Zeitschrift: Tracés : bulletin technique de la Suisse romande
Herausgeber: Société suisse des ingénieurs et des architectes
Band: 134 (2008)
Heft: 19: Tensairité

Artikel: Tensairités spatiales
Autor: Pedretti, Mauro / Pedretti, Andrea
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-99705

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Mauro et Andrea Pedretti

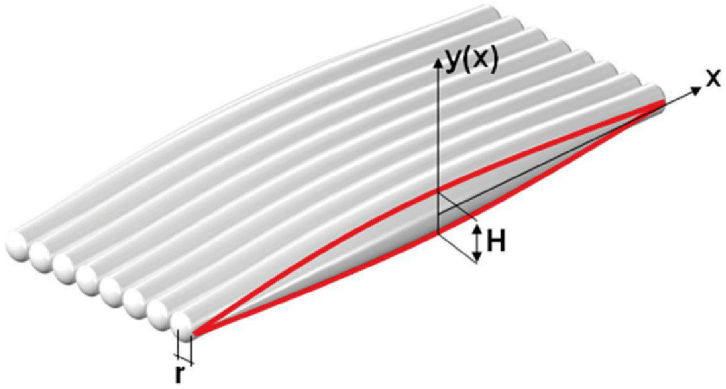
Tensairités spatiales

STRUCTURES

En résumé, le principe des structures tensairité consiste à garantir la stabilité d'éléments comprimés en leur juxtaposant un boudin pneumatique sous faible pression. Développée dans un premier temps pour des éléments unidimensionnels comme des poutres simples, la théorie a été étendue afin d'envisager des applications spatiales, qui offrent des usages diversifiés illustrés par trois nouvelles réalisations.

En préambule, il convient de préciser que la théorie établie pour la tensairité n'est pas suffisante pour procéder au dimensionnement définitif d'une structure. En revanche, elle permet de comprendre le comportement de ces structures et de procéder à leur prédimensionnement. Le développement d'un projet de tensairité passe impérativement par des calculs plus approfondis (éléments finis), dont les résultats confirment spectaculairement la théorie, les écarts obtenus étant de l'ordre de 15%.

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie placée en fin d'article.



1

Juxtaposer des poutres

Du point de vue théorique, le cas d'une poutre simple tensairité avait été résolu [1][1] par une analogie avec une poutre reposant sur un sol élastique, l'air sous pression enfermé dans le boudin jouant alors le rôle d'un nombre infini de ressorts. Lorsqu'elle repose sur un sol élastique, une poutre peut supporter un effort de compression P qui dépend de son inertie I et de son module élastique E, mais aussi de la constante de ressort k admise pour le sol :

$$P = 2\sqrt{kEI} \qquad (1)$$

Il est aisé de montrer que, pour les poutres tensairité, la constante k peut être remplacée par πp, où p correspond à la pression interne de la poutre, conduisant à la relation :

$$P = 2\sqrt{\pi pEI} \qquad (2)$$

S'inspirant de la poutre simple utilisée à Montreux, on a imaginé de grouper plusieurs éléments de ce genre, obtenant de la sorte l'espèce de « coussin » pneumatique de la figure 1, sur laquelle les lignes rouges illustrent les membrures métalliques. La juxtaposition de deux de ces éléments définit alors la section de la figure 2 (r correspond au rayon des extrémités, alors que R est le rayon maximum, situé à mi-portée), donnant naissance à ce que nous appellerons ici une poutre tensairité 2D. Les cercles de rayon r aux extrémités sont tangents entre eux alors que H définit la hauteur statique maximum.

A partir de la figure 2, on obtient l'équation :

$$R = \sqrt{y^2 + r^2} \qquad (3)$$

dans laquelle :

$$y = H\left[\frac{1}{2} - 2\left(\frac{x}{L}\right)^2\right] \qquad (4)$$

où L correspond à la portée maximale de la poutre 2D alors que la fonction y(x) décrit une parabole.

Fig. 1 : Poutre tensairité 2D

Fig. 2 : Coupe en travers d'une poutre tensairité 2D

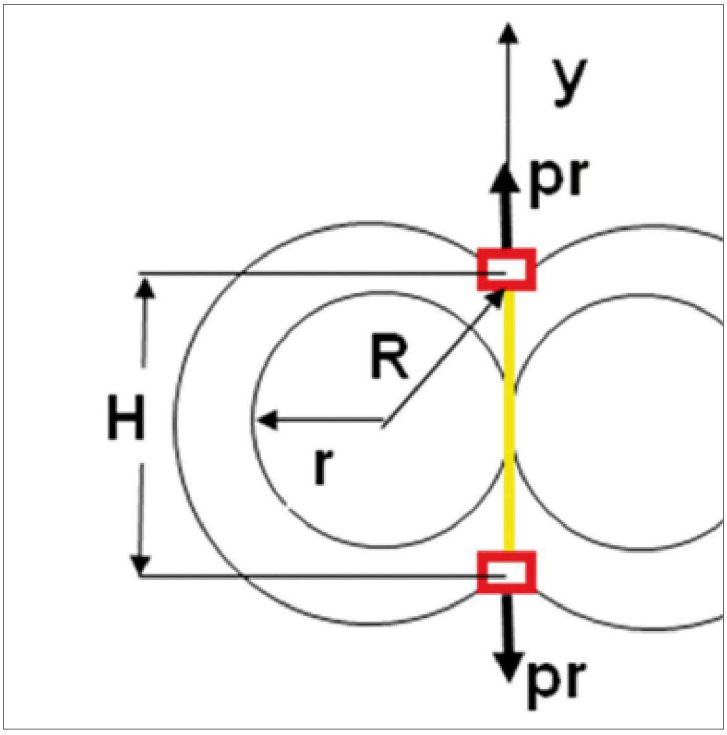
Fig. 3 : Poutre sur sol rigide (jaune : membrane verticale)

Fig. 4 : Poutre tensairité 2D avec tirants verticaux

Fig. 5 : Poutre reposant sur une série d'appuis élastiques

Sur la figure 2, la ligne verticale jaune schématise la membrane verticale interne qui relie entre elles les membrures métalliques supérieure et inférieure. Cette membrane est indispensable pour reprendre la réaction verticale créée par la pression interne et garantir la forme de « coussin » de la tensairité 2D.

Il est facile de montrer qu'avec une telle géométrie, les forces verticales réparties qui agissent sur toute la longueur des membrures supérieures et inférieures sont constantes et égales à pr.



2

Stabilité des membrures

La suite du raisonnement concerne l'étude de la stabilité des membrures soumises à compression. Une situation qui, compte tenu de la légèreté des structures tensairité, concerne tant la membrure supérieure – moments positifs dus à des charges agissant vers le bas – que la membrure inférieure – moments négatifs en cas de soulèvement dû au vent.

On exploite à nouveau l'analogie avec une poutre reposant sur un sol rigide élastique (fig. 3), dont la théorie est exposée dans [2]. Le respect des conditions d'équilibre et de stabilité implique celui de l'équation différentielle suivante :

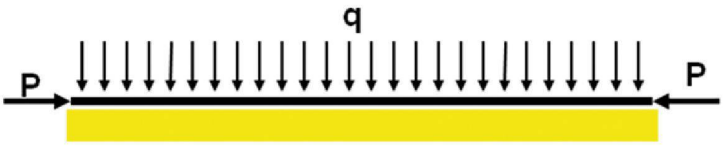
$$EI\frac{d^4y(x)}{dx^4} + P\frac{d^2y(x)}{dx^2} + q = 0 \qquad (5)$$

avec, dans le cas qui nous intéresse, q = pr, où p est la pression interne, r le rayon minimal aux extrémités et P la charge dans la membrure comprimée. La résolution de cette équation détermine la compression maximale supportable par les membrures sans flambement :

$$P_{Max} = 3.43\,\frac{(EF)^{\frac{2}{9}}(EI)^{\frac{2}{3}}}{L^{\frac{2}{9}}}q^{\frac{4}{9}} \qquad (6)$$

avec :

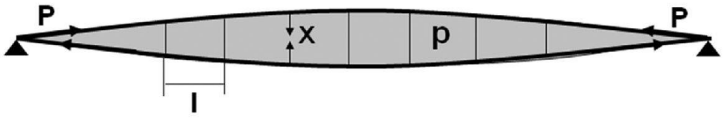
- E : module élastique,
- F : section des membrures
- I : inertie des membrures
- L : portée totale de la poutre



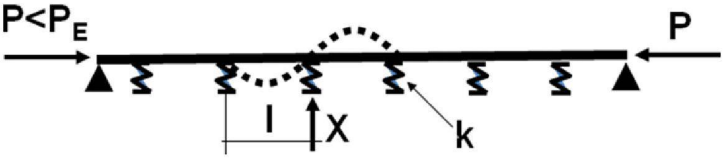
3

Dans la pratique, il est possible de disposer, à la place de la membrane verticale continue figurant en jaune sur la figure 2, des tirants verticaux espacés d'une distance l (fig. 4). La force de traction X agissant dans chaque tirant est directement proportionnelle à la pression interne p, à la distance l entre les tirants et au rayon de courbure r de la membrane selon l'équation (7) :

$$X = prl \qquad (7)$$



4



5

Fig. 6 : Vue interne d'une structure tensairité 2D

(Tous les documents illustrant cet article ont été fournis par le bureau Airlight, *droits réservés.)*

Par analogie avec une poutre reposant sur un nombre discret d'appuis élastiques, nous pouvons alors appliquer le schéma statique de la figure 5. L'équation (8) définit la valeur force de flambement de Euler (P_E) pour une longueur de flambement l.

$$P_E = n^2\pi^2 \frac{EI}{L^2} = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \qquad (8)$$

Une comparaison entre les équations (6) et (8) montre que la force de compression maximale P sera toujours inférieure à P_E.

Des pressions minimes

La théorie concernant les poutres sur appuis élastiques montre que la condition nécessaire pour stabiliser la poutre et empêcher un flambement global est que la constante des ressorts respecte la condition suivante :

$$k \geq \frac{2}{l} P \qquad (9)$$

La valeur de P est calculée à partir du système statique de la poutre, en admettant que le moment maximal de flexion est repris par un couple de force agissant dans les membrures inférieure et supérieure.

La construction métallique implique des imperfections locales de fabrication des profilés. On se base sur une estimation défavorable de ces imperfections pour définir la déformation du pseudo-ressort :

$$\delta = \frac{l}{200} \qquad (10)$$

La force X à appliquer dans les tirants pour stabiliser la membrure en compression est alors de :

$$X = k\delta = \frac{P}{100} \qquad (11)$$

Il s'avère que cette force X est très petite et qu'elle permet, par le biais de l'équation (7), de calculer la pression nécessaire dans les boudins. Il convient ensuite de s'assurer que cette pression respecte la condition fixée par l'équation (6). Dans les cas pratiques, des pressions internes p de l'ordre de 50 à 100 mbar sont généralement suffisantes.

Avantages des tirants verticaux

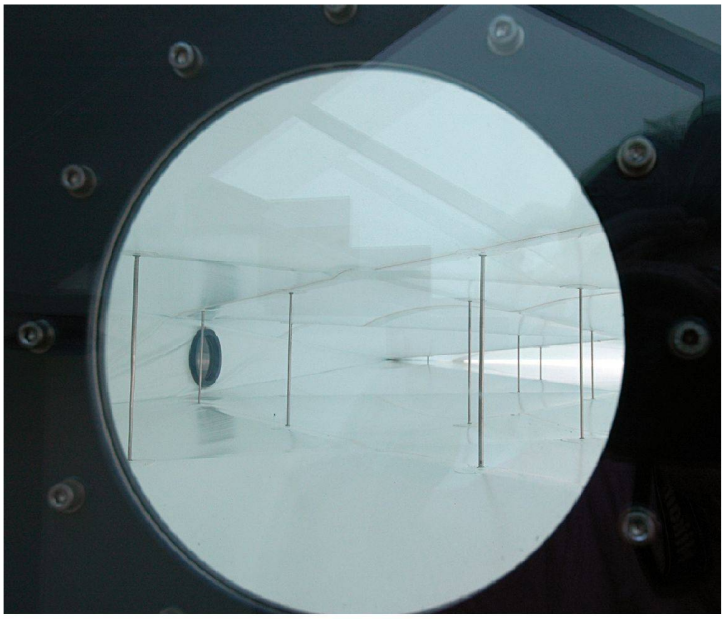
La figure 6 montre l'intérieur d'une structure tensairité 2D depuis un hublot. Il s'agit d'une structure travaillant avec un porte-à-faux d'environ 8 m de portée. On y voit très bien les tirants verticaux très fins qui relient les membrures supérieures et inférieures.

L'idée de disposer des tirants verticaux à l'intérieur de la structure est maintenant appliquée pratiquement dans toutes nos réalisations : pour les poutres simples, pour les structures à 2 ou 3 dimensions, pour les structures mobiles (« deployables ») et même pour les ponts provisoires. Cette solution a l'avantage de :

- simplifier la liaison entre membrures métalliques et membranes,
- protéger la structure métallique en la plaçant entièrement à l'intérieur du coussin pneumatique,
- réduire la pression nécessaire pour stabiliser les membrures et éliminer le flambage
- simplifier et accélérer le montage.

Depuis la première mise en application des principes de tensairité à Montreux, nous avons eu la chance de pouvoir réaliser de nouvelles variantes de l'usage de cette technique sur divers objets que nous présentons brièvement dans les pages qui suivent.

Mauro Pedretti, dr ing. civil EPFL, Andrea Pedretti, ing. EPFZ
Airlight Ltd., Via Croce 1
CH – 6710 Biasca



6

[1] Voir *TRACÉS* n° 04/2005, « Air structurel »
[2] Robert Lhermite, *Flambage et stabilité : le flambage élastique des pièces droites*, Editions Eyrolles, Paris, 1974