

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 2 (1947)
Heft: 6

Seite

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rechtecksdiagonale aus A . Ihr Schnittpunkt mit der Parabelnormalen in A ist das Krümmungszentrum für A .

Ferner zeige man: Die drei Parabeln, von denen jede zwei Seiten eines Dreiecks in der Mitte berührt, oskulieren sich paarweise, und die Krümmungsradien in den Oskulationspunkten verhalten sich wie die Kuben der Dreiecksseiten. A. STOLL.

Aufgabe 29. Einem Dreieck können Ovale umschrieben werden, indem man über den Seiten als Sehnen Parabelbogen zeichnet, die sich in den Ecken berühren. Man zeige, daß genau eines dieser Ovale stetig gekrümmt ist. Für welche möglichst umfassende Teilmenge der Ovale ist das Oval mit stetiger Krümmung durch minimalen Flächeninhalt ausgezeichnet? E. TROST.

Aufgabe 30. Einem Dreieck vom Flächeninhalt F sollen drei Parabelbogen so eingeschrieben werden, daß jeder zwei Dreiecksseiten in Eckpunkten berührt. Man berechne den Inhalt der sieben Flächenstücke, in die das Dreieck aufgeteilt wird. E. TROST.

Berichte

Vortrag von Prof. Dr. H. HOPF im Mathematischen Kolloquium Winterthur (16.6.47) über
Einige geometrische Eigenschaften stetiger Funktionen.

Den Ausgangspunkt zu den Ausführungen von Herrn Prof. Dr. HOPF bildete eine Verallgemeinerung des Theorems von ROLLE, die von P. LÉVY stammt und so lautet:

Satz 1. Jede Kurve, die für $0 \leq x \leq 1$ durch eine stetige Funktion $y = f(x)$ mit $f(0) = f(1)$ dargestellt wird, besitzt für jede natürliche Zahl n wenigstens eine horizontale Sehne der Länge $1/n$.

Der Beweis ist ganz elementar. — Der Satz gewinnt dadurch an Interesse, daß andererseits folgendes gilt:

Satz 1'. Zu jeder reellen Zahl s , $0 < s < 1$, welche nicht von der Form $s = 1/n$ mit natürlichem n ist, gibt es eine Kurve von der im Satz 1 genannten Art, welche keine horizontale Sehne der Länge s besitzt.

Der Beweis erfolgte durch explizite Konstruktion eines Beispiels.

Der Satz 1 kann als Korollar eines allgemeineren Satzes aufgefaßt werden: Für eine stetige Funktion $f(x)$, die die Voraussetzung des Satzes 1 erfüllt, verstehen wir unter S_f die Menge der reellen Zahlen, welche als Längen der horizontalen Sehnen der durch $y = f(x)$ gegebenen Kurve auftreten, und unter \bar{S}_f die Menge aller anderen nichtnegativen reellen Zahlen. Dann gilt:

Satz 2. Die Menge \bar{S}_f ist «additiv-abgeschlossen», das heißt aus $a \in \bar{S}_f$, $b \in \bar{S}_f$ folgt $a + b \in \bar{S}_f$. ($a \in M$ soll heißen, daß a in M enthalten ist.)

Daß Satz 1 aus Satz 2 folgt, ist sehr leicht zu sehen. — Satz 2 läßt sich auch so formulieren: Ist $c = a + b$, $c \in S_f$, so ist $a \in S_f$ oder $b \in S_f$; für den Beweis darf man $c = 1$ annehmen, also:

Satz 2'. f erfülle die Voraussetzungen von Satz 1; dann gibt es für jedes a zwischen 0 und 1 entweder eine horizontale Sehne der Länge a oder eine horizontale Sehne der Länge $1 - a$.

Dieser Satz wiederum ist eine leichte Folgerung aus dem nachstehenden Satz A, der fast trivial ist:

Satz A. Auf einer Kreislinie K sei eine stetige Funktion f gegeben; dann existiert zu jeder positiven Zahl a , die kleiner ist als die Länge von K , ein solcher Teilbogen \widehat{pq} von K , daß $f(p) = f(q)$ ist.

Es erhebt sich die Frage, ob sich der Satz A, der als die Quelle der Sätze 2', 2 und 1 gelten kann, auf mehr Dimensionen verallgemeinern läßt, also insbesondere, ob die Kugelfläche ähnliche Eigenschaften besitzt wie diejenige, die durch den Satz A von