichtete im Jahr 1900 am Internationalen Mathematikerkongreß in Paris über die Reise Enrico Bettis, Francesco Brioschis und Felice Casoratis nach Frankreich und Deutschland im Herbst 1858. Diese Fahrt bedeutete den Ausbruch aus der fast völligen Abgeschlossenheit, in der die italienischen Mathematiker bisher gearbeitet hatten. Um das Jahr 1900 gab es in Italien bereits eine Gruppe von Mathematikern, die auf dem Gebiet der höheren Analysis Hervorragendes leisteten. Diesem Kreis gehörte Volterra, geboren 1860, an. Er hatte bei Betti in Pisa studiert. 1883, im Alter von 23 Jahren, erhielt er von der Universität Pisa den Lehrstuhl für Mechanik. Volterra blieb bis 1893 in Pisa. Auch Peano zählte zu diesem Kreis. Er hatte sich schon früh Casorati, den jüngsten des Trios, selbst Schüler Brioschis, zum Mentor gewählt. Peano wurde hauptsächlich durch seine Arbeiten auf dem Gebiet der Logik und der Grundlagen der Mathematik bekannt. Aber auch seine Beiträge für die höhere Analysis sind von Bedeutung. Die beste Beurteilung seiner Werke stammt aus seiner eigenen Feder. 1915 schrieb er:

> Meine Arbeiten beziehen sich vorwiegend auf die Differential- und Integralrechnung, und sie erwiesen sich nicht als völlig nutzlos, indem sie von Sachverständigen als Beitrag für den Aufbau unserer heutigen Wissenschaft gewertet wurden.

KINDHEIT

Giuseppe Peano kam am 27. August 1858 als zweites Kind des Bartolomeo Peano und der Rosa, geborener Cavallo, zur Welt. Der erste Sohn Michele war 7 Jahre älter als Giuseppe. Später kamen zwei Brüder, Francesco und Bartolomeo, und eine Schwester namens Rosa dazu. Peanos erstes Heim mit dem wohlklingenden Namen ‹Tetti Galant› lag etwas außerhalb des Dorfes Spinetta, 5 km von Cuneo, einer Provinzhauptstadt in Piemont, entfernt. Während seiner ersten Schulzeit ging Giuseppe täglich mit seinem Bruder zu Fuß den langen Weg von zu Hause bis nach Cuneo. Die beiden Kinder mußten einen Fluß, den Gesso, überqueren, nahe der Stelle, wo Gesso und Stura zusammenfließen. Vor der Vereinigung bilden die beiden Gewässer einen Keil, von dem die Stadt Cuneo ihren Namen erhielt (Cuneo heißt auf deutsch Keil). Bei allgemein guter Gesundheit war Giuseppe eher zart gebaut. Sein Bruder soll ihn hin und wieder von der Schule nach Hause getragen haben. Um den Kindern den weiten Schulweg zu ersparen, verpachteten die Eltern Peano ihren Hof und ihr Land und zogen nach Cuneo. Dort lebte die Familie in zwei bescheidenen Räumen in der Gegend von Lazzareto, später Baluardi Gesso genannt. Nachdem Francesco und Rosa die Primarschule absolviert hatten, kehrte der Vater mit ihnen nach Tetti Galant zurück. Die Mutter blieb mit Giuseppe und zwei seiner Brüder in Cuneo. Michele besuchte eine technische Schule und arbeitete sich später zum erfolgreichen Feldvermesser empor. Durch ihn blieb Tetti Galant über mehr als 100 Jahre im Besitz der Familie Peano. Bartolomeo trat ins Priesterseminar ein und wurde Priester.

Opfer und Aufwand der Eltern Peano für die Erziehung und Ausbildung ihrer Kinder kannten kaum Grenzen. Das war besonders außergewöhnlich zu einer Zeit, da auf dem Land erst wenig Leute lesen und schreiben konnten. Ein Onkel Giuseppes mütterlicherseits war Rechtsgelehrter, zwei Brüder der Mutter waren Priester. Der Priester-Onkel G. Michele Cavallo, Kaplan am Giovanni-Battista-Krankenhaus in Turin, half der Familie Peano durch das Angebot, Giuseppe bei sich aufzunehmen, um ihm die Fortsetzung seiner Ausbildung zu ermöglichen. So verließ Giuseppe die Schule in Cuneo vor seinem Abschluß. Das Liceo Scientifico in Cuneo wurde später nach ihm benannt. Ab seinem 12. oder 13. Lebensjahr wohnte Giuseppe bei seinem Onkel in Turin. Die Sommerferien verbrachte er in Tetti Galant. Noch während seiner Studentenzeit half er oft zu Hause bei den Feldarbeiten. In Turin erhielt Giuseppe Privatunterricht; einige Stunden erteilte ihm sein Onkel. Dazu arbeitete und studierte Peano für sich, bis er 1873 die Aufnahmeprüfung für die Untersekunda (die ‹licenza ginnasiale›) am Lyzeum-Gymnasium Cavour (Liceo Ginnasio Cavour) bestand. Darauf trat er als Schüler ins Lyzeum Cavour ein, wo er 1876 das Maturitätszeugnis (‹licenza liceale›) erwarb. Dank seiner guten Leistungen gewann er ein Stipendium für Unterkunft und Verpflegung am Collegio delle Provincie, das eröffnet worden war, um jungen Leuten aus der Provinz das Universitätsstudium zu ermöglichen.

STUDENTENJAHRE (1876–1880)

Peanos Immatrikulation an der Universität Turin datiert auf den 2. Oktober 1876. Ursprünglich beabsichtigte er, Ingenieurwissenschaft zu studieren. Aber nach den zweijährigen Vorbereitungskursen in Mathematik (Propaedeuticum) entschloß er sich, sein Mathematikstudium weiterzuführen. Er hörte die Vorlesungen von Enrico D'Ovidio (1842–1933) über Algebra und analytische Geometrie. D'Ovidio war nicht über die akademische Laufbahn zum Professor aufgestiegen. Sein Titel war ihm *ad honorem* von der Universität Neapel verliehen worden, das heißt, er brauchte die sonst erforderlichen Examen nicht abzulegen. Er hatte sich bereits als Mittelschullehrer durch sein Wissen und Können hervorgetan. Auf Anregung Eugenio Beltramis bewarb er sich 1872 um den Lehrstuhl für Algebra und analytische Geometrie an der Universität Turin. In Peanos frühen Veröffentlichungen findet man deutlich Spuren der Beeinflussung durch die Arbeiten D'Ovidios über binäre Formen. D'Ovidio schaffte eine Assistentenstelle für die Seminarien über Algebra und analytische Geometrie. Er versuchte stets, seine besten Studenten dafür zu gewinnen. Peano hielt diesen begehrten Posten, der auf seine Karriere weitgehend weichenstellend wirkte, von 1880 bis 1881.

Während seines ersten Universitätsjahrs belegte Peano neben Mathematik folgende Vorlesungen und Kurse: Ornamentales Zeichnen (mit Carlo Ceppi), projektive Geometrie und technisches Zeichnen (mit Donato Levi, dem Stellvertreter Giuseppe Brunos) und Chemie (mit Hugo Schiff). Graf Carlo Giulio Ceppi (1829–1921) lieferte das Gegenstück zu D'Ovidio. Im Gegensatz zu D'Ovidio hatte er die akademische Laufbahn durchschritten und an der Universität Turin Ingenieurwissenschaft und Architektur studiert. Aber er war zeit seines Lebens ganz und gar kein Naturwissenschaftler; in seiner Art eher Schulmeister als Professor. Donato Levi (1834–1885)

hatte ebenfalls in Ingenieurwissenschaft und Architektur promoviert. Seit 1875 war er an der Universität Turin Assistent für projektive und darstellende Geometrie. Hugo Schiff (1834–1915), gleich alt wie Levi, war erst ein Jahr Professor in Turin. Er wurde in Frankfurt am Main geboren als Sohn einer altjüdischen Familie, deren Stamm in langer Ahnenreihe nach Spanien führt. In Göttingen studierte er Chemie, 1856 siedelte er aus politischen Gründen nach Bern über, kehrte aber noch einmal zur Erlangung seines Doktortitels nach Göttingen zurück. Danach ließ er sich als Privatdozent in Bern nieder. Ab 1858 lehrte er in Bern Chemie. 1862 zog er mit seinem Bruder Moritz nach Italien. Anfänglich arbeitete er in einem Laboratorium in Pisa, dann einige Zeit in Florenz und von 1876 bis 1879 in Turin. 1880 folgte er einem Ruf der Universität von Florenz. Schiff erzählte gern über die Opfer und Entbehrungen, die er zu Beginn seiner Laufbahn, besonders während seiner Schweizer Jahre, hatte auf sich nehmen müssen. Er lebte äußerst sparsam. Fünfzig Jahre später hinterließ er ein stattliches Vermögen. Als engagierter Sozialist befaßte sich Schiff intensiv mit Politik. Er war einer der Mitgründer der Zeitung Avanti.

Am Ende seines ersten Studienjahrs beteiligte sich Peano am Wettbewerb um den Jahrespreis der naturwissenschaftlichen Fakultät. Er erlangte unter den zwölf erstgenannten Teilnehmern den neunten Rang. Von den auf der Rangliste aufgeführten Studenten war er der einzige aus dem ersten Mathematikstudienjahr. Er hatte alle Chancen auf besseres Gelingen im folgenden Jahr. In seinem zweiten Studienjahr belegte Peano Vorlesungen über Zoologie (mit Lessona), Mineralogie und Geologie (mit Spezia), höhere Analysis (mit Genocchi), Zeichnen (wieder mit Ceppi) und darstellende Geometrie (mit Bruno). Michele Lessona (1823–1894), berühmt durch seine romantischen Extravaganzen, hatte 1846 sein Medizinstudium abgeschlossen. Kurze Zeit praktizierte er als Arzt in Turin. Aber bald verliebte er sich in eine Lehrerin seiner Schwester, mit der er, um dem Zorn der sich energisch gegen diese Heirat sträubenden Eltern zu entgehen, nach Ägypten floh. Während Lessona das Krankenhaus von Khankah leitete, brach eine Cholera-Epidemie aus, der seine Frau erlag. Sie hinterließ ein kleines Mädchen. 1849 kehrte Lessona mit seiner kleinen Tochter nach Turin zurück. 1867 ernannte ihn die Universität Turin zum Professor für Medizin. Seine Übersetzung von Darwins *Abstammung des Menschen* gilt wohl als die wichtigste seiner Publikationen aus dieser Zeit.

Georgio Spezia (1842–1911) hatte an den Universitäten Turin, Göttingen und Berlin Mineralogie studiert und lehrte dieses Fach ab 1874 in Turin. Spezia genoß den Ruf eines ‹Laboratoriumswissenschaftlers›. Als glühender Patriot schloß er sich Garibaldi an und nahm in Sizilien an der Expedition von Cesenz teil.

Angelo Genocchi (1817–1889) machte vermutlich von allen Professoren den größten Eindruck auf Peano. Auch Genocchi war Patriot. Die Universität von Piacenza wählte ihn 1845 als Professor für römisches Recht. Aber die Ereignisse von 1848 bewogen ihn, sich in Turin niederzulassen. Als nach dem Aufstand der Lombardei im März 1848 die Österreicher Piacenza verließen, bildeten die Liberalen eine provisorische Regierung, die sich vor allem den Anschluß der Stadt und der Provinz Piacenza an Piemont zum Ziel setzte. Im August besetzten die Österreicher erneut Piacenza, aber erst, nachdem Genocchi und verschiedene andere Liberale die Stadt verlassen hatten. Genocchi wurde wiederholt gebeten, nach Piacenza zurückzukehren. Er lehnte jedes Angebot ab und gab deutlich zu verstehen, daß er nicht vor der end-

gültigen Befreiung der Stadt zurückkehren würde. In Turin gab Genocchi seine politische Tätigkeit auf und widmete sich dem Studium der Mathematik. Das Studium erstreckte sich über mehrere Jahre. Er begann erst zu dozieren, nachdem einer seiner Professoren für ihn das Formular für die Anmeldung seiner Bewerbung um den Lehrstuhl für Algebra und ergänzende Geometrie ausgefüllt und sogar unterschrieben hatte. Genocchi gewann das Rennen. 1859 erhielt er die Professur.

Gelehrsamkeit und Exaktheit waren Genocchis besondere Stärke. Er erklärte ruhig, ohne Wiederholungen, bemüht um genaue Formulierung der Grundbegriffe. Was er sagte, war so gründlich durchdacht, daß er es auf einfache Art darstellen konnte. Er darf unter die ersten gezählt werden, die den heute allgemein verbreiteten Geist der Exaktheit in die Lehre der Integralrechnung einführte. Genauigkeit ging bei ihm nicht auf Kosten der Klarheit. Wir werden später sehen, daß diese Art vorzutragen für Peano zum bedeutenden Faktor wurde. Genocchi forschte auf dem Gebiet der unendlichen Reihen, der Integralrechnung und besonders der Zahlentheorie.

Giuseppe Basso (1842–1895) und Giuseppe Bruno (1828–1893) hatten viel Gemeinsames. Beider Eltern waren arm, und beiden war es nur möglich, an der Universität zu studieren, nachdem sie sich eine Stelle am Collegio Carlo Alberto (wie später Peano) gesichert hatten. Charakterlich unterschieden sie sich stark voneinander. Basso heiratete nie, genoß aber das Zusammensein mit Freunden. Bruno war zweimal verheiratet. Sein gesellschaftliches Leben beschränkte sich auf den Kreis seiner Familie.

In seinem zweiten Studienjahr erreichte Peano am Wettbewerb der naturwissenschaftlichen Fakultät den vierten Platz. Infolgedessen sollten ihm für das folgende Jahr die Semestergelder am Polytechnikum, das er mit den meisten seiner Studiengenossen des gleichen Jahrgangs zu besuchen plante, erlassen werden. Peano entschied sich dann doch, bei der reinen Mathematik zu bleiben. Der Rektor der Universität ließ sich dazu bewegen, die für das Polytechnikum vorgesehenen Semestergeld-Erlasse für die Universität geltend zu machen. Peano war unter etwa 1500 Studenten der einzige im dritten Jahr für reine Mathematik Eingeschriebene. Er belegte die Fächer Geodäsie (mit Lantelme), Mechanik (mit Erba), höhere Analysis (mit Faà di Bruno) und höhere Geometrie (mit D'Ovidio). Giuseppe Lantelme figurierte verschiedentlich als ‹Ingeniere› und ‹Dottore› im Jahrbuch der Universität, obschon er nur als Stellvertreter von Camillo Ferrati (1822–1888) amtierte. Giuseppe Bartolomeo Erba (1819–1895) war Dekan der mathematischen, physikalischen und naturwissenschaftlichen Fakultät. Er wurde mit diesem hohen Amt ausgezeichnet, obwohl er – erstaunlicherweise – aus übertriebener Bescheidenheit keine einzige Arbeit veröffentlichte.

Francesco Faà di Bruno (1825–1888) – 1971 durch die römisch-katholische Kirche heiliggesprochen – ist besser bekannt durch seine Frömmigkeit als durch sein akademisches Wissen. Er war aber auch ein fähiger Mathematiker. Studiert hatte er unter Cauchy an der Sorbonne in Paris, wo er mit Hermite, der damals im gleichen Semester Mathematik studierte, zusammentraf. Faà di Brunos Abhandlung über binäre Formen, 1876 veröffentlicht und 1881 mit einigen Änderungen von Max Noether in deutscher Übersetzung erschienen, wurde allgemein anerkannt. Während seiner Lehrtätigkeit als Professor an der Universität Turin widmete Faà di Bruno einen großen Teil seiner Zeit karitativen Werken. Faà di Bruno gründete unter ande-

rem ein Heim für berufstätige Mädchen und Arbeiterinnen. Angeregt durch St. Giovanni Bosco, entschloß er sich in seinem fünfzigsten Lebensjahr, Priester zu werden. 1876 erfolgte die Ordination. 1881 gründete Faà di Bruno einen Frauenorden.

In seinem vierten Universitätsjahr besuchte Peano Kurse über höhere Geometrie (wieder mit D'Ovidio), höhere Mechanik (mit Siacci) und mathematische Physik (mit Basso). Francesco Siacci (1839–1907) zeigte schon früh eine ausgesprochen mathematische Begabung. In Rom unterstützte ihn sein Gönner, Prinz Baldassare Boncompagni. Schon 1861 emigrierte Siacci jedoch aus politischen Gründen nach Turin. Dort unterrichtete er viele Jahre als Professor für Ballistik an der Militärakademie. Ab 1875 hielt er gleichzeitig den für ihn geschaffenen Lehrstuhl für höhere Mechanik an der Universität Turin. Siacci galt als ausgezeichneter Lehrer.

Am 16. Juli 1880 legte Peano seine Abschlußprüfungen ab. Seine Leistungen werden mit maximaler Punktzahl bewertet. Er erhielt den Titel eines ‹Dottore di matematica›.

ASSISTENTENZEIT (1880–1890)

Während 10 Jahren versah Peano die Stelle eines Assistenten an der mathematischen Fakultät der Universität Turin; zuerst ein Jahr bei D'Ovidio und in der folgenden Zeit bei Genocchi. Peano übernahm als Assistent während mehrerer Jahre stellvertretend die Funktion des Professors, bis zum Tod Genocchis im Jahr 1889. Vermutlich erstrebte Peano von Anfang an die Professur. 1890 stand ihm dieser Posten auf Grund seiner bisherigen Verdienste durchaus zu. Trotzdem erwartete Peano voller Spannung den Ausgang der Wahl des Nachfolgers Genocchis. Sicher schien die Ernennung Peanos den meisten seiner Kollegen als selbstverständlich. Peano hatte zu dieser Zeit bereits die Axiome für die natürlichen Zahlen und die berühmte raumfüllende Kurve entdeckt.

Peanos erste vier Publikationen waren unbedeutend im Hinblick auf seine künftige Entwicklung. Sie lieferten lediglich Beiträge zu den Forschungsarbeiten seiner Lehrer D'Ovidio und Faà di Bruno. Im Frühjahr 1882 machte Peano die erste einer ganzen Serie von Entdeckungen, welche auf die Entwicklung und die Lehre der höheren Analysis bahnbrechend wirkten. Gegen Ende April 1882 mußte Genocchi aus gesundheitlichen Gründen seine Lehrtätigkeit unterbrechen. Peano übernahm stellvertretend die Fortführung der Vorlesungen. Als er die Theorie der krummen Flächen zu erklären hatte, entdeckte er einen Fehler in der bisher als allgemein anerkannt geltenden Definition J. A. Serrets über den Inhalt einer krummen Fläche. In seiner Vorlesung vom 22. Mai gab Peano die richtige Definition. Der Irrtum war auch H. A. Schwarz aufgefallen. Er hatte bereits an verschiedene Sachverständige darüber geschrieben, auch an Genocchi, aber noch nichts darüber veröffentlicht. Peano brachte offenbar die erste korrigierte Definition.

Weitere solche Entdeckungen während der Zeit, da er höhere Analysis dozierte – er vertrat Genocchi ununterbrochen während fast zweier Jahre –, veranlaßten Peano zu seiner ersten großen, aufsehenerregenden Veröffentlichung: *Calcolo differenziale*. Das Werk erschien 1884. Bei der Herausgabe dieses Buches geschah etwas für die Geschichte der Mathematik Außerordentliches. Auf der Titelseite steht nicht Peanos, sondern Genocchis Name. Was war geschehen? Der Verlag Fratelli Bocca hatte Genocchi um die Ausarbeitung eines Textbuches für höhere Analysis gebeten. Nach-

dem Genocchi den Auftrag abgelehnt hatte, wandte sich der Verlag an Peano. Der Assistent bat seinen Professor, den Text unter Verwendung seiner – Genocchis – Vorlesungen schreiben zu dürfen. Genocchi stimmte zu. Als das Buch herauskam, stand Genocchis Name auf dem Titelblatt und unter dem Namen des ‹Verfassers›: ‹Herausgegeben mit Anmerkungen von Dr. Giuseppe Peano›. Im Vorwort werden Peanos ‹Anmerkungen› als ‹wichtige Ergänzungen› erwähnt. Genocchi ärgerte sich über diesen Lapsus. Er ließ in verschiedenen mathematischen Zeitschriften einen Artikel erscheinen, in dem er unmißverständlich Peano als Urheber und Verfasser des Buches hervorhob. Das Textbuch enthält tatsächlich auch keine genauen Wiedergaben aus Genocchis Vorlesungen. Peano hatte sie verbessert! – Die 32 Seiten der ‹Anmerkungen› enthalten den wertvollsten Teil des Buches. Die *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften* erwähnt unter vielen andern interessanten Themen dieses Werks: Lehrsätze und Bemerkungen über die Grenzwerte unbestimmter Ausdrücke; Hinweise auf Fehler in den besseren der damals gebrauchten Textbüchern; eine Verallgemeinerung des Mittelwertsatzes für Ableitungen; einen Lehrsatz über die gleichmäßige Stetigkeit einer Funktion mit mehreren Variablen; Lehrsätze über Existenz und Differenzierbarkeit impliziter Funktionen; ein Beispiel einer Funktion, dessen partielle Ableitungen nicht kommutativ sind; Bedingungen, um eine Funktion mehrerer Variablen mit einer Taylorschen Reihe auszudrücken; ein Gegenbeispiel für die allgemein anerkannte Theorie der Minima; Regeln für die Integration rationaler Funktionen, deren Nennerwurzeln unbekannt sind.

Als Kuriosität darf auch die Funktion erwähnt werden, die für rationales x gleich 0 ist und für irrationales x gleich 1. P. G. L. Dirichlet hatte diese Funktion bereits in Erwägung gezogen, doch Peano war der erste, der sie mit einem analytischen Ausdruck benannte. Gottlob Frege hatte dies noch 1891 für unmöglich gehalten. Adolf Mayer schrieb 1899 im Vorwort zur deutschen Ausgabe des Buches von Peano:

> Das im Herbst 1884 von G. Peano herausgegebene Werk *Calcolo differenziale e principii di calcolo integrale* bot nicht bloß ein mustergültiges Beispiel präziser Darstellung und strenger Schlußweise dar, dessen günstiger Einfluß in fast allen seitdem erschienenen größeren Lehrbüchern der Differential- und Integralrechnung unverkennbar zutage tritt, es gab namentlich auch durch die Hervorhebung alteingewurzelter Irrtümer in den vorangestellten Noten der Wissenschaft selbst Anstoß zu neuer fruchtbarer Entwicklung.

Peano besaß die geradezu phänomenale Begabung, Irrtümer in den Lehrsätzen über Differential- und Integralrechnung aufzudecken und Unklarheiten in Lehrsätzen und Definitionen zu beseitigen. Er fand stets gut verständliche, überzeugende Gegenbeispiele. Es gelang ihm, Lehrsätze durch Vereinfachung klar und präzis zu formulieren. Das *Calcolo differenziale* ist eine Fundgrube für solche Musterbeispiele. Schon vor der Drucklegung seines Buches hatte Peano in einem Brief an den Verleger von *Nouvelles Annales de Mathématiques* den im Text über Differential- und Integralrechnung von Jordan und Hoüel gelieferten Beweis des Mittelwertsatzes kritisiert. Er bemerkte zum Beispiel, daß die Formel $f(x_0 + h) - f(x_0) = hf'(x_0 + \theta h)$ ohne die Annahme der Stetigkeit der Ableitung bewiesen werden kann.

Integralrechnung führt zu Differentialgleichungen. 1886 lieferte Peano Darstellung und Beweis des Lehrsatzes, daß die Gleichung $y' = f(x,y)$ nur durch die Annahme, daß f stetig ist, gelöst werden kann. Dieser Beweis, obwohl nicht vollständig,

stimmte grundsätzlich. 1890 lieferte Peano den genaueren Beweis für die Verallgemeinerung dieses Lehrsatzes. Eine Beschränkung von f scheint unumgänglich, um zu einer sicheren Lösung zu kommen. Dabei stellt sich die mathematische Frage nach der schwächsten Bedingung. Peanos Entdeckung ist hinsichtlich der weit zurückgreifenden Geschichte dieses für die Differentialgleichungen grundsätzlichen Lehrsatzes von besonderer Bedeutung. 1887 fand Peano ebenfalls die Methode für die Lösung linearer Differentialgleichungen durch aufeinanderfolgende Annäherungen. Aber diesen Weg fand er nicht, wie er glaubte, als erster. H. A. Schwarz hatte bereits etwas über dieses Verfahren, das durch Emil Picard aufgegriffen und in Frankreich und anderswo als Picardsche Methode bekannt wurde, veröffentlicht.

Peanos zweites Buch, *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale*, erschien 1887. Das Material dafür trug er aus seinen Vorlesungen an der Universität zusammen. In diesem Werk glänzte Peano durch sein Wissen über das Maß einer Punktmenge. Cantor hatte sich bereits mit diesem Problem befaßt, aber seine Definition des ‹Maßes› war so, daß das ‹Maß› der Vereinigung zweier disjunkter Mengen weniger sein konnte als die Summe der ‹Maße› der zwei Mengen. Peano beseitigte diese Schwierigkeit durch die Definition, daß eine Punktmenge A nebst dem Cantorschen Maß $m(A)$ in einem Intervall I zum Beispiel ihr ‹inneres Maß› enthält, $m(I) - m(I - A)$. Peano bezeichnete A als meßbar, sofern die zwei Zahlen zusammentreffen. Zur selben Erkenntnis kam im gleichen Jahr, jedoch unabhängig von Peano, auch C. Jordan. Viele bekannte Punktmengen waren jedoch bei dieser Definition nicht meßbar, so zum Beispiel die in einem abgeschlossenen Intervall enthaltenen rationalen Zahlen. Solche Mengen wurden erst meßbar, als H. Lebesque 1902 auf Anraten E. Borels vorschlug, an Stelle der in Peanos Definition verwendeten endlichen Menge von Mengen eine abzählbar unendliche Menge von Mengen zu setzen.

Peanos Zukunft schien nun gesichert. Seine Tätigkeit an der Universität fand Anerkennung. Seit 1886 unterrichtete Peano auch – als Professor – an der Militärakademie. Am 21. Juli 1887 verheiratete er sich mit Carola Crosio, der Tochter des anerkannten Genremalers Luigi Crosio (1835–1915). Crosio stellte vor allem pompejanische Szenen dar und malte Bilder des Alltagslebens aus dem 17. Jahrhundert.

1888 kam Peanos drittes Buch heraus, das *Calcolo geometrico, secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann, preceduto dalle operazioni della logica deduttiva*. Dieses Werk war die Frucht der Überarbeitung und Neufassung der 1844 von Graßmann veröffentlichten Ausdehnungslehre. Peano erhob keinen Anspruch auf Originalität der in diesem Buch enthaltenen Gedanken. Es steht jedoch fest, daß Peanos scharfe, exakte Formulierungen dem als schwer lesbar berüchtigten Werk und den Ideen Graßmanns zum Durchbruch und zur weiteren Verbreitung verhalfen. Peano setzte seine Arbeit auf diesem Gebiet fort. 1891 veröffentlichte er ein Heft von 42 Seiten über die Grundbegriffe des geometrischen Kalküls. In der ebenfalls 1891 herausgekommenen deutschen Ausgabe heißt es: ‹Der geometrische Calcul behandelt die geometrischen Fragen, indem er die analytischen Operationen direkt mit den geometrischen Dingen vornimmt, ohne es nöthig zu haben, sie immer mittelst der Coordinaten zu bestimmen.› 1896 schrieb Peano wieder eine Arbeit über den geometrischen Kalkül. Auf das Drängen seiner Kollegen wandte er sich darin an Professoren, nicht an Studenten. Wenn sich Peano auch nicht direkt an der Forschung, die die Vektoranalysis in eine neue Richtung führte, beteiligte, wirkten seine Gedanken doch offensichtlich

stimulierend auf andere. Heutzutage kann man sich kaum vorstellen, mit welcher Opposition damals die neue Vektorentheorie aufgenommen wurde. Burali-Forti wurde die Privatdozentur entzogen, weil er beharrlich nicht auf die Verwendung von Vektoren verzichten wollte. Peano gehörte dem das Urteil aussprechenden Gremium an. Vergeblich setzte er sich mit Vehemenz für seinen Kollegen und für den Gebrauch der Vektoren ein.

Das erste Kapitel des 1888 erschienenen *Calcolo geometrico* bezieht sich kaum auf den übrigen Teil des Buches, ist aber insofern interessant, als Peano darin zum erstenmal etwas über mathematische Logik veröffentlichte. Beim Studium der Werke von E. Schröder, G. Boole, C. S. Peirce und anderen war Peano auf die Analogie der algebraischen und geometrischen Operationen mit den Operationen der mathematischen Logik gestoßen. Er schuf zwar vorerst wenig Neues; einige seiner Bezeichnungen wurden nie verwendet. Hingegen brachte Peano in der zu Anfang des folgenden Jahres (1889) erschienenen 36seitigen Broschüre *Arithmetices principia, nova methodo exposita* eine Menge sensationeller Enthüllungen. Diese Schrift enthält seine erste Auseinandersetzung mit den heute berühmten Axiomen für die natürlichen Zahlen.

Dedekind hatte bereits 1888 *Was sind und was sollen die Zahlen?* veröffentlicht, in der das Wesentliche der Peanoschen Analysis enthalten war. Dedekinds Heft gelangte jedoch erst in Peanos Hände, als seine eigene Arbeit druckfertig war. Peano anerkannte Dedekinds Recht auf Erstpublikation, machte aber in einer Erklärung auf die Tatsache aufmerksam, daß er unabhängig und in völliger Unkenntnis der Dedekindschen Veröffentlichung zu seiner Analysis der natürlichen Zahlen gekommen war.

In seiner Broschüre verwendete Peano zum erstenmal das Symbol ε für das Element einer Menge und das Symbol $\supset$ für Teilmengenbeziehungen. (Die heutige Mathematik verwendet an Stelle dieser Symbole die Zeichen $\in$ und $\subset$.) Peano wies ausdrücklich auf die Notwendigkeit der Unterscheidung der beiden Zeichen hin. In diesem Heft beginnt Peano die Entwicklung der Arithmetik mit der Aufzählung von vier Grundbegriffen und von neun Axiomen. Vier beziehen sich auf das Symbol = als Grundbegriff. Die andern fünf, heute als die Peanoschen Axiome bekannt, behandeln die drei Grundbegriffe N, 1, $a + 1$. Peano schrieb 1891 darüber eine Arbeit, auf die später eingegangen wird. Die ‹neue Methode› der Benennung besteht in dem weitgehenden, fast ausschließlichen Gebrauch von Symbolen.

Peano war stolz, als erster ein vollständiges mathematisches System in Symbolen dargestellt zu haben. Das System ist zwar bei weitem nicht vollständig – er definiert zum Beispiel keine negativen Zahlen –, aber er bewies, daß die ganze Arithmetik von Axiomen abgeleitet werden *kann*.

Der fast ausschließliche Gebrauch von Symbolen war eine Neuigkeit. Im Gegensatz dazu machte Peano durch den Gebrauch der lateinischen Sprache in Vorwort und Erklärungen einen Rückschritt in vergangene Zeiten. Es gibt Meinungen, die im Hinblick auf Peanos spätere linguistische Tätigkeit die Verwendung des Lateins als ersten Versuch zur Schaffung einer internationalen Sprache werten. Gegen diese Behauptung spricht, daß Peano sicher wußte, daß die Zeit des Lateins als internationale Sprache vorbei war. Wahrscheinlicher ist, daß Peano die geschichtliche Bedeutung seines Werks erkannte und ihm einen ‹klassischen› Anstrich geben wollte. Auch seine Bewunderung für Newton dürfte mit im Spiel gewesen sein. Schon der Titel des Buches tönt merkwürdig. Peano setzte an Stelle des gebräuchlichen lateinischen

‹arithmetica› die griechische Umschreibung ‹arithmetices›. Vielleicht finden wir hier den einzigen Einbruch eines romantischen Zugs in Peanos wissenschaftliche Karriere.

Nach gelungener Vervollständigung seiner axiomatisch-symbolischen Behandlung der natürlichen Zahlen versuchte Peano, seine neue Methode auf die Geometrie anzuwenden. Das Ergebnis, das er im Juni 1889 veröffentlichte, war nicht so bahnbrechend wie sein vorheriges Buch; es zeigte weniger Originalität. (Peano gab offen zu, sich auf die *Vorlesungen über Geometrie* [Leipzig 1882] von Moritz Pasch gestützt zu haben.) Beide Arbeiten setzten unter Verwendung der Symbolsprache die neue Axiomtheorie in die Praxis um. Hilbert verhalf ihr später durch seine volkstümliche Erklärung, ‹Man muß jederzeit an Stelle von «Punkten, Geraden, Ebenen» «Tische, Stühle, Bierseidel» sagen können›, zum Durchbruch.

Peanos Flair für eingewurzelte Irrtümer in der Mathematik und das Finden von überzeugenden Gegenbeispielen ist bereits erwähnt worden. Sein aufsehenerregendstes Beispiel war 1890 die Entdeckung seiner raumfüllenden Kurve. Schon 1878 hatte Georg Cantor durch den Beweis der Möglichkeit einer eindeutigen Entsprechung der Punkte einer Linie und derjenigen einer Fläche die bisherige Annahme, daß es ‹mehr› Punkte gibt in einem Raum als in einer Fläche, als falsch entlarvt. E. Netto zeigte kurz darauf, daß eine solche Korrespondenz auf jeden Fall unstetig sein muß. Man glaubte damals, daß eine stetige Kurve mit parametrischer Funktion einer einzigen Variablen $x = f(t)$ und $y = g(t)$ im Bereich einer beliebigen Fläche eingeschlossen werden könne. Peano fand jedoch die stetigen Funktionen f,g, so daß, da sich t über dem Intervall [0,1] verändert, die beschriebene Kurve jeden Punkt eines Quadrats durchläuft.

1891 veröffentlichte Hilbert das erste intuitive geometrische Beispiel einer Folge von Kurven, dessen Grenzkurve die ‹Peanokurve› ergibt. Wahrscheinlich gelangte Peano auf Grund derselben Überlegungen zur Konstruktion seiner Kurve. Dies läßt sich aus Peanos Veröffentlichung einer Folge solcher Kurven in der letzten Ausgabe des *Formulario Mathematico* (1908) nachweisen. Peano ließ auf der Terrasse seines im Sommer 1889 gekauften Hauses eine der Kurven dieser Folge mit schwarzen Fliesen auf weißem Grund anbringen.

Eine weitere, ebenfalls 1890 erschienene Publikation Peanos in den *Mathematischen Annalen* gab den Beweis der Existenz einer Lösung eines Systems von Differentialgleichungen, einzig auf Grund der Annahme, daß die in Betracht gezogenen Funktionen stetig sind. Das war die Verallgemeinerung seines 1886 formulierten, bereits erwähnten Lehrsatzes. In seiner Schrift führte Peano die Unterscheidung zwischen einem Element und einer sich nur aus diesem Element zusammengesetzten Menge ein und brauchte dafür den griechischen Buchstaben Iota. Wenn also b ein Element ist, ist ιb die Menge, welche dieses Element enthält. Infolgedessen kann die Identität $a = b$ als $a \varepsilon \iota b$ aufgezeichnet werden. Diese Veröffentlichung ist auch deshalb von Interesse, weil sie die erste deutliche Aussage des Auswahlaxioms enthält, 14 Jahre vor dem Erscheinen der Darstellung durch Zermelo. Peano verwarf das Auswahlaxiom mit der Begründung, daß es außerhalb der in der Mathematik angewandten Logik stünde. Nach der Einführung des Auswahlaxioms 1904 durch Zermelo ging Peano 1906 nochmals gründlicher darauf ein. Peano bestand darauf, daß ein Beweis, der das Auswahlaxiom gebraucht, kein gültiger ‹Beweis› im herkömmlichen Sinne des Wortes sei.

Angelo Genocchi starb im Frühjahr 1889. Es wurde eine Kommission zur Ernennung seines Nachfolgers gebildet. Peano reichte im September ordnungsgemäß sein Bewerbungsschreiben ein. Man ließ ihn über ein Jahr auf die Entscheidung warten. Als Peano Casorati um Nachricht über den Stand der Dinge und über Angabe des vorgesehenen Datums der Wahl bat, konnte Casorati noch keine bestimmte Antwort geben. Er fügte seinem Antwortbrief bei: ‹Unterdessen geschieht in Turin nichts Schlechtes, da es dem gegenwärtigen *Incaricato* weder an Fähigkeit noch an Wissen noch an Begabung zum Unterrichten fehlt.› Die Mitteilung, daß ‹in Turin nichts Schlechtes geschah›, war sicher ein schlechter Trost. Aber – *pazienza*! Endlich fiel die Entscheidung. Am 1. Dezember 1890 wurde Giuseppe Peano zum Extraordinarius für Differential- und Integralrechnung ernannt.

AUSSERORDENTLICHER PROFESSOR (1891–1895)

Neues in der Mathematik findet oft schwer den Weg zur Presse, besonders wenn es viel neue Symbole enthält. Diese Schwierigkeit stand unverkennbar hinter Peanos Entschluß, eine eigene Zeitschrift, die *Rivista di Matematica*, ins Leben zu rufen. In Zusammenarbeit mit Filiberto Castellano (1860–1919), seinem Assistenten an der Universität und Kollegen an der Militärakademie, mit Enrico Novarese (1858–1892), ebenfalls Professor an der Militärakademie und Assistent an der Universität, und dank der finanziellen Unterstützung durch den Kollegen von der Militärakademie, Francesco Porta, und durch Francesco Porro, Professor für Astronomie an der Universität, brachte Peano 1891 seine erste Fachzeitschrift in eigener Regie heraus. Im ersten zehnseitigen Artikel gibt Peano eine Zusammenfassung seiner bisherigen Arbeiten auf dem Gebiet der mathematischen Logik. Er sieht darin die Verwirklichung von Leibnizens ‹Traum› einer *characteristica universalis*. Um diesem Anspruch mehr Gewicht zu verleihen, zitiert Peano – etwas übertreibend – Ernst Schröder, daß das ‹Ideal der Pasigraphie für die Zwecke der Wissenschaft bereits in ganz erheblichem Umfange *verwirklicht ist*›.

In ‹Formule di logica matematica› zeigt Peano den ersten Versuch, die Logik auf dem Weg, den er schon auf dem Gebiet der Arithmetik und der Geometrie beschritten hatte, anzugehen, indem er den Aussagenkalkül anhand der vier Grundbegriffe, dargestellt durch die Symbole $\supset$, $\cap$, $-$, $\wedge$, und der 12 Axiome aufbaut. Diese Axiome waren nicht unabhängig. Später änderte Peano seine Aufstellung ab. In ‹Sul concetto di numero› bewies er anhand der Grundbegriffe, N (Zahl), 1, a^+ (die auf a folgende Zahl), die Unabhängigkeit seiner 5 Axiome für die natürlichen Zahlen. Das heißt:

1. 1 ist eine Zahl.
2. Es sei a eine Zahl; die auf a folgende ist auch eine Zahl.
3. Wenn auf zwei Zahlen a und b dieselbe Zahl folgt, so sind sie gleich.
4. Die Zahl, welche auf eine beliebige Zahl folgt, ist niemals 1.
5. s sei eine Klasse: wir wollen annehmen, 1 gehöre dieser Klasse an, und jedesmal, wenn ein Element x dieser Klasse angehört, gehöre auch das ihm folgende ihr an; alsdann gehören alle Zahlen dieser Klasse an.

Durch die Anwendung dieses letzten Axioms (das Axiom der Induktion) gelang es

Peano, Addition und Multiplikation durch rekursive Definitionen zu erklären und die üblichen Eigenschaften dieser Operationen zu beweisen. Im Hinblick auf die Möglichkeit der Definition der *Zahl* schrieb Peano: ‹Es ist notwendig, zuerst über die von uns zur Anwendung gebrachten Ideen zu sprechen. Wir nehmen hier lediglich die in meiner letzten Abhandlung durch die Zeichen $\cup$ (und), $\cap$ (oder), $-$ (nicht), ε (ist) dargestellten Begriffe als bekannt an. Das Wort *Zahl* kann also *nicht definiert* werden. Denn es ist klar, daß wir, wie immer diese Wörter auch zusammengesetzt werden, nie einen für *Zahl* gleichwertigen Ausdruck finden.› Die Axiome wurden später leicht verändert. 1898 begann Peano die Zahlenfolge mit 0 statt mit 1.

Im Sommer 1891 kaufte Peano eine bescheidene Villa in Cavoretto, einer Vorstadt südlich von Turin, an der Ostseite des Po. 1898 installierte er darin seine eigene Druckerei für die *Rivista di Matematica* und für das daraus hervorgehende *Formulaire de Mathématiques*.

Die ersten Andeutungen über dieses umfassende Formularioprojekt machte Peano ebenfalls 1891 im letzten Abschnitt über ‹Sul concetto di numero›:

> Es wäre von großem Vorteil, alle die sich auf bestimmte Gebiete der Mathematik beziehenden Sätze zu sammeln und zu veröffentlichen. Da wir uns auf Arithmetik beschränken, glaube ich nicht, daß es Schwierigkeiten bereiten würde, dieselben in logischen Symbolen auszudrücken... Die *Rivista di Matematica* wird im kommenden Jahr versuchen, Sammlungen dieser Art zu publizieren. Wir bitten deshalb unsere Leser, solche Sätze aufzuzeichnen und sie an uns zu senden.

Das italienische Wort ‹formulario› bedeutet ‹Sammlung von Formeln›. Peano brauchte es in diesem Sinn, betitelte aber auch die fortlaufend herauskommenden Hefte, deren erste Nummer 1895, die letzte 1908 erschien, mit Formulario. Er brauchte diese Bezeichnung ebenfalls für das gesamte Projekt. Zu all dem brachte Peano 1894 auch noch die *Notations de logique mathématique* heraus.

Der größte Teil der Kollegen an der mathematischen Fakultät der Universität Turin schenkten Peanos Plan überhaupt keine Beachtung. Sein apostolischer Eifer, mit dem er inner- und außerhalb der Vorlesung seinen Plan voranzutreiben hoffte, befremdete viele seiner Kollegen. Mit Begeisterung wurde die Idee jedoch von einer Gruppe meist junger Studenten, die sich unter dem Namen ‹Peanoschule› zusammentaten, aufgenommen. Zu diesem Kreis gehörten Castellano und Burali-Forti, Peanos Kollegen an der Militärakademie, und Giovanni Vailati, Peanos Assistent an der Universität, später einer der führenden Vertreter des philosophischen Pragmatismus in Italien.

Die erste Nummer des *Formulario* kam offiziell erst 1895 heraus. Auszüge einiger Beiträge gelangten aber schon früher in Umlauf, der Teil über Peanos mathematische Logik sogar schon 1893. Das erste Heft wurde tatsächlich zu einer ‹Sammlung von Formeln›. Da ausschließlich Symbole verwendet wurden, war es möglich, eine erstaunlich große Menge von Lehrsätzen auf wenig Raum unterzubringen.

Moritz Cantor schrieb 1895 in seiner Kritik über die *Notations de logique mathématique:*

> Ein Mißstand findet hier allerdings statt, der nämlich, daß nicht jeder Mathematiker die Schrift zu lesen im Stande ist! Aber wohl oder übel wird man es lernen müssen, die Zeichen zu verstehen, welche die allgemeine Schrift Leibnizens zur Wahrheit machen sollen... Freilich bedarf es zur Erlernung einer Sprache der

> Hilfsmittel! Eine Sprachlehre, ein Wörterbuch müssen vorhanden sein, und als solche hat das kleine Buch zu gelten, von dessen Erscheinen wir unseren Lesern Kenntnis geben. Daß Herr Peano mehr als irgend ein Anderer dazu berufen war, eine solche Anleitung zur Kenntnis der Symbole der mathematischen Logik zu verfassen, bedarf nicht erst der Begründung, und ein Blick in die Schrift selbst wird Jedem die Überzeugung beibringen, daß der Berufene in diesem Falle auch der richtig Ausgewählte war.

Viele teilten diese Ansicht über Peano. Schon 1894 wurde in Caen am Treffen der Association Française pour l'Avancement des Sciences die Meinung der Mitglieder der Versammlung folgendermaßen ausgedrückt: ‹Les grands efforts faits par M. le Professeur Peano et plusieurs de ses confrères pour la propagation de la *Logique mathématique* et la publication d'un *formulaire mathématique* sont de nature à contribuer puissamment au but qu'il s'agit d'atteindre.›

Das Ende des Jahres 1895 brachte Peano die Ernennung zum Ordinarius; der Anfang des Jahres jedoch den erbittertsten Kampf seiner wissenschaftlichen Laufbahn. Der Streit entbrannte am Versuch mit der ‹fallenden Katze› der Académie des Sciences in Paris. An der Sitzung vom 29. Oktober 1894 zeigte der hervorragende Physiologe und Pionier für Bewegungsaufnahmen, Etienne Jules Marey, eine Folge von 32 Photographien, die er von einer – mit den Füßen nach oben – fallenden Katze aufgenommen hatte. Die Bilder zeigten deutlich, daß die Katze im Fall eine genau halbe Drehung gemacht hatte. Diese Feststellung schien dem mechanischen Prinzip der Erhaltung des Trägheitsmoments zu widersprechen und wurde Anlaß zu einer Auseinandersetzung, an der sich mehrere Mitglieder der Akademie und später sogar die Tageszeitungen beteiligten. Verschiedene Erklärungen, weshalb sich die Katze drehen kann, gelangten in Umlauf. Peano schrieb in der *Rivista:*

> Die Ursache der Drehbewegung der Katze scheint mir höchst einfach. Wenn das Tier sich selbst überlassen ist, führt es mit dem Schwanz einen Kreis in der zur Achse seines Körpers senkrecht stehenden Ebene aus. Infolgedessen muß sich auf Grund des Prinzips der Erhaltung des Trägheitsmoments der Körper des Tieres in der der Bewegung des Schwanzes entgegengesetzten Richtung drehen. Hat sich das Tier so weit wie gewünscht gedreht, hält es den Schwanz an und bringt dadurch die Bewegung des Körpers zum Stillstand. Das Tier rettet damit sein Leben und das Prinzip des Trägheitsmoments.

Auf der Photographie läßt sich erkennen, daß sich der Schwanz der Katze in der zur Drehung des Körpers umgekehrten Richtung bewegt, allerdings nur während einer ganzen Drehung. Guyou, der mit Marey einigging, kam den Erklärungen späterer Jahre näher. Er stellte nämlich fest, daß die Katze zuerst ihren vorderen und dann den hinteren Körperteil dreht. Sie tut dies, indem sie den zu drehenden Teil näher an die Drehachse bringt und dadurch dessen Trägheitsmoment verkleinert. Diese Erklärung warf die Frage nach der Möglichkeit, die Richtung eines Körpers durch innere Bewegung zu ändern, auf. Dieses Problem veranlaßte sowohl Peano als auch Vito Volterra (1860–1940) zu einem Vortragszyklus an der Akademie der Wissenschaften in Turin. Der daraus entstehende Streit über Priorität und Gegenstand endete erst am Schluß des folgenden Jahres, als beide Partner der Accademia dei Lincei in Rom eine Abhandlung vorlegten. Die Fehde brach erst recht aus, als Peano den Nachweis erbrachte, daß die Stellung der Erdachse durch den Einfluß des Golfstroms verändert

werden kann. Er nahm für die ungefähre Berechnung der Abweichung seinen geometrischen Kalkül zu Hilfe.

In diesem Kampf zeigte sich die Verschiedenheit des wissenschaftlichen Vorgehens der beiden Partner. Volterra, Meister der klassischen Analysis, besonders der elliptischen Funktionen, ging vorsichtig und methodisch zu Werk. Alle seine Arbeiten waren sorgfältig und gründlich durchdacht. Hatte er einmal seine Studien über ein neues Gebiet bekanntgegeben, erwartete er, in seiner Forschung allein gelassen zu werden. Peano war ein Erneuerer, Eiferer; gierig, die Macht des geometrischen Kalküls an den Tag zu legen. Er konnte sich an Anwendungen, die die Phantasie anregen, berauschen und scheute sich nie, schlichte Beispiele zu gebrauchen. Er glaubte an wissenschaftliche Zusammenarbeit, wie sein Einsatz für das *Formulario* deutlich zeigte. Volterra war zwei Jahre jünger als Peano, vertrat jedoch die ältere Generation, die konservativen, traditionsgebundenen Ansichten.

DER ERSTE INTERNATIONALE MATHEMATIKERKONGRESS

Gleich nach dem Erscheinen des ersten Bandes des *Formulaire de mathématiques* machte sich Peano an die Arbeit für die zweite Nummer. Sie erschien in drei Teilen, der erste kam aber erst 1897 heraus. Das *Formulario*, anfänglich nur als Beilage für die *Rivista* geplant, war inzwischen wichtiger geworden als die *Rivista* selbst. Kennzeichnend dafür war die Namensänderung. Nummer 6 trug nicht mehr den italienischen, sondern den französischen Titel *Revue de Mathématiques*. Die Arbeit für die Herausgabe der ersten fünf Nummern der *Rivista* hatte sich über je ein Jahr erstreckt, die letzten drei Nummern (6–8) erforderten mehrere Jahre. Das letzte Heft dieser Serie erschien 1906. Im selben Jahr begann Peano mit der Veröffentlichung des fünften und letzten Bandes des *Formulario*.

Im ersten Teil der zweiten Nummer des *Formulario* behandelt Peano die mathematische Logik. Schon vor der Drucklegung der Zeitschrift im April 1897 veröffentlichte er eine einzige Schrift mit Ergebnissen seiner Studien über die Herabsetzung der Zahl der Grundbegriffe auf ein Minimum. Diese Publikation enthält sieben Festsetzungen. Eine davon steht als $(x;y)$ für den Begriff eines geordneten Zahlenpaars, das sich aus x und y zusammensetzt. Peano bemerkt dazu: ‹Die Idee eines geordneten Zahlenpaars ist von grundsätzlicher Bedeutung. Wir wissen aber nicht, wie wir es durch die obenerwähnten Symbole ausdrücken sollen.› (Norbert Wiener brachte dies 1914 fertig.) In diesem Artikel führt Peano auch das Symbol $\exists$ für Existenz ein. Als Beispiel: Wenn a eine Menge ist, bedeutet $\exists a$: ‹Die Menge a ist nicht leer.› Nach dieser Veröffentlichung konzentrierte sich Peano auf die Ausgabe des ersten Teils des zweiten Bandes des *Formulaire*. Er wollte ihn noch vor dem für August 1897 in Zürich geplanten Internationalen Mathematikerkongreß herausbringen.

Schon seit mehreren Jahren wurde von einem solchen Kongreß gesprochen. Carl Friedrich Geiser von der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich ergriff endlich die Initiative. In einem Rundbrief vom 16. Juli 1896 lud er die Zürcher Mathematiker zu einer Sitzung ein, an der die Durchführung eines Mathematikerkongresses in Zürich besprochen werden sollte. Der Vorschlag wurde günstig aufgenommen. Unter Geisers Vorsitz bildete sich ein internationales Komitee, und im Januar 1897

gingen die Einladungen für einen dreitägigen Kongreß vom 9. bis 11. August 1897 an ungefähr 2000 Mathematiker und mathematische Physiker. Ein drittes, im März verschicktes Rundschreiben erwähnte Peano als einen der vier Hauptreferenten. Die drei andern waren H. Poincaré (dessen Beitrag in seiner Abwesenheit durch Franel vorgelesen wurde), A. Hurwitz und Felix Klein.

Peanos Berühmtheit auf dem Gebiet der mathematischen Logik spiegelte sich nicht nur in seiner Wahl zum Hauptredner, sondern auch in einem Referat von E. Schröder: ‹Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien.› Peano hielt keinen eigentlichen Vortrag. Er verteilte Abzüge des 64seitigen ersten Teils des zweiten Bandes des *Formulaire de Mathématiques*, referierte darüber und bat die Mitglieder des Kongresses, das Werk zu lesen.

Der Kongreß wurde zum großen Erfolg. Die Teilnehmer faßten den Beschluß, alle vier Jahre weitere solche Kongresse durchzuführen. Der nächste sollte 1900 in Paris, der übernächste in Deutschland stattfinden. Die Veranstaltung schloß mit einem Bankett im renovierten Hotel auf dem Üetliberg. Der Protokollführer beschrieb die Szene:

> Das Wetter war unvergleichlich; kein Wölkchen trübte die strahlende Bläue des Himmels. Die Schneeberge hatten sich zu Ehren der Mathematiker mit ihrem schönsten Hermelin geschmückt. Säntis, Glärnisch und Tödi, die Urner, Engelberger und Berner Oberländer Alpen, vom Finsteraarhorn bis zur Diablerets, wetteiferten in dem Bestreben, den Glanz des Tages zu erhöhen. In vollen, kräftigen Akkorden sollte das Finale der dreitägigen Mathematiker-Symphonie ausklingen.

In den Jahren zwischen dem Ersten und dem Zweiten Internationalen Mathematikerkongreß arbeitete Peano mit Feuereifer. Nebst seiner Lehrtätigkeit und der Weiterführung des *Formulario* half er mit an der Verbesserung des Mathematikunterrichtes an höheren Schulen. Er wirkte vor allem durch den 1895 gegründeten Verein für Mathematiklehrer an Mittelschulen, den Verein ‹Mathesis›. Schon 1897 nahm Peano teil an den Sitzungen der Turiner Sektion ‹Mathesis›. Am ersten Kongreß dieser Vereinigung, 1889 in Turin, waren Peano und seine Anhänger führend in der Diskussion. (Wie er sich mit ihnen auch 1900 in Paris in der Diskussion hervortat.)

Der Kauf einer Druckerpresse gab Peanos Herausgebertätigkeit einen neuen Impuls. Band 6 der *Rivista* wurde 1896 in Angriff genommen, aber erst 1899 vollendet. Der Grund der Verspätung lag offenbar in den Schwierigkeiten, die sich beim Druck ganzer Kolonnen von Formeln, aus denen sich das *Formulario* zusammensetzt, ergaben. Peano brachte die Druckerei in seiner Villa in Cavoretto unter. Einige Setzarbeiten führte er eigenhändig aus. Das Typensetzen hatte ihm schon früher Kummer bereitet. Er beharrte zum Beispiel darauf (im Gegensatz zu Frege), daß die Formeln nur auf *eine* Zeile geschrieben wurden. Jetzt kamen ihm die praktisch-technischen Schwierigkeiten erst recht zum Bewußtsein. Dem verdanken wir, daß die späteren Ausgaben des *Formulario*, besonders die 1908 herausgekommene letzte mit etwa 4200 Lehrsätzen und Beweisen, ausnahmslos in Symbolen dargestellt, sozusagen fehlerfrei sind. Erwähnung verdient auch die Geschichte der Druckerpresse. Einer von Peanos früheren Professoren, Francesco Faà di Bruno, hatte sie als Beschäftigungs- und Einnahmequelle für die in dem von ihm gegründeten Haus lebenden armen Mädchen gekauft. In dem Heim wurden eine Anzahl Bücher, darunter auch eines von Faà di

Bruno über die elliptischen Funktionen, gedruckt, so daß bereits eine ganze Anzahl Typen mit mathematischen Symbolen vorhanden war, als Peano die Presse erwarb. Eines der letzten im Heim gedruckten Bücher war – sinnvollerweise – die nach Faà di Brunos Tod (1888) über ihn geschriebene Biographie.

Die *Rivista* und das *Formulario* wurden in Turin gedruckt, aber die Typensetzung erfolgte von jetzt an in Peanos Villa in Cavoretto. Im August 1889 erschien als Erstlingswerk dieser neuen Druckerei der zweite Teil ‹Arithmetique› des zweiten Bandes des *Formulaire*. Im darauffolgenden Monat stellte es Peano am ‹Mathesis›-Kongreß vor. Dieses Buch enthält die endgültige Formulierung der fünf Axiome: 1 war durch 0 ersetzt worden. Der dritte Teil des zweiten Bandes erschien im darauffolgenden Sommer 1889. Unter anderem Neuen brachte er das mit Korrekturen und Ergänzungen versehene Material des zweiten Teils und gerade so viel aus dem Stoff des ersten, wie zur besseren Verständlichkeit und Leserlichkeit des Bandes erforderlich war. In diesem Werk findet sich die im zweiten Teil begonnene dezimale Anordnung der Sätze, ‹die das Einschieben erleichtern soll›. Das *Formulario* wurde schon mit dieser Ausgabe zum Einmannprojekt, obwohl Peano wiederholt betonte, daß ihn sein Assistent Giovanni Vacca ‹kräftig› unterstütze.

In diesen Jahren sprach man von einer eigentlichen ‹Peanoschule›. Der Peano ergebenste Anhänger, Ugo Cassina, brachte 1932 ein Verzeichnis mit den Namen von 45 Italienern heraus, die zu irgendeiner Zeit der Peanoschule angehört hatten. Um das Jahr 1900 standen sehr wahrscheinlich sieben voll und ganz hinter Peanos Ansichten und Plänen: Tommaso Boggio (1877–1963), Cesare Burali-Forti (1861–1931), Filiberto Castellano (1860–1919), Alessandro Padoa (1868–1937), Mario Pieri (1860–1913), Giovanni Vacca (1872–1953) und Giovanni Vailati (1863–1909).

PARIS 1900

Anläßlich der Weltausstellung in Paris vom Jahr 1900 fanden verschiedene internationale Kongresse statt. Peano besuchte im August deren zwei: den Ersten Internationalen Philosophischen Kongreß und den Zweiten Internationalen Mathematikerkongreß. Peano und seine Anhänger bestritten am Philosophischen Kongreß den Hauptanteil an den Diskussionen über die Philosophie der Naturwissenschaften. Vaccas Aussagen über die Wichtigkeit der unveröffentlichten Arbeiten von Leibniz bewogen Louis Couturat, denselben in Hannover nachzustöbern. Seine Funde kamen offensichtlich seinen Veröffentlichungen *La logique de Leibniz* (1901) zugute. Hatte Vacca Couturat begeistert, machte Peano auf Bertrand Russell den noch größeren Eindruck. Hans Freudenthal schrieb über den Kongreß: ‹Unbeschränkt herrscht da die Phalanx der Italiener: Peano, Burali-Forti, Padoa, Pieri. Für Russell, der da noch einen an unfreiwilligen Bierulk grenzenden Vortrag hielt, wurde Paris das Damaskus.› Russell selbst schrieb später in seiner Autobiographie:

> Der Kongreß brachte den Wendepunkt in meinem geistigen Leben, denn ich traf dort Peano. Ich kannte ihn bereits dem Namen nach und hatte bereits einige seiner Werke gesehen. Aber ich hatte mir nicht die Mühe genommen, seine Symbole zu bewältigen. An den Diskussionen am Kongreß fiel mir auf, daß er stets präziser als alle andern war und daß er jedesmal, wenn er etwas aufgriff, durch

> seine Beweisführung überzeugte. Im Verlauf der Tage ging mir auf, daß dies nur dank seiner mathematischen Logik so sein konnte. Ich ließ mir deshalb alle seine Arbeiten von ihm geben, und sobald der Kongreß vorbei war, zog ich mich nach Fernhurst zurück, um in aller Ruhe jedes Wort von ihm und seinen Anhängern zu studieren. Es wurde mir klar, daß seine Symbole das Mittel für die logische Analysis lieferten, nach dem ich seit Jahren gesucht hatte, und daß ich mir durch das Studium der Peanoschen Lehre eine neue und schlagkräftige Technik erwerben konnte für die Arbeit, die ich schon lange vorhatte. Ende August waren mir alle Arbeiten seiner Schule völlig vertraut. Ich verbrachte den September mit der Anwendung seiner Methode auf die Logik der Relationen. Rückblickend scheint es mir, daß jeder Tag jenes Monats klar und sonnig war.

Russell war so inspiriert, daß er noch vor Jahresende den Entwurf seines Buches *Principles of Mathematics* (veröffentlicht 1903), das Peano in einem Brief an Russell als ‹den Markstein einer Epoche auf dem Feld der Philosophie der Mathematik› bezeichnete, beendete. Auf weniger dramatische Art brachte der Kongreß auch für Peano eine neue Phase. Peano verlor das Interesse an der Entwicklung der mathematischen Logik. Die Veröffentlichung vom 20. Juni 1900, die er Russell schenkte, brachte seine letzte systematische Entwicklung der mathematischen Logik. Der Artikel erschien im folgenden Jahr fast ohne Änderungen im dritten Band des *Formulaire de mathématiques*. Band 4 (1902/03) enthält im wesentlichen dasselbe Material, jedoch nicht zusammenhängend, sondern als Ergänzungen an entsprechenden Stellen im mathematischen Teil des Buches eingeschoben. Das weist deutlich auf Peanos schwindendes Interesse an der systematischen Entwicklung der mathematischen Logik hin.

Im Zusammenhang mit dem Internationalen Philosophischen Kongreß verdient auch Alessandro Padoa der Erwähnung. Padoa hatte zwar nicht bei Peano studiert, nannte sich aber mit Stolz ‹Peanos Jünger›. In einer Abhandlung mit der Überschrift ‹Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque› untersuchte er zwei parallele Probleme eines deduktiven Systems: 1. Sind die Axiome unabhängig, oder kann ein Axiom von den andern abgeleitet werden? 2. Sind die Grundbegriffe nicht auf andere rückführbar, oder kann eines durch das andere definiert werden? Die erste Frage war schon von Peano aufgegriffen und zu einer Standardmethode für den Beweis der Unabhängigkeit eines Systems von Axiomen entwickelt worden. Padoa gab hier die Antwort auf die zweite Frage. Obwohl die Wichtigkeit der ‹Padoaschen Methode› in der Theorie der Definitionen viel später, erst im Lauf der Entwicklung der Modelltheorie, richtig erkannt wurde, zweifelte Padoa schon jetzt nicht an deren Tragweite.

Der Internationale Mathematikerkongreß begann gleich nach dem Philosophischen Kongreß. Viele Kongreßteilnehmer blieben deshalb in Paris, so auch Peano, obwohl er diesmal kein Referat zu halten hatte. Von der euphorischen Stimmung, in der der Zürcher Kongreß geendet hatte, war bei der Kongreßeröffnung in Paris nichts zu spüren. Die Organisation klappte schlecht. Zudem traf Hilbert mit Verspätung ein; sein Vortrag mußte auf einen andern Tag verschoben werden. Hilberts Katalog der ungelösten mathematischen Probleme bildete trotzdem den Höhepunkt des Kongresses. Nachdem Hilbert geschlossen hatte, erhob sich Peano, um zu verkünden, daß die Lösung des Problems Nummer 2 des Katalogs gefunden und noch durch das im Programm vorgesehene Referat Padoas gegeben würde. Padoa hielt zwei Vorträge,

aber Hilbert ignorierte wie immer die Italiener. Andere Teilnehmer hingegen zeigten sich durch Padoas Rede beeindruckt, so zum Beispiel Charlotte A. Scott, Professorin am Bryn Mawr College (USA). Sie schilderte Padoas Vortrag als einen der interessantesten des Kongresses.

Peano kehrte nach Turin zurück, um den dritten Band des *Formulaire de mathématiques* fertigzustellen. Obwohl in Peanos Haus gesetzt und in Turin gedruckt, erschien er in einem Pariser Verlag, datiert auf den 1. Januar 1901, den Beginn des neuen Jahrhunderts. Peano stand als Mathematiker und Logiker auf dem Höhepunkt seines Ruhms. Schon 1895 hatte ihm die italienische Regierung den Orden des ‹Ritters des Königreichs Italien› verliehen. Jetzt wurde er – ebenfalls von der italienischen Regierung – zum Ritter des Ordens der Heiligen Maurizio und Lazzaro ernannt. Trotzdem lief nicht alles glatt. Nur einen Monat nach seiner Ehrung schied Peano – nach 15jähriger Lehrtätigkeit – unfreiwillig aus der Militärakademie aus. Über seine Vorlesungen wurden Klagen laut. Aus Peanos für den Unterricht an der Militärakademie geschriebenem zweibändigem Textbuch über Differential- und Integralrechnung (1893) läßt sich herauslesen, daß er anfänglich ein ausgezeichneter Lehrer war. Später drang das Formularioprojekt immer mehr ins Klassenzimmer ein. Peano benützte für seine Vorlesungen mit Vorliebe das *Formulaire*. In der Militärakademie und sogar an der Universität wurde Einspruch erhoben gegen Peanos Methode im Unterricht der höheren Analysis. Umsonst versuchten Universitätskollegen, ihn zur Rückkehr zur alten Unterrichtsform zu überreden. Peano hörte nicht auf sie. Bisher waren für die ersten zwei Studienjahrgänge die Vorlesungen über Mathematik für die Studenten des Polytechnikums und die Studenten der naturwissenschaftlichen Fakultät zusammen gelegt worden. Um die Studenten demonstrativ Peanos Einfluß zu entziehen, trennte das Polytechnikum die beiden Gruppen. Peano änderte aber den Stil seiner Vorlesungen bis zum Herbst 1925 nicht. Gleich nach dem Amtsantritt F. G. Tricomis machte Peano den Vorschlag eines Vorlesungstausches. Peano übernahm, vorerst inoffiziell, den Kurs über ergänzende Mathematik. Erst 1931, ein Jahr vor seinem Tode, erhielt er den offiziellen Lehrauftrag dafür.

Es gab selbstverständlich immer einige Auserwählte, die von Peanos Unterrichtsmethode profitierten. Peano setzte seine Schüler immer wieder durch seine Vielseitigkeit in Erstaunen. 1901 bat ihn zum Beispiel die Direktion der staatlichen Pensionsversicherungsgenossenschaft um Rat. Obwohl sich Peano vorher nie mit versicherungsmathematischen Fragen beschäftigt hatte, meisterte er die Materie derart, daß es ihm gelang, ein Gutachten zu schreiben, das dem Unternehmen unter günstigeren Bedingungen zur Ausweitung verhalf. Unterdessen lief die Arbeit am *Formulario* weiter. Peano trug sich mit dem Gedanken an ein besonders für den Gebrauch an Schulen bestimmtes mathematisches Lexikon. Er schrieb eine provisorische Fassung für den Abschnitt über die mathematische Logik, die er im August 1901 am Kongreß für Mittelschullehrer vorwies. Das Projekt gelangte zwar nicht in der von ihm angestrebten Form zur Ausführung, beeinflußte aber seine nächsten beiden Ausgaben des *Formulaire* und weitere Publikationen.

Vielleicht war die Idee, seine Methode auf der Ebene der Mittelschule einzuführen, dem ungeschmälerten Ansehen zu verdanken, in dem Peano bei den Mittelschullehrern stand. Er machte einen Auszug der Lehrsätze über Arithmetik und über die Grundbegriffe der Algebra aus dem *Formulaire*, übersetzte die Erklärungen ins

Italienische und brachte die Zusammenstellung 1902 als Lehrmittel heraus. Es wurde aber – vielleicht zum Glück – nie verwendet. Band 4 des *Formulaire* (mit dem leicht veränderten Titel *Formulaire mathématique*) wurde größtenteils 1902 gedruckt, aber erst anfangs 1903 fertiggestellt. Band 4 ist beinahe doppelt so dick wie Band 3. Er enthält ein kurzes ‹mathematisches Vocabulaire›. Im Vorwort desselben finden wir in einem einzigen Satz den ersten zukunftsträchtigen Hinweis: ‹Die Wörter sind lateinisch geschrieben, sofern sie sich nicht stark von den französischen unterscheiden.› Peano gab keine Begründung seines Vorgehens. Die Erklärung ließ jedoch nicht lange auf sich warten. Peano stand auf der Schwelle einer neuen Ära und am Anfang einer Tätigkeit, die ihn bis zum Ende seines Lebens nicht mehr losließ.

LATINO SINE FLEXIONE

Bis 1903 war Peanos Idee gereift, ein vereinfachtes Latein als internationale Hilfssprache der Wissenschaften zu gebrauchen. In vielen Wissenschaftlern regte sich das Bedürfnis nach einem internationalen Verständigungsmittel. Am Internationalen Philosophischen Kongreß und am Mathematikerkongreß in Paris war die Angelegenheit ernsthaft diskutiert worden. Bei beiden Anlässen hatte sich Louis Couturat durch sein lebhaftes Eintreten für eine internationale Sprache hervorgetan. Er selbst befürwortete den Gebrauch des dem Esperanto ähnlichen Ido, aber die Besprechungen am Kongreß führten vorerst zu keinem Ergebnis.

Peano schuf ein grammatikfreies Latein, ein Latein ohne Beugung oder, wie er es nannte, ein *Latino sine flexione*. Peano erhob nie den Anspruch, selbst auf diese Idee gekommen zu sein. Er schob sogar das ganze Verdienst Leibniz zu. Aber die Art, auf die Peano die neue Sprache einführte, war geradezu genial. Er beginnt die Beschreibung in klassischem Latein, und im Verlauf des Schreibens benützt er fortlaufend die bereits erklärten Vereinfachungen, so daß die Abhandlung in einem ‹Latino sine flexione› endet. An den entsprechenden Stellen zitiert Peano die zum größten Teil schon von Leibniz gemachten Vorschläge.

Es kann nicht genau nachgewiesen werden, wann Peano auf diese Antwort auf die Frage nach einer internationalen Hilfssprache stieß. Giovanni Vacca behauptete, Peano hätte die Idee auf Grund seiner (Vaccas) im Sommer 1889 in Hannover gemachten Forschung über die unveröffentlichten Manuskripte von Leibniz konzipiert. Peano erwähnt in seiner Einführung die in Couturats *La logique de Leibniz* für den Bau einer künstlichen Sprache enthaltenen Anregungen von Leibniz. Vermutlich gaben diese den Anstoß, durch ein vereinfachtes Latein das Problem der internationalen Verständigung zu lösen.

Die Angelegenheit lag schon lange in der Luft. Es ist deshalb gut möglich, daß sich Peano schon früher damit beschäftigt hat. Zamenhof, der Begründer des Esperanto, schrieb im Jahr 1900 an Charles Méray: ‹Ein vollständiges mathematisches Lexikon wird sehr nützlich sein, und ich hoffe, daß das neue Werk so perfekt herauskommt, daß es zur erwähnten Übersetzung gelangt. Dies um so mehr, weil wir Prof. Peano als fähigen Esperantisten kennen.› Zamenhof kannte Peano damals nur vom Hörensagen. Persönlich begegnete er ihm erst 1906.

Lange Zeit galt Volapük als die erfolgreichste künstliche Sprache. Schon seit 1888 gab es in Turin einen Volapükklub. Aber jetzt war die Sprache am Verschwinden. Esperanto schien vielversprechender. Im Dezember 1903 manifestierte Peano durch das Geschenk des im selben Jahr von Couturat und Léau erschienenen Buches *Histoire de la langue universelle* an die Akademie der Wissenschaften von Turin sein Interesse an der Sprachbewegung. Im folgenden Monat propagierte Peano an derselben Akademie sein ‹Latino sine flexione›. In seinem Vortrag demonstrierte er theoretisch und praktisch durch sein Beispiel, daß die beste Grammatik keine Grammatik ist. Peanos nächste Aufgabe lag im Finden der Wörter für das Vokabular für die neue Sprache. Er machte sich zum Ziel, den jedenfalls für Westeuropa bereits vorhandenen internationalen Wortschatz zu verwenden. Das heißt, er wollte keine neuen Wörter erfinden, sondern sie aus dem Sprachgebrauch herausschälen. In sprachvergleichendem Studium der europäischen Sprachen sollten alle gebräuchlichen Wörter lateinischen Ursprungs herausgefunden werden. Die Frucht dieser Arbeit war 1904 die 41 Seiten umfassende Schrift *Vocabulario de latino internationale, comparato cum Anglo, Franco, Germano, Hispano, Italo, Russo, Graeco et Sanscrito.* 1909 erschien die zweite auf 87 Seiten erweiterte Auflage, die dritte, mit 352 Seiten, erschien 1915 in Buchform.

Peano nahm sich vor, die fünfte Ausgabe des *Formulaire* in ‹Latino sine flexione› herauszubringen. Neben der Bearbeitung des wesentlich verlängerten mathematischen Teils dieses Bandes übersetzte er alle Anmerkungen ins ‹Latino sine flexione›. Dies erforderte schon jetzt eine Festsetzung auf die international am besten verständliche Form der Wörter. Gegen Ende des Jahres 1905 wurde mit dem Druck des Werks begonnen; die vollständige Ausgabe erschien aber erst 1908. Diese letzte Nummer des *Formulaire* (mit dem Titel *Formulario Mathematico*) wurde als ‹Fundgrube der wissenschaftlichen Information› bezeichnet, blieb aber wegen der Schwierigkeit des Lesens der Symbolsprache Peanos – sie war nicht weltweit anerkannt – einem weiten Publikum unzugänglich. Entgegen Peanos Hoffnung trug auch der Gebrauch des ‹Latino sine flexione› an Stelle des Französischen in den Zusatznoten nicht zur Erweiterung, sondern im Gegenteil eher zur Beschränkung des Leserkreises bei. Obwohl die Schwierigkeit, ‹Latino sine flexione› zu lesen, mehr dem Anschein nach als tatsächlich besteht, wirkte der fremde Anblick der Sprache auf manche Mathematiker wie ein nicht zu überspringendes Hindernis.

Peano nahm am Dritten Internationalen Mathematikerkongreß des Jahres 1904 in Heidelberg nicht teil, besuchte aber als vom ersten Kongreß gewähltes Mitglied der ständigen internationalen Kommission den im selben Jahr stattfindenden Zweiten Internationalen Philosophischen Kongreß in Genf. Couturat berichtete dort über die 1901 gebildete Delegation zur Förderung einer internationalen Hilfssprache (Délégation pour l'adoption d'une langue auxiliaire internationale) mit Léau als Sekretär und Couturat als Schatzmeister. (Couturat war ebenfalls ständiges Mitglied der internationalen Kommission.) Die Kongreßmitglieder gaben den Delegierten ihre Stimme und wählten zum zweitenmal, zusammen mit Ludwig Stein aus Bern, Couturat zum Vorsitzenden. Auch Peano wurde in seinem Amt als Mitglied der ständigen Kommission bestätigt.

Peanos Arbeit fand weiterhin öffentliche Anerkennung. 1905 wurde er Mitglied der Accademia dei Lincei. Die Ernennung zum Mitglied dieser Akademie ist eine der

höchsten Auszeichnungen, die einem italienischen Wissenschaftler verliehen wird. Die altehrwürdige Akademie (gegründet 1603 durch Prinz Federico Cesi) hatte 1611 Galileo Galilei während seines Besuchs in Rom zu ihrem Mitglied ernannt.

Erst 1908 brachte mit Peanos Wahl zum Präsidenten der alten Volapük-Akademie die endgültige Verlagerung seines Interesses auf die Interlinguistik. Bis dahin beteiligte er sich aktiv an der mathematischen Grundlagenforschung. 1906 lieferte Peano einen weitern Beweis des Cantor-Bernstein-Lehrsatzes. In der gleichen Schrift gab er ein Modell in der Mengentheorie seiner Axiome für die natürlichen Zahlen, dazu die Bemerkung: ‹Die Mitarbeiter des *Formulario* bringen den Beweis (sofern es überhaupt eines solchen bedarf), daß die Axiome der Arithmetik, welche sie notwendig und hinreichend fanden, sich nicht gegenseitig widersprechen.› Nachdem auch Burali-Forti und Russell solche Modelle aufgestellt hatten, äußerte Peano seine Ansichten über die Grundlagen der Mathematik. Er bekannte sich darin als ‹Nichtformalist›.

> Aber der Beweis, daß ein System von Axiomen der Arithmetik oder der Geometrie keinen Widerspruch enthält, ist meiner Ansicht nach gar nicht nötig. Denn wir schaffen nicht willkürlich neue Axiome, sondern übernehmen als solche die einfachsten Sätze, die – ausgesprochen oder unausgesprochen – in jedem Arithmetik- oder Geometriebuch vorkommen. Unsere Analyse der Prinzipien dieser Disziplinen besteht in der Herabsetzung der Zahl der allgemein gebräuchlichen Annahmen auf ein erforderliches und ausreichendes Minimum. Dem System der Axiome für Arithmetik und Geometrie genügt die Vorstellung von Zahlen und Punkten, die jeder, der Arithmetik und Geometrie aufzeichnet, hat. Wir denken die Zahl, also *ist* die Zahl.

In einer später erschienenen Ergänzung dieses Artikels besprach Peano die Richardsche Antinomie, widerlegte Poincarés ‹wahre Lösung› und noch einmal Zermelos Auswahlaxiom.

Trotz der Meinungsverschiedenheit über das Auswahlaxiom kam es 1908 am Vierten Internationalen Mathematikerkongreß in Rom zu einem freundschaftlichen Treffen zwischen Zermelo und Peano. Zermelo schrieb nach dem Kongreß an Georg Cantor:

> Die Veranstaltungen waren auch meistens so getroffen, daß es kaum möglich war, interessante Persönlichkeiten kennenzulernen. Nur die Herren Peano und Russell, welche beide sehr liebenswürdig waren, habe ich etwas ausführlicher sprechen können.

ACADEMIA PRO INTERLINGUA

Peano ging es vorerst um eine Sprache mit einem Minimum an Grammatik, als er 1903 in Anlehnung an die Gedanken von Leibniz sein ‹Latino sine flexione› als internationale Sprache vorschlug. Es war kein Zufall, daß Peano Latein als Grundlage für die Wörter der ‹neuen› Sprache wählte, obwohl Leibnizens Gebrauch des Lateins Peano vermutlich mitbeeinflußte. Peano kam im Verlauf der Zeit mehr und mehr zum Bewußtsein, daß es bereits so etwas wie einen internationalen wissenschaftlichen Wortschatz gab, der unter den Ausdrucksformen der verschiedenen modernen Spra-

chen versteckt lag. Er wollte deshalb keine neuen Wörter schaffen, sondern sie aus den verschiedenen Umgangssprachen heraushören. Er lehnte Volapük, Esperanto und andere bereits vorhandene künstliche Sprachen nicht ab, gab aber einem Verständigungsmittel, das ohne die Bildung neuer Wörter auskam, bessere Erfolgschancen. Zudem war es leichter, das Publikum zum Glauben an eine bereits vorhandene Sprache zu bringen, als zum Erlernen eines neuen Vokabulars.

Abgesehen von den technischen Schwierigkeiten konnte dieses Projekt natürlich unmöglich im Alleingang bewältigt werden. Auch gewährte eine gemeinschaftlich zusammengetragene Sprache auf die Dauer ein stärkeres Durchsetzungsvermögen. Das Schicksal des Volapüks diente als Warnzeichen für jede ‹Einmannsprache›. Die Ironie des Schicksals wollte es, daß Peanos Akademie, nach Phönixart, buchstäblich aus der Asche der früheren Volapük-Akademie erstand.

Volapük war die erste erfolgreiche künstliche Sprache der Neuzeit. Ihr Schöpfer, Johann Martin Schleyer (1831–1912), Leutpriester in Litzelstetten am Bodensee, propagierte sie 1879, und schon nach 10 Jahren gehörten über eine Million Mitglieder seiner Bewegung an. Da Schleyer die alleinige Leitung der Akademie nicht aus der Hand geben wollte, kam es 1890 zu einer Spaltung, der der rasche Zerfall folgte. 1904 beschloß der Hauptzweig mit der abgeänderten Sprache ‹Neutral› ein fünfjähriges Stillegen der Sprache und stellte seine Tätigkeit vorläufig ein. Trotz dieser negativen Erfahrung machten Einzelpersonen weiterhin Vorschläge für eine ganze Anzahl neuer Sprachen. Offensichtlich glaubte niemand recht an das Wiederaufleben der Akademie nach ihrem fünfjährigen Stillstand. Es brauchte die Genialität Peanos, um die Quelle der Einheit da zu suchen, wo andere nur Verschiedenheit sahen. Um der Verwirklichung seiner Pläne näherzurücken, bewarb sich Peano 1908 um die Mitgliedschaft und gleichzeitig um den Posten als Direktor der Akademie. Das war ein kühner Schlag – und er gelang. Am 26. Dezember 1908 wurde Peano einstimmig als Mitglied und als Direktor gewählt. Sofort begann er mit dem Wiederaufbau der Akademie. Vorerst traf er zwei Anordnungen, die von der Akademie gebilligt wurden: 1. Die Akademie erteilt dem Direktor das Recht, unter dem Namen der Akademie eine Zeitschrift herauszugeben. 2. Jeder Akademiker soll in den Rundschreiben und Zeitschriften der Akademie die von ihm bevorzugte Form der Interlingua benützen dürfen. Der erste Vorschlag wurde einstimmig angenommen, der zweite mit 7:2 Stimmen. Ende 1909 gelang es Peano, die Wahl seiner Freunde Padoa und Pagliero zur Mitgliedschaft der Akademie durchzusetzen. Daraufhin war Peano bereit für die eigentliche Reform: Die Mitgliedschaft der Akademie sollte jedermann offenstehen! Dieser radikale Eingriff erfolgte gleichzeitig mit der Namensänderung. Die alte *Akademi internasional de lingu internasional* wurde aufgelöst und alle ihre Rechte auf die neue *Academia pro Interlingua* übertragen. Somit war die Aufbauarbeit beendet. Peano blieb bis 1932, d.h. bis zu seinem Tod, Direktor der *Academia*.

Am Fünften Internationalen Mathematikerkongreß 1912 in Cambridge, England, hielt Peano ein kurzes Referat. Er sagte darin wenig für die Mathematik Bedeutendes. Es lag ihm viel mehr daran, bei dieser Gelegenheit die Interlingua, die aus der Academia pro Interlingua stammende Sprache, vorzuführen. Trotz einer verschiedenen Prägung unterschied sie sich in der Praxis kaum vom ‹Latino sine flexione›. Der Kongreß wollte ihm keine Erlaubnis geben, Interlingua zu sprechen. Peano bat Russell um Intervention, aber die Tagesordnung, nach der nur vier Spra-

chen (Deutsch, Englisch, Französisch, Italienisch) vorgesehen waren, wurde nicht geändert. Enttäuscht kehrte Peano zurück, niedergeschlagen sogar über die Art, wie die Engländer seine Sprache betonten.

Nachdem Peano den Versuch, die Interlingua an der Akademie der Wissenschaften in Turin zu fördern, aufgegeben hatte, legte er im Herbst 1912 eine sowohl vom historischen als auch vom kritischen Standpunkt aus betrachtet meisterhafte Studie über die Beziehungen zwischen Ableitungen und Differentialen vor. Das Traktat schließt mit einem langen Absatz aus einem Werk des im vorhergehenden Sommer verstorbenen Poincaré. Trotz einiger kritischer Kommentare äußerte sich Peano anerkennend. Wie immer vermied er den polemischen Ton – im Gegensatz zu Poincaré, der den Satz geprägt hat, daß man die Sprache der Differentiale lernen sollte,

> qui est usité par tout le monde, de même qu'il faut savoir l'allemand, bien que cette langue ait des règles de construction ridicules et un alphabet qui n'a pas de sens commun, parce qu'elle est parlée par soixante millions d'hommes dont beaucoup sont des savants.

Zwischen 1913 und 1924 schrieben mehrere Studenten Peanos Arbeiten, in denen sie sich auf seine Methode für die Berechnung der Restglieder in Quadraturformeln für Funktionen, die einige allgemeine Bedingungen erfüllen, stützten. Peano war vermutlich der erste, der systematisch Quadraturformeln ableitete, ohne Interpolationsmethoden zu brauchen. Er verwendete dazu die partielle Integration, eine später von Richard von Mises systematisch aufgebaute Methode. Von Mises zeigte 1935, wie es möglich ist, jede Quadraturformel ausschließlich durch die partielle Integration abzuleiten.

Peano nahm 1913 mit einer kurzen Besprechung des ersten Bandes der *Principia Mathematica* von Whitehead und Russell Abschied von der mathematischen Logik. Der Vergleich zwischen *Principia Mathematica* und *Formulario Mathematico* lag auf der Hand. Er beschrieb die verschiedenen Zielsetzungen folgendermaßen:

> Im *Formulario* ist die mathematische Logik nur ein Werkzeug, um Lehrsätze der gewöhnlichen Mathematik auszudrücken und zu behandeln, aber nicht Ziel an sich. Im *Formulario* wird die mathematische Logik auf 16 Seiten erklärt. Eine Stunde genügt, um zu lernen, was zur Anwendung dieser neuen Wissenschaft für die Mathematik nötig ist. Das Buch unserer Autoren hingegen behandelt mathematische Logik als eine Wissenschaft für sich, ebenso wie deren Anwendungen auf die Theorie der transfiniten Zahlen verschiedener Ordnungen.

KRIEGSJAHRE UND NACHKRIEGSZEIT

Im Sommer 1914 überstürzten sich die Ereignisse, die den Ersten Weltkrieg auslösten. Am 28. Juni wurden in Sarajevo Erzherzog Franz Ferdinand von Österreich und seine Gemahlin ermordet. Am 1. August erklärte Deutschland Rußland den Krieg. Frankreich mobilisierte. Italien verhielt sich neutral. Am selben Tag fuhr Peano nach Frankreich, um sich an Ort und Stelle ein Urteil über die Kriegslage zu bilden. Er brauchte nicht lange zu warten; zwei Tage später erklärte Deutschland Frankreich den Krieg und überfiel Belgien. Italien trat zwar erst im Mai 1915 in den Krieg ein, aber es wurde schon 1914 schwierig, die internationalen Verbindungen aufrechtzuerhalten. Besorgt um das Weiterbestehen der Academia pro Interlingua bat

Peano die Mitglieder der Akademie, die gegenwärtige Leitung bis Januar 1916 in ihrem Amt zu bestätigen. Die wenigen Antworten, die er erhielt, waren alle zustimmend. Peano schrieb in seinem Bericht: ‹Wir werden deshalb unsere Gesellschaft bis zum nächsten Jahr, wenn, wie wir hoffen, Friede sein wird nach diesem schrecklichen Krieg und eine bessere Ordnung uns vor Gewalttätigkeit und zukünftigen Kriegen bewahrt, über Wasser halten.› Peano war mit vielen andern in der Einschätzung der Kriegsdauer viel zu optimistisch. Erst im Jahr 1922 war es möglich, zu einer Wiedererweckung der Academia pro Interlingua aufzurufen.

Peano äußerte anfangs 1915 und später im Jahr 1916 in zwei kurzen Aufsätzen seine Gedanken über den Krieg. Im ersten, in einer englischen Zeitschrift der Interlinguistik erschienenen Artikel vertritt Peano die Ansicht, daß das den Krieg auslösende Hauptmotiv in den Sprachgrenzen liegt; daß die Verschiedenheit der Sprachen das gegenseitige Sichkennen- und Verstehenlernen erschwert und daß die Sprachunterschiede durch übertriebenen Patriotismus gefördert werden. Er bringt als Illustration das internationale Wort ‹Telephon›, das durch das Wort ‹Fernsprecher› ersetzt worden war. Der Artikel schließt:

> Möge dieser Krieg die Menschen lehren, die Ursache allen gegenwärtigen Übels zu erkennen und die Notwendigkeit der Vereinigung aller Länder der Welt, welche die Abschaffung aller Armeen und die Umwandlung der Werkzeuge des Kriegs in Werkzeuge des Friedens gestattet, einzusehen.

Der zweite Aufsatz erschien 1916 als Kommentar zu *Les Etats-Unis de la Terre* (Ausgabe 1914 von A. Forel, Professor emeritus der Universität Zürich). Peano drängt darin auf einen engeren Zusammenschluß zwischen England, Frankreich, Italien und Rußland, der das Kriegsende rascher herbeiführen und den Frieden garantieren soll. In diesem Artikel sieht er kein Hindernis in den Sprachgrenzen. Er führt als Musterbeispiel die Schweiz an, deren Demokratie trotz Mehrsprachigkeit ‹in hervorragender Weise› funktioniert. Im Hinblick auf einen Völkerbund schreibt er: ‹Diese Vereinigung sollte auf dem Grundsatz der Gleichheit der bürgerlichen und politischen Rechte aller Bürger aufgebaut werden.› Zum Versprechen des deutschen Kaisers, Mazedonien Bulgarien einzuverleiben, erwähnt Peano: ‹Unsere Diplomatie sollte sich an das Volk wenden und ihm Freiheit und Gleichberechtigung versprechen, ohne Rücksicht auf die Opposition der Klassen, die von der Arbeit des Volkes leben.›

Zusätzlich zu seinem aktiven Eintreten für die ‹Mathesis› schaltete sich Peano ein, um die Qualität der an den Turiner Schulen gelehrten Mathematik zu heben. Er, Tommaso Boggio und Matteo Bottasso organisierten 1915 eine Reihe von an allen Samstagen des akademischen Jahres in einem der Hörsäle der Universität stattfindenden Mathematikerkonferenzen. Diese Vortragszyklen erstreckten sich über den ganzen Krieg. Im Jahrbuch 1919/20 zählt Peano als Resultat dieser Kurse 26 Publikationen, ausschließlich seiner eigenen, auf. Der Minister für das Unterrichtswesen schrieb im Juli 1917 an den Rektor der Universität, daß er sich ‹sehr freue› über die Mathematikerkonferenzen. Kurz darauf wurde Peano zum ‹Ufficiale› (Ritter höheren Grades) des Königreichs Italien befördert. (Nachdem er 1895 zum Ritter des Königreichs Italien ernannt worden war.)

Mehrere der an den Mathematikerkonferenzen gehaltenen Referate behandelten die numerischen Approximationen, Peanos derzeitiges Hauptinteresse. Es ist deshalb nicht verwunderlich, daß es anfangs 1918 gelang, einen Verleger Turins zu überreden,

die Tabellen aus einem Handbuch für Ingenieure gesondert herauszugeben und zum Selbstkostenpreis für den Gebrauch in den Schulen zu verkaufen. Peano schrieb dazu ein Vorwort und die Anmerkungen. Diese kleine Broschüre wurde zum Publikumserfolg; 1963 erschien sie in 11. Auflage.

Am Internationalen Mathematikerkongreß in Zürich (1897) fiel Peano das Hauptreferat zu. 1912, am Kongreß in Cambridge, wollte er einen Vortrag in ‹Latino sine flexione› halten, wurde aber davon abgehalten. Der nächste Kongreß war für 1916 in Stockholm vorgesehen, konnte aber wegen des Kriegs nicht abgehalten werden. Nach Kriegsende fand 1920 ein Mathematikerkongreß in Straßburg statt, der allerdings nicht völlig international war. Peano nahm nicht daran teil. Auch der Mathematikerkongreß in Toronto, 1924, darf nicht völlig als international bezeichnet werden. Peano wurde besonders dazu eingeladen. Diesmal hielt er sein Referat in ‹Latino sine flexione›. (Es ist anzunehmen, daß er sich die Erlaubnis dafür schon *vor* seiner Ausreise aus Italien geben ließ!) Er stellte auch ein Flugblatt zur Propagierung der neuen Sprache zusammen, das er sehr wahrscheinlich am Kongreß verteilte. Peano schrieb nachträglich:

> Am 12. August sprach ich am Kongreß vor den mehreren Sprachgruppen angehörenden Mitgliedern – die meisten waren englischsprechende Amerikaner – in der Interlingua ‹Latino sine flexione› von meinen Ergebnissen ‹Über die Gleichheitsrelationen›. Das ganze Publikum, von dem die meisten kaum etwas von der Existenz einer Interlingua wußten, bestätigte, daß es mich verstand. Das Resultat war wunderbar. Aber die Mehrheit der Anwesenden vertrat die Meinung, daß Englisch die Sprache der Zukunft sei.

Enttäuschung spricht aus diesen Zeilen. Aber die Gründung der ‹International Auxiliary Language Association› in New York, unter der Leitung von Herrn und Frau Dave Hennen Morris, tröstete ihn im selben Jahr. Frau Morris wurde Mitglied der Academia pro Interlingua; zur Zeit von Peanos Tod war sie ehrenamtliche Sekretärin. Zu einer persönlichen Begegnung Morris–Peano kam es nie. Der Einladung zum Kongreß der IALA in Genf, im Jahr 1930, konnte Peano nicht folgen, weil ihm die faschistische Regierung die Ausreisegenehmigung verweigerte.

Die durch das IALA gestaltete Sprache – 1951 erschien endlich ein Wörterbuch – glich Peanos ‹Latino sine flexione› sehr stark. Sie hieß ‹Interlingua›, obwohl schon die von der Academia pro Interlingua empfohlene Sprache mit diesem Namen bezeichnet wurde (z. B. im Buch *Interlingua* von U. Cassina und M. Gliozzi, Mailand 1945).

Peanos letzte Lebensjahre waren unbeschattet und brachten Erfreuliches. Die Ernennung F. G. Tricomis zum Professor an der Universität Turin und Peanos sofortiges Angebot des ‹Kanzeltausches› dämpfte die Spannung mit der Universität. Tricomi übernahm die Kurse über Differential- und Integralrechnung, Peano diejenigen über ergänzende Mathematik. 1920 gründete Nicola Mastropaolo mit Ugo Cassina als Redaktor die Zeitschrift *Schola et Vita*, das Organ der Academia pro Interlingua. Dadurch wurde Peano von seinen Redaktionspflichten entlastet. Er blieb weiterhin aktiv als Professor und besuchte noch immer Sitzungen, an denen die Belange der naturwissenschaftlichen und der sprachlichen Richtung diskutiert wurden. Den Internationalen Mathematikerkongreß von Bologna, 1928, konnte Peano wegen der Beerdigung seines Bruders nicht besuchen.

Am Morgen des 20. April 1932 starb Peano eines plötzlichen Todes. Am Tag vorher hatte er noch unterrichtet. In der Nacht erlitt er einen heftigen Hustenanfall. Sein Zustand verschlechterte sich rasch; der von seiner Frau gerufene Arzt kam zu spät. Auf seinen ausdrücklichen Wunsch wurde Giuseppe Peano in einem einfachen Grab auf dem Stadtfriedhof von Turin beigesetzt. Er hinterließ keine Kinder. Seine Frau, eine Schwester und ein Bruder überlebten ihn. 1967 wurden seine sterblichen Überreste in das Familiengrab der Peanos in Spinetta überführt.

SCHLUSSBETRACHTUNGEN

Peano war klein und schmächtig. In jungen Jahren trug er einen Schnurrbart, später einen Vollbart. Seine etwas kratzige Stimme bekam er angeblich infolge einer im Jugendalter durchgemachten Lungenentzündung. Wegen eines angeborenen Sprachfehlers konnte er den Buchstaben ‹r› nicht aussprechen und sagte dafür ‹l›. Peano anerkannte zwar den Wert der wissenschaftlichen Auseinandersetzung, verabscheute aber jeden gewöhnlichen Streit. Sein Leben lang zeigte er eine Schwäche für volkstümliche Unterhaltungen. Ganz besonders liebte er die Schaustellungen von Zauberkünstlern; er konnte sich nie genugtun im Herausfinden von Tricks.

Peanos Lebensstil blieb anspruchslos. Er trug einfache Kleider und verwendete wenig Mühe auf sein Äußeres. Im Essen begnügte er sich mit wenig. Zu einer Zeit, da die Professoren noch über die Studenten erhaben waren und Distanz hielten, galt seine Art, sich unter seine Studenten zu mischen, als geradezu skandalös. Hin und wieder lud er sie sogar zu einer Glacé ein. Politisch betätigte er sich nicht; sein Hang zum Sozialismus war jedoch bekannt. 1906, bei einem Streik der Textilarbeiter (die Arbeiter der Cotonificio Poma verlangten eine Verkürzung der Arbeitszeit von 11 auf 10 Stunden pro Tag), fürchtete er gewalttätige Auseinandersetzungen mit der Polizei. Um dies zu verhindern, lud er die Streikenden zu einer Landpartie in seiner Villa in Cavoretto ein. Zu seiner Überraschung erschienen über 1000 Streikende. Ein Wunder hätte geschehen müssen, um alle satt zu machen mit Fleisch, Brot, Obst und Wein. Die Verwüstung in seinem Garten nahm er gelassen hin; das Vermeiden von Gewalt lohnte den Aufwand. Peano glaubte an Gleichheit und an sozialen Fortschritt. Seine Weltanschauung wirkt manchmal – im Stil des 19. Jahrhunderts – etwas sentimental-überschwenglich. Peano wurde in katholischer Tradition erzogen, war aber als Erwachsener nicht praktizierend.

Peanos persönlicher Charme und seine Hingabefähigkeit für Wahrheit und Wissenschaft begeisterten bis zuletzt treue Anhänger. Zur Veranschaulichung diene das Treffen mit Zamenhof am Esperantokongreß von 1906 in Genf, zu dem Zamenhof Peano persönlich eingeladen hatte. Als die beiden einander vorgestellt wurden, sagte Zamenhof lächelnd: ‹Wenn meine Jünger mich jetzt sähen, würden sie mich exkommunizieren.› Worauf Peano antwortete: ‹Ich habe nur wenig Jünger, aber sie sind alle tolerant. Das ist wenigstens ein Trost.› Ugo Cassina (1897–1964) stellte in drei Bänden die *Opere Scelte di Giuseppe Peano* zusammen. Cassinas Einsatz für die Gedanken seines Lehrers ist das schönste Zeugnis für die Treue, die Peano zu inspirieren verstand.

Die weitgesteckten Ziele für die internationale Sprachbewegung scheinen kaum

erreichbar. Aber Peanos Arbeit, wie auch diejenige von Couturat, half mit, eine wissenschaftliche Grundlage für die Interlinguistik zu schaffen. Peanos Erkenntnisse auf dem Gebiet der Logik und der Grundsätze der Mathematik wurden mit der Zeit immer bekannter. Seine Pionierarbeit erfuhr Mitte des 20. Jahrhunderts eine Blütezeit. Wenn seine Thesen auch nicht immer vollkommen waren und Kritik offenließen, befand er sich doch auf dem richtigen Geleise. Während 10 Jahren seines Lebens wirkte Peano als führende Persönlichkeit bahnbrechend.

Die Rolle, die Peano für die mathematische Analysis spielte, war vielleicht durch ihre Gesamtwirkung bedeutungsvoller – und unmittelbar heilsamer, als Peano selbst glaubte. Wenn die Aussage stimmt, und wir wollen es doch annehmen, daß Euler das erste große Lehrbuch über Differential- und Integralrechnung geschrieben hat (*Introductio in analysin infinitorum*, Lausanne 1748) und daß seither alle Textbücher über Differential- und Integralrechnung ihm abgeschrieben worden sind, darf auch gesagt werden, daß unsere heutigen Textbücher Peano, dem wahrscheinlich ‹ersten› Meister des Gegenbeispiels, viel verdanken. Einige der Gegenbeispiele schlugen besonders ein, so die berühmte raumfüllende Kurve, der man seinen Namen ‹Peanokurve› gab. Das einfache Beispiel einer Funktion, dessen partielle Ableitungen nicht kommutativ sind, und viele andere wurden zum Allgemeingut der Mathematiker. Es steht außer Zweifel, daß Peanos Forderung nach Klarheit, Strenge und Genauigkeit beim Lehren der Analysis sehr guttat.

Bibliographische Anmerkung

Die *Opere Scelte di Giuseppe Peano* in 3 Bänden, verfaßt von Ugo Cassina (Edizione Cremonese, Rom 1957–1959), enthalten die Hälfte der Schriften Peanos und ein Verzeichnis (in Band 1) mit ungefähr 80% seiner Veröffentlichungen. In *Selected Works of Giuseppe Peano*, verfaßt von Hubert C. Kennedy (University of Toronto Press, Toronto 1973), findet sich ein vollständigeres Verzeichnis und eine Aufzählung der bis 1970 erschienenen Artikel über Peano und sein Werk.

Brief Peanos an Bertrand Russell

Turin, 27. Mai 1903

Sehr geehrter Herr Kollega,

vielen Dank für Ihr Buch *The Principles of Mathematics*, das ich, in Abschnitten, mit größtem Interesse gelesen habe und das sicher in allen Lesern ebensolches Interesse wecken wird.

Ich möchte gern ausführlich mit Ihnen über dieses Buch, das bereits im Bereich der mathematischen Philosophie Epoche macht, sprechen. Leider bin ich dauernd gezwungen, in Italien herumzureisen. Heute abend fahre ich nach Rom; deshalb fasse ich mich für heute kurz, um Ihnen meinen besten Dank auszusprechen.

Mit vorzüglicher Hochachtung
ergebenst
G. Peano

Torino 27 maggio 1903.

Pregiatissimo Collega,

Grazie del suo libro The principles of Mathematics, che ho letto in parte col più vivo interesse, e che desterà pari interesse in tutti i lettori.

Ho spedito ai prof. Pieri e Vailati la copia loro indirizzata.

Ho vivo desiderio di parlarle diffusamente di questo suo libro, che fa epoca nel campo della filosofia matematica. Ma fui sempre costretto a girare per l'Italia. Stassera parto per Roma; quindi mi limito per ora ad esprimerle i più vivi ringraziamenti.

Ho l'onore di profferirmi colla massima stima

Dev.mo

G. Peano

Leere Seite
Blank page
Page vide