Wahrscheinlichkeit unstetiger Vorgänge bei kontinuierlich wirkenden Ursachen.

Wahrscheinlichkeit unstetiger Vorgänge bei kontinuierlich wirkenden Ursachen

Von P. Nolfi, Zürich

Die Tatsache, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung zuerst auf dem Gebiete der Glücksspiele Gestalt angenommen hat, war nicht ohne Einfluß auf die Struktur, die ihr gerade im Hinblick auf dieses Anwendungsgebiet verliehen wurde. In zunehmendem Maße hat man die Entdeckung gemacht, daß sich die Wahrscheinlichkeitstheorie auch für die mathematische Erfassung anderer Erscheinungen als sehr tauglich erweist. In der Tat ist die Idee, die ihr zugrunde liegt, eine allgemeine und drängt sich überall dort auf, wo es sich um mutmaßliche Vorgänge handelt. In solchen Fällen zeigt sich die Möglichkeit, mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung scheinbar regellose und ungeordnete Erscheinungen verstandesmäßig erfassen und darstellen zu können. Hierin liegt die große Bedeutung und der praktische Wert dieser Disziplin.

Indessen haben sich bei der Übertragung des für die Theorie der Glücksspiele durchaus sinnreichen Formelapparates auf andere Gebiete immer wieder Unzulänglichkeiten gezeigt, und es ist nur zum Teil gelungen, dieser Schwierigkeiten Herr zu werden. Das ist nicht so verwunderlich, wie es auf den ersten Blick erscheint. Rein äußerlich besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Zustandekommen des Resultates eines Würfelspieles und einer naturbedingten Erscheinung, wie z. B. eines Todesfalles in einer Personengesamtheit. Das Resultat eines Wurfes beim Würfelspiel wird durch eine zeitlich beschränkte Handlung herbeigeführt, während ein Todesfall durch kontinuierlich wirkende Ursachen — ständig lauernde Gefahren — denen eine Gesamtheit von Personen ausgesetzt ist, bedingt wird. Im letzteren Falle lassen sich die Verhältnisse am besten veranschaulichen, wenn man sich vorstellt, es seien Kräfte vorhanden, welche auf die Gesamtheit von Personen oder von anderen Dingen einwirken und so spontane Ereignisse auslösen, wie etwa Wanderungen in einer Bevölkerung oder ein Telephongespräch zwischen zwei bestimmten Orten.

Mit den nachfolgenden Ausführungen soll gezeigt werden, wie es gelingt, durch einen geeigneten Ansatz die Wahrscheinlichkeitstheorie für die Beschreibung von Vorgängen, die durch kontinuierlich wirkende Ursachen zustandekommen, zu erweitern und ihr einen logisch einwandfreien Aufbau zu geben. Zum bessern Verständnis wollen wir folgendes

Beispiel betrachten: Bei einer Krankenkasse mit einer großen Zahl von Mitgliedern wurden im Jahr 60 Krankmeldungen auf 100 Mitglieder beobachtet. Es hat nun einen Sinn und einen praktischen Wert zu wissen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß eine Berufsgruppe von z. B. 200 Personen, die während *zwei* Jahren unter Risiko gestanden haben, zufällig mindestens 264 Erkrankungen aufweist statt 240, wie man zu erwarten hätte. Nach dem üblichen Verfahren würde man folgendermaßen schließen: Insgesamt standen 400 Personen unter einjährigem Risiko. Die Wahrscheinlichkeit, krank zu werden, ist bezogen auf das Jahr als Zeiteinheit 0,6. Gestützt auf die Newtonsche Formel

$$w = \sum_{r=N}^{r=n} \binom{n}{r} p^r q^{n-r}$$

erhält man für $n = 400$, $N = 264$ und $p = 0{,}6$ als Antwort auf die gestellte Frage die Wahrscheinlichkeit $w = 0{,}008$. Dieser Wert ist sehr klein. Wir werden zeigen, daß er um ein Vielfaches zu niedrig ist.

Die hier gegebene Darstellung erscheint — selbstverständlich unter der Annahme, daß sonst alle Voraussetzungen, wie Homogenität des Beobachtungsmaterials usw. erfüllt sind — logisch einwandfrei. Daß sie es in Tat und Wahrheit *nicht* ist, zeigt folgender Einwand. Wie oben ausdrücklich erwähnt, wurde als Zeiteinheit das Jahr gewählt. Diese Wahl ist willkürlich. Man kann mit demselben Recht auch den Monat als Zeiteinheit wählen und sollte erwarten können, daß das Resultat der Berechnung dasselbe bleibt. Dies ist indessen nicht der Fall. Nach derselben Schlußweise wie oben und unter genau gleichen Voraussetzungen hätte sich die Rechnung wie folgt gestellt: Total standen $200 \times 24 = 4800$ Personen unter einmonatlichem Risiko und es beträgt die Wahrscheinlichkeit der Erkrankung pro Person und pro Monat 0,05. Die Newtonsche Formel ergibt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit den Wert 0,061 statt 0,008. Diese Diskrepanz läßt eindeutig erkennen, daß die einfache Übertragung der Theorie der Glücksspiele in dieser noch unentwickelten Form der besondern Eigenheit der gestellten Aufgabe nicht genügend Rechnung trägt.

Mathematische Darstellung

Das Urnenschema. Wir werden im folgenden ein grundlegendes Wahrscheinlichkeitsgesetz beweisen, welches die Lösung der hier gestellten Aufgaben und damit auch zahlreicher statistischer Probleme in einwandfreier Weise durchzuführen gestattet. Dazu gehen wir, um die Darstellung möglichst leicht verständlich zu gestalten, von folgenden Voraussetzungen aus. Wir betrachten im ganzen n Dinge, die wir Elemente nennen wollen. Es kann sich dabei um Personen einer Gemeinschaft, um irgendwelche, gegen bestimmte Schäden versicherte Objekte, oder auch um Gasmolekeln usw. handeln. Wir nehmen ferner an, daß diese n Elemente gewissen bestimmten Gefahren ausgesetzt sind, die wir uns von 1 bis h numeriert denken. So sind z. B. die Mitglieder einer Sterbekasse der Gefahr ausgesetzt, an medizinisch weitgehend differenzierbaren Todesursachen sterben zu müssen, die in bestimmter Reihenfolge aufgezählt werden können. — Schließlich wollen wir vorderhand noch voraussetzen, daß die Zahl der „unter Risiko“ stehenden Elemente konstant bleibt. Von dieser Voraussetzung werden wir uns später wieder befreien können.

Für die theoretische Darstellung benützen wir folgendes Schema: Wir denken uns n Elemente vorgegeben. Die Entscheidung, ob eines derselben von einer bestimmten Ursache in einem gegebenen Zeitpunkt erfaßt wird, soll durch Auslosung getroffen werden. Die dazu hergestellte Urne enthalte eine bestimmte Anzahl s Lose, wovon s_0 mit 0 und allgemein s_i mit i numeriert sind, so daß gilt: $s = s_0 + s_1 + s_2 + \cdots + s_h$, und die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Los zu ziehen $w_i = \frac{s_i}{s}$ wird (für $i = 0,1 \ldots h$). Die Nummer des gezogenen Loses gibt an, von welcher Ursache ein Element, über dessen Schicksal die Auslosung erfolgt, betroffen wird. Insbesondere soll das Erscheinen eines mit Null numerierten Loses bedeuten, daß das betreffende Element in seinem bisherigen Zustand verharrt.

Für die Rechnung sollen die elementaren Grundgesetze der Wahrscheinlichkeitstheorie gelten. Um den logischen Aufbau einwandfrei zu gestalten, wären diese Voraussetzungen mit Hilfe von Axiomen einzuführen. Wir glauben indessen, in diesem Zusammenhang auf eine derart weitgehende Begründung verzichten zu können, um so mehr, als wir uns auf die elementaren Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung beschränken können.

Wir nehmen nun an, es finden im ganzen m Ziehungen statt. Innerhalb einer Ziehung wird über jedes einzelne Element ausgelost. Bei einer erstmaligen Ziehung werden somit eine gewisse Anzahl r_{i1} Elemente von der Losnummer i betroffen werden. Nach Voraussetzung wird bei jeder Ziehung über jedes Element ausgelost, so daß allgemein für die j-te Ziehung gelten muß:

$$r_{0j} + r_{1j} + \cdots + r_{hj} = n \, .$$

Für die Wahrscheinlichkeit, daß als Folge einer ersten Ziehung ein

Ereignis mit den Zahlen r_{i1} eintrete — das wir symbolisch mit $[r_{11}, r_{21}, \ldots r_{h1}]$ bezeichnen — hat man:

$$w[1] = \frac{n!\, w_0^{r_{01}}\, w_1^{r_{11}} \ldots w_h^{r_{h1}}}{r_{01}!\, r_{11}! \ldots r_{h1}!} .$$

Bei der zweiten Ziehung möge das Ereignis $[r_{12}, r_{22}, \ldots r_{h2}]$ zustandekommen. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit wird

$$w[2] = \frac{n!\, w_0^{r_{02}}\, w_1^{r_{12}} \ldots w_h^{r_{h2}}}{r_{02}!\, r_{12}! \ldots r_{h2}!} .$$

Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten schließlich als Resultat der m-ten Ziehung das Ereignis $[r_{1m}, r_{2m}, \ldots r_{hm}]$ mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeit:

$$w[m] = \frac{n!\, w_0^{r_{0m}}\, w_1^{r_{1m}} \ldots w_h^{r_{hm}}}{r_{0m}!\, r_{1m}! \ldots r_{hm}!} .$$

Durch diese m Ziehungen ist das allgemeine Ereignis $[r_{11} + \cdots + r_{1m}, r_{21} + \cdots + r_{2m}, \ldots, r_{h1} + \cdots + r_{hm}]$ eingetreten. Es kommt zustande mit der Wahrscheinlichkeit

$$w'(m) = w[1]\, w[2] \ldots w[m] . \tag{1}$$

Wir stellen uns nunmehr die Aufgabe, die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Ereignis $[r_1, r_2 \ldots r_h]$, das durch m Ziehungen zustandekommt, zu berechnen. Bei dieser Fragestellung ist es gleichgültig, wie die Zahlen r_i durch die einzelnen Ziehungen gebildet werden, d. h. der Anteil der einzelnen Ziehung ist ohne Belang für das Endresultat. Die einzige Bedingung ist, daß die Summe $r_{i1} + r_{i2} + \cdots + r_{im} = r_i$ ergibt. Mathematisch heißt das, daß man die Summe über alle Wahrscheinlichkeiten der Form (1) zu bilden hat, für welche die r_{ij} der angeschriebenen Bedingung genügen. Es wird:

$$w_m = \sum w[1]\, w[2] \ldots w[m] = \sum \frac{(n!)^m\, w_0^{r_{01}+\cdots+r_{0m}} \ldots w_h^{r_{h1}+\cdots+r_{hm}}}{r_{01}!\, r_{02}! \ldots r_{0m}! \ldots r_{h1}!\, r_{h2}! \ldots r_{hm}!}$$

Wenn noch beachtet wird, daß $r_0 + r_1 + r_2 + \cdots + r_h = mn$ ist, so wird

$$w_m = \frac{(mn)!}{r_0!\, r_1! \ldots r_h!}\, w_0^{r_0}\, w_1^{r_1} \ldots w_h^{r_h} . \tag{2}$$

Man überzeugt sich von der Richtigkeit dieses Resultates durch die gliedweise Entwicklung und Vergleichung der Koeffizienten gleicher Potenzen der w_i aus folgender Identität:

$$(w_0 + w_1 + \cdots + w_h)^n \ldots (w_0 + w_1 + \cdots + w_h)^n = (w_0 + w_1 + \cdots + w_h)^{mn}$$

wobei auf der linken Seite insgesamt m Polynome stehen sollen.

Grenzübergang. Formel (2) bezieht sich auf m Ziehungen, die während einer gewissen Zeit t stattfinden sollen. Um die Zeit t und die Zahl der Auslosungen m explizit in Erscheinung treten zu lassen, machen wir die Substitution

$$w_i = \frac{\mu_i t}{m} \text{ für } i = 1\,,\, 2 \ldots h\,. \tag{3}$$

Die μ_i sollen vorderhand konstante Größen bedeuten, die von der Zahl der Ziehungen unabhängig sind und deren Bedeutung wir später noch kennen lernen werden. t wird im folgenden endlich vorausgesetzt. Durch die Substitution (3) sind alle Größen w_i bis auf w_0 bestimmt.

w_0 läßt sich aus der Relation: $w_0 + w_1 + \cdots + w_h = 1$ berechnen zu: $w_0 = 1 - \frac{\mu t}{m}$, wobei $\mu_1 + \mu_2 + \cdots + \mu_h = \mu$ gesetzt wurde. Substituiert man diese Werte in (2), so wird

$$w_m = \frac{(mn)!\left(1 - \frac{\mu t}{m}\right)^{mn-r} \mu_1^{r_1}\mu_2^{r_2}\ldots\mu_h^{r_h}\,t^r}{(mn-r)!\,r_1!\,r_2!\ldots r_h!\,m^r}\,. \tag{4}$$

Damit erscheint w_m einzig und allein durch die neu eingeführten Größen μ_i, m, t und durch n ausgedrückt mit

$$r = r_1 + r_2 + \cdots + r_h\,.$$

Den einleitend betrachteten realen Verhältnissen, nach denen die Gefahren, welche bestimmte unstetige Ereignisse auslösen, ständig vorhanden sind, können wir dadurch gerecht werden, daß wir die Zahl der Ziehungen m innerhalb eines beschränkten Zeitintervalles sehr groß und schließlich über alle Grenzen hinaus wachsen lassen. Die Gefahr für ein Element, ausgelost zu werden, wächst damit zu einer ständigen. Auf diese Weise gelingt es tatsächlich, die schematische Darstellung so zu erweitern, daß sie mit den realen Verhältnissen im dargelegten Sinne adäquat erscheint. Man erhält hiefür folgendes einfache Resultat:

$$\lim_{m=\infty} w_m = w = \frac{n^r \mu_1^{r_1} \mu_2^{r_2} \ldots \mu_h^{r_h} t^r}{r_1!\, r_2! \ldots r_h!} e^{-n\mu t} . \tag{5}$$

Beweis. Es genügt offenbar nur, die von m abhängigen Glieder für sich zu untersuchen. Für diese erhält man der Reihe nach:

$$\lim_{m=\infty} \frac{(mn)!\left(1-\frac{\mu t}{m}\right)^{mn-r}}{m^r (mn-r)!} =$$

$$\lim_{m=\infty} \frac{mn-r+1 \cdot mn-r+2 \ldots mn}{m^r} \left(1-\frac{\mu t}{m}\right)^{mn-r} =$$

$$= \lim \left(n-\frac{r-1}{m}\right)\left(n-\frac{r-2}{m}\right)\cdots\left(n-\frac{1}{m}\right) n \left(1-\frac{\mu t}{m}\right)^{mn}\left(1-\frac{\mu t}{m}\right)^{-r} =$$

$$= n^r e^{-n\mu t} \quad \text{w. z. b. w.}$$

Besprechung des erhaltenen Resultates. Wir haben unsere Betrachtungen absichtlich für den allgemeinen Fall von h wirkenden Ursachen durchgeführt. Spezialisiert man (5) für eine einzige Ursache, so wird:

$$w = \frac{(n\mu t)^r}{r!} e^{-n\mu t} . \tag{6}$$

Rein formal stimmt dieser Ausdruck mit der Poissonschen Formel zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit seltener Ereignisse überein. Inhaltlich hat er jedoch eine ganz andere Bedeutung. Bei der Poissonschen Formel handelt es sich streng genommen nicht um ein Gesetz, sondern lediglich um eine für verschiedene Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung wichtige Abschätzung. Im Gegensatz hierzu ist (6) die exakte Lösung einer Aufgabe. An Formel (6) ist nicht die Bedingung geknüpft, daß die Zahl n sehr groß sein muß, wie das bei Poisson vorausgesetzt werden muß. Wir stellen ausdrücklich fest, daß (6) für beliebiges n gilt. *Khintchine*[1]) hat in Verallgemeinerung einer von Borel gegebenen Entwicklung gezeigt, daß die Poissonsche Formel bei gewissen Aufgaben sehr

---

[1]) *Khintchine.* Asymptotische Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin 1933.

wohl als die exakte Lösung erhalten werden kann. Indessen tritt auch bei Khintchine im Endresultat die Zahl n — Anzahl der Elemente — nicht mehr auf. Die Tatsache, daß die Poissonsche Formel in der durch (5) gegebenen allgemeinen Gestalt für beliebiges n gilt, erhöht ihre Bedeutung außerordentlich, da, ähnlich wie in der Theorie der Glücksspiele, die Zahl n sowohl quantitativ als auch qualitativ auf die Wahrscheinlichkeitswerte Einfluß hat.

Beispiel. Wir kehren zurück auf die eingangs erwähnte Aufgabe, die dem Gebiete der Krankenversicherung entnommen wurde. Wir hatten die Frage gestellt, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, daß bei 200 Personen, die zwei Jahre lang unter Risiko stehen, mindestens 264 Erkrankungen eintreten, wenn der Erwartungswert 240 beträgt. Aus Formel (6) erhält man für den Erwartungswert $E = n\mu t$. Für diesen Wert haben wir 240 zu setzen und erhalten damit

$$w = \sum_{r=264}^{r=\infty} \frac{240}{r!} e^{-240} = 0.067 \ .$$

Wie man sieht, ist dieses Resultat im Gegensatz zu den früher gegebenen Lösungen unabhängig von der Wahl der Zeiteinheit, da der Erwartungswert direkt in die Rechnung eingeht.

Verallgemeinerung. Sehr wichtig ist nun noch die Tatsache, daß Formel (5) sich verallgemeinern läßt und dadurch wesentlich an Bedeutung gewinnt. Es läßt sich nämlich zeigen, daß (5) auch noch gilt, wenn die Größen μ_i und ebenso auch n mit der Zeit Änderungen erfahren.

Schließt man an das erste Intervall mit den Werten μ_{i1}, n_1 und t_1 ein zweites mit den Werten μ_{i2}, n_2 und t_2 an und fragt nach der Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Ereignisses $[r_1, r_2, \ldots r_h]$ während des Zeitintervalles $t_1 + t_2$, so erhält man hiefür

$$w_{12} = \frac{(n_1\mu_{11}t_1 + n_2\mu_{12}t_2)^{r_1} \ldots (n_1\mu_{h1}t_1 + n_2\mu_{h2}t_2)^{r_h}}{r_1!\ r_2! \ldots r_h!} e^{-n_1\mu(1)\,t_1 - n_2\mu(2)\,t_2}$$

mit

$$\mu(1) = \mu_{11} + \mu_{21} + \cdots + \mu_{h1} \quad \text{und} \quad \mu(2) = \mu_{12} + \mu_{22} + \cdots + \mu_{h2} \ .$$

Dieses Resultat bestätigt man unmittelbar durch Berechnung des Ausdruckes:

$$\sum \frac{(n_1\mu_{11}t_1)^{r_{11}} \ldots (n_1\mu_{h1}t_1)^{r_{h1}}}{r_{11}! \ldots r_{h1}!} \cdot \frac{(n_2\mu_{12}t_2)^{r_{12}} \ldots (n_2\mu_{h2}t_2)^{r_{h2}}}{r_{12}! \ldots r_{h2}!} e^{-n_1\mu(1)\,t_1 - n_2\mu(2)\,t_2}$$

wobei die Summation über alle möglichen Werte von r_{i1} und r_{i2}, die der Gleichung $r_{i1} + r_{i2} = r_i$ genügen, zu erstrecken ist.

Das angeführte Verfahren läßt sich nun beliebig oft wiederholen, indem an die ersten beiden ein drittes, an diese ein viertes Intervall usw. angeschlossen wird. Auf diese Weise erhält man schließlich:

$$w(t) = \frac{(\sum_k n_k t_k \mu_{1k})^{r_1} (\sum_k n_k t_k \mu_{2k})^{r_2} \ldots (\sum_k n_k t_k \mu_{hk})^{r_h}}{r_1!\ r_2! \ldots r_h!} e^{-\sum_k n_k \mu(k)\, t_k}. \tag{7}$$

Bezeichnen wir mit $n(t)$ und $\mu(t)$ beliebige Funktionen von t, so lassen sich die Ausdrücke

$$\sum_k n_k t_k \mu_{ik} \tag{7a}$$

mit Hilfe von Integralen $\int_0^T n(t)\, \mu_i(t)\, dt$ darstellen, für den Fall, daß $n(t)$ und $\mu_i(t)$ Treppenfunktionen sind, die im Intervall 0 bis T die diskreten Werte n_k bzw. μ_k annehmen. Anderseits wird in der Theorie der Lebesgueschen Integrale gezeigt, daß das Produkt von zwei meßbaren Funktionen wieder eine meßbare Funktion ist, und daß das Integral über eine meßbare Funktion als Grenzwert von Ober- bzw. Untersummen von der Form (7a) betrachtet werden kann. Hieraus folgt, daß Formel (7) auch dann noch richtig bleibt, wenn in (7) die Summen durch Integrale über beliebige meßbare Funktionen $n(t)$ bzw. $\mu(t)$ ersetzt werden. (7) geht damit über in

$$w(T) = \frac{(\int_0^T n(t)\, \mu_1(t)\, dt)^{r_1} \ldots (\int_0^T n(t)\, \mu_h(t)\, dt)^{r_h}}{r_1!\ r_2! \ldots r_h!} e^{-\int_0^T n(t)\, \mu(t)\, dt} \tag{8}$$

Diese Gleichung besagt, daß es nicht notwendig ist, daß die Größen $n(t)$ und $\mu_i(t)$ zeitlich konstant bleiben. Die hier abgeleitete Formel bleibt auch dann noch erhalten, wenn die $n(t)$ und $\mu(t)$ zufällige Größen[2]) sind. Damit wird der praktische Wert dieser Formel wesentlich erhöht, denn in der Praxis sind nicht nur die Anzahlen der unter Risiko stehenden Elemente, sondern auch die Größen $\mu_i(t)$ ständigen Schwankungen unterworfen; man denke z. B. an die Risikobestände der Versicherungsgesellschaften.

---

[2]) *Kolmogoroff.* Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin 1933.

Für den Erwartungswert und die Streuung der angeführten Verteilung erhält man für eine Ursache i denselben Wert, nämlich $\int_0^T n(t)\,\mu_i(t)\,dt$. Für den wahrscheinlichsten Wert, d. h. den größten Wert von $w(T)$ wird $\int_0^T n(t)\,\mu_i(t)\,dt = r_i$ oder, wenn angenommen wird, $n(t)$ bleibe während des Intervalles 0 bis T konstant, so wird $\int_0^T \mu_i(t)\,dt = \frac{r_i}{n}$. Durch diese letzte Gleichung wird der Zusammenhang zwischen den theoretischen Größen mit den der Beobachtung direkt zu entnehmenden Werten r_i und n hergestellt. Die Größen $\mu_i(t)$ haben den Charakter von Wahrscheinlichkeitsdichten; sie können anschaulich als Maße für die Kräfte betrachtet werden, die auf die Elemente einwirken und spontane Ereignisse auslösen oder auch als Maße für die Höhe der Gefahren, denen die Elemente ausgesetzt sind. Die $\mu_i(t)$ können beliebige nicht negative Werte zwischen Null und Unendlich annehmen.

Das durch (8) ausgedrückte Wahrscheinlichkeitsgesetz gilt für offene Gesamtheiten, d. h. für beliebig sich ändernde Werte von $n(t)$. Dieser Fall bildet in der Praxis die Regel. So ist z. B. die Zahl und Zusammensetzung der Bevölkerung eines Landes ständigen Änderungen unterworfen. Für Betrachtungen an solchen Gesamtheiten wird durch Formel (8) ein allgemeiner Zusammenhang vermittelt. Für geschlossene Gesamtheiten läßt sich ebenfalls ein allgemeines Wahrscheinlichkeitsgesetz ableiten. Wir hoffen, in einer späteren Abhandlung die entsprechenden Resultate bekanntgeben zu können.

(Eingegangen den 19. Februar 1942.)