Sur l'échange d'énergie dans les roues hydrauliques

Autor(en): **Dubas, Michel**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Ingénieurs et architectes suisses**

Band (Jahr): **127 (2001)**

Heft 12

PDF erstellt am: **02.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-80052

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

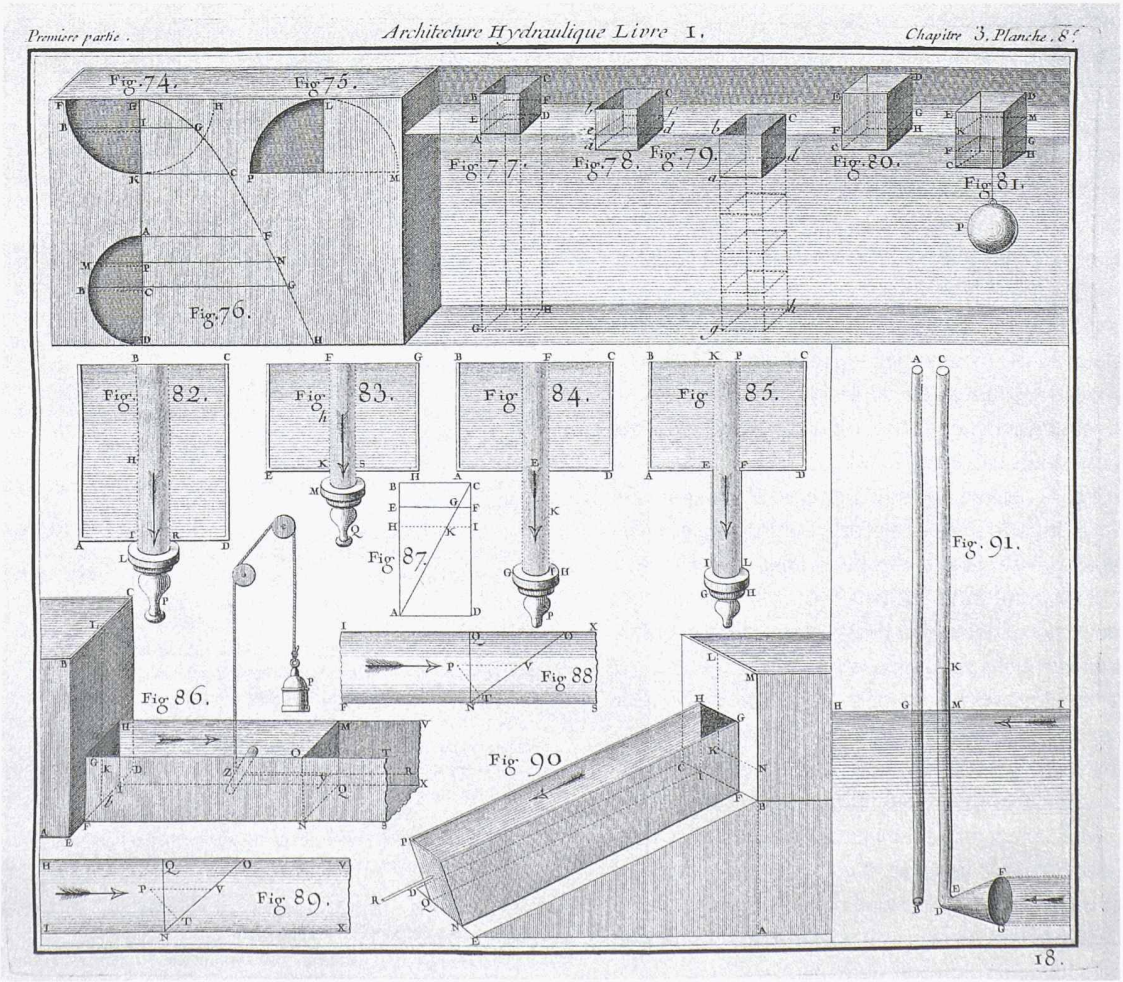
http://www.e-periodica.ch

Michel Dubas
École d'ingénieurs du Valais
Route du Rawyl 47
CH-1950 Sion

Sur l'échange d'énergie dans les roues **hydrauliques**

Bien qu'elle soit l'une des machines les plus anciennes et qu'elle soit restée en usage pendant plus de vingt siècles [1], [2][1], la roue hydraulique n'a fait l'objet que de très peu d'études scientifiques. L'une des premières, des plus connues et des plus souvent citées aussi, est celle de Bernard Bélidor [3]. «Commissaire Provincial d'Artillerie et Professeur Royal des Mathématiques», celui-ci a publié de 1737 à 1753 un ouvrage richement illustré, en quatre volumes, traitant de l'hydraulique sous tous ses aspects, des principes de la mécanique aux fontaines et aux canaux, en passant par les moulins et les pompes. Contrairement à la quasi-totalité des auteurs qui l'ont précédé ou suivi, il ne se contente pas de transmettre des connaissances empiriques mais, en mathématicien qu'il est, s'efforce de décrire et d'expliquer théoriquement les phénomènes physiques.

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

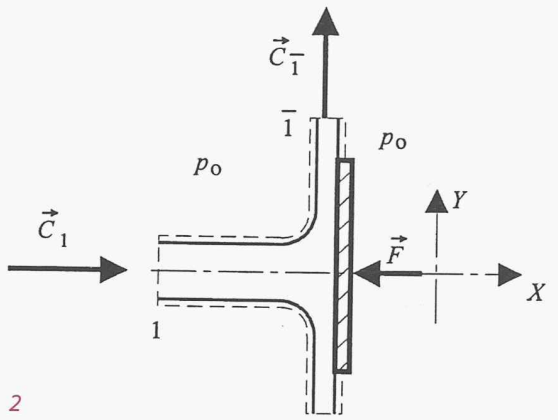


1

Illustration 1, fig. 82: Choc de l'eau sortant d'un réservoir sur un piston ([3], Bélidor, Livre I, Chap. III, Planche 8)

Illustration 1, fig 89: Surface inclinée NO dans un courant ([3], Bélidor, Livre I, Chap. III, Planche 8)
Source: livres rares de la bibliothèque centrale de l'EPFL

Fig. 2: Déviation d'un jet par une plaque immobile



Dans les lignes qui suivent, nous le prendrons pour guide et proposerons quelques considérations théoriques simples sur la façon dont l'énergie hydraulique est transformée en énergie mécanique dans les divers types de roues hydrauliques. Pour ce faire, nous utiliserons les connaissances actuelles de la mécanique des fluides (lois physiques, définitions, notations), et comparerons à chaque pas nos résultats à ceux de Bélidor. Nous commencerons par calculer les forces sur divers types d'aubage et étudierons ensuite la puissance fournie ainsi que la manière de la rendre maximale. Quant au lecteur intéressé par une discussion plus générale de l'hydraulique de Bélidor, il la trouvera dans le travail de Du Bois par exemple [4].

Force exercée par un jet sur une plaque immobile perpendiculaire à lui

Considérons tout d'abord le cas traité par Bélidor aux articles 567 et suivants de son livre I (illustration 1, fig. 82), à savoir l'action d'un jet de liquide sur une surface plane, perpendiculaire à l'axe du jet et immobile. L'écoulement est permanent, c'est-à-dire ne varie pas au cours du temps. Le jet se meut dans l'air, de telle sorte que la pression atmosphérique p_0 règne tant à la surface du liquide qu'à l'arrière de la plaque (fig. 2). Le jet a une section quelconque, qui peut être circulaire, auquel cas le problème possède une symétrie de révolution autour de l'axe X, ou qui peut être aussi rectangulaire, auquel cas l'écoulement a lieu parallèlement au plan de la figure et est situé entre deux plaques parallèles à ce plan. Le liquide arrive à la vitesse C_1 et, après déviation, quitte la plaque tangentiellement à celle-ci avec la vitesse $C_{\bar{1}}$ (comme cela est d'usage pour les turbines hydrauliques, l'entrée et la sortie de l'aubage sont désignés ici respectivement par les indices 1 et $\bar{1}$).

La pression étant constante à la surface libre du liquide, l'équation de Bernoulli, ou théorème de conservation de l'énergie hydraulique (voir par exemple [5], [6] ou [7]), implique que la vitesse est constante le long des lignes de courant situées sur cette surface (les changements de hauteur sont nuls ou négligeables). En outre, les lignes de courant étant droites dans les sections 1 et $\bar{1}$, la pression y a la valeur uniforme p_0 ; par conséquent, nous pouvons appliquer l'équation de Bernoulli à n'importe quelle ligne de courant menant de l'entrée à la sortie et en déduire pour chacune l'égalité des grandeurs des vitesses

$$C_{\bar{1}} = C_1 \qquad (1)$$

Avec ce premier résultat, nous pouvons calculer la force exercée par le jet sur la plaque; pour cela, nous nous servirons du théorème de la quantité de mouvement appliqué au volume de contrôle indiqué en traits interrompus dans la figure 2, à savoir celui dont l'entrée est constituée par la section 1 et la sortie, par la section $\bar{1}$, et qui suit la surface libre du liquide ainsi que la surface mouillée de la plaque. Ce théorème constitue une forme particulière de la loi de Newton adaptée à un volume de contrôle fixe, de dimensions finies, traversé par un fluide en mouvement (voir ici aussi [5], [6] ou [7]). Il s'écrit

$$\rho\, Q\, (\vec{C}_{\bar{1}} - \vec{C}_1) = \vec{F} \qquad (2)$$

avec la masse spécifique du fluide ρ, le débit volumique Q, le changement de vitesse $C_{\bar{1}}$ - C_1, entre l'entrée et la sortie, et la force résultante F exercée par la plaque sur la masse contenue dans le volume de contrôle. La composante X de cette loi vectorielle devient dans notre cas

$$\rho\, Q\, (0 - C_1) = -F_X \qquad (3)$$

soit

$$F_X = \rho\, Q\, C_1 \qquad (4)$$

En exprimant le débit à l'aide de la section A du jet, à savoir

$$Q = A\, C_1 \qquad (5)$$

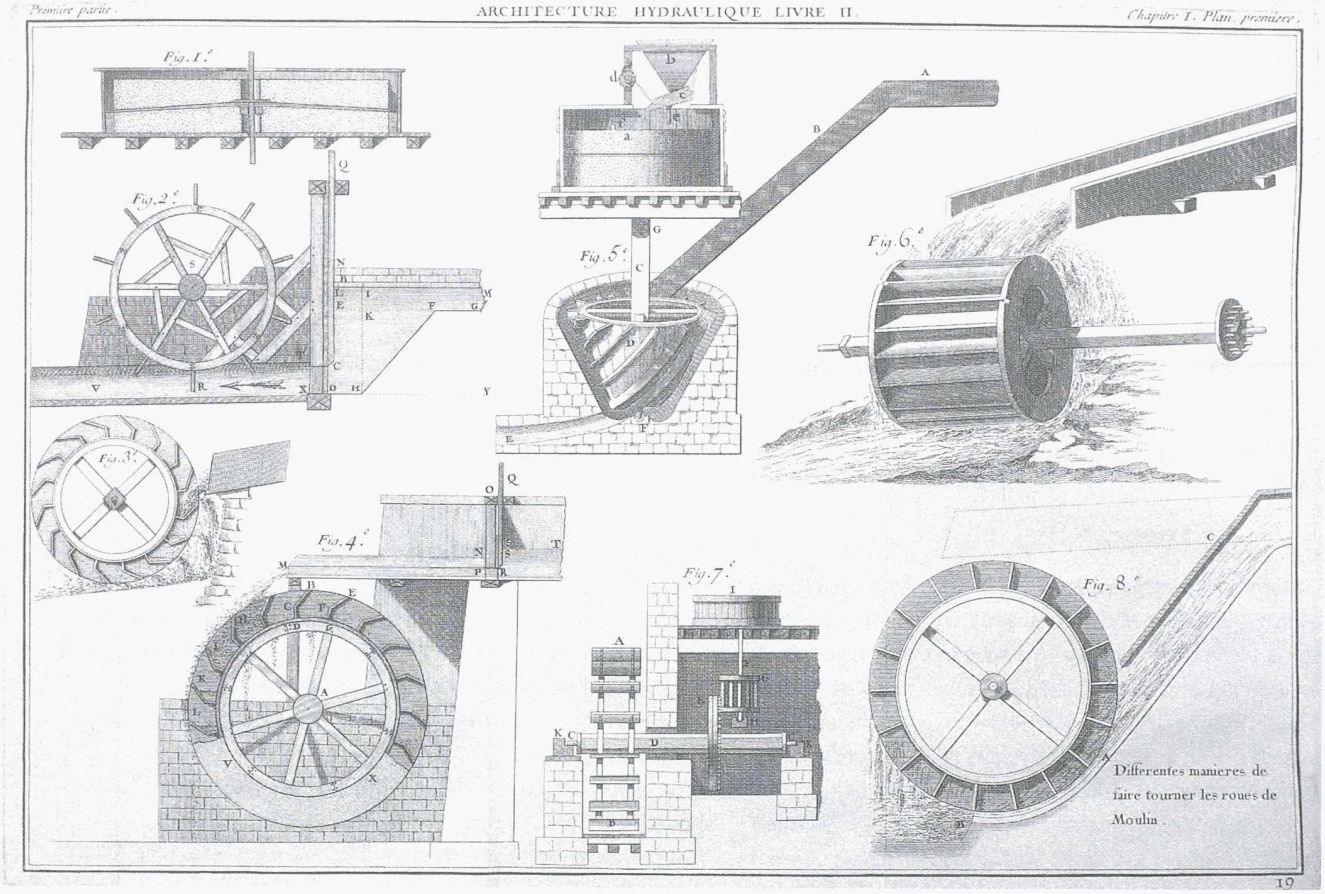
on obtient

$$F_X = \rho\, A\, C_1^{\,2} \qquad (6)$$

Quant à la composante F_Y de la force, elle est nulle par raison de symétrie. F_X représente donc la force résultante exercée par la plaque sur le jet, ou aussi - mais avec un sens inversé conformément à l'axiome de l'action et de la réaction - la force exercée par le jet sur la plaque.

Si, comme le fait Bélidor (illustration 1, fig. 82), on se représente le jet comme sortant d'un orifice pratiqué au fond d'un réservoir rempli sur une hauteur H, la vitesse du liquide est donnée par la relation

$$C_1 = \sqrt{2\, g\, H} \qquad (7)$$



3

où g désigne l'accélération terrestre. Cela constitue ce qu'on appelle la *formule de Torricelli*, qui, rappelons-le, n'est rien d'autre (pour nous aujourd'hui) que l'application de l'équation de Bernoulli à une ligne de courant allant de la surface libre du liquide à la sortie du réservoir. Nous pouvons ainsi mettre notre force sous la forme

$$F_X = 2 \rho g A H \qquad (8)$$

La grandeur de la force due au jet peut donc s'exprimer comme le double du poids de la colonne de liquide de section A et de hauteur H. Bélidor, quant à lui, nous dit à l'article 570: «Il suit que le poids qui exprimera la poussée de l'eau contre une surface, en exprimera aussi le choc»; en d'autres termes, Bélidor raisonne, comme le fait voir sa figure, avec l'équilibre statique de la colonne d'eau et se trompe d'un facteur 2.

Il vaut la peine de noter ici que la formule (7) est connue depuis 1644, l'année où Evangelista Torricelli l'a déduite expérimentalement et publiée.

Par contre, l'«Hydrodynamica» de Daniel Bernoulli ne paraîtra qu'en 1738, tandis que l'«Hydraulica» de Johann Bernoulli, père du premier - qui contient ce que nous appelons aujourd'hui l'équation de Bernoulli -, est daté de 1732, mais ne sera imprimé qu'en 1742 (voir à ce sujet [8]).

Quant aux travaux de Leonhard Euler sur l'équilibre et le mouvement des fluides, ils ne paraîtront, eux, qu'à partir de 1755. Bélidor est donc au fait des connaissances scientifiques de son temps, connaissances qui sont d'ailleurs en pleine évolution et même révolution.

Force exercée par un jet sur une aube oblique en mouvement

Nous pouvons maintenant examiner un cas plus général et plus complexe que le précédent: celui où le liquide est dévié d'un angle quelconque et où la plaque qui agit sur le jet se meut à vitesse constante. Bélidor entend traiter le problème d'une aube placée obliquement dans un coursier et se déplaçant dans celui-ci (illustration 1, fig. 89). En fait, reprenant les raisonnements précédents, il calcule la force d'un jet sur un aubage qui le force à changer sa direction d'un angle β_1 (fig. 4), soit que tout le jet soit dévié d'un même côté à l'aide de deux plans ou d'une aube incurvée, soit que le jet soit divisé en deux parties déviées de part et d'autre de son axe. Remarquons qu'une seule plaque oblique qui serait placée devant le jet ne suffirait pas à donner au jet entier une nouvelle direction parce que, de façon semblable à ce que nous avions avec une plaque perpendiculaire au jet, une partie du liquide longerait la plaque dans un sens et l'autre partie, en sens inverse.

L'aubage considéré n'est maintenant plus fixe, mais se déplace parallèlement à l'axe du jet à la vitesse $\vec{U}_1$. Pour tenir compte de ce mouvement, nous définirons un volume de contrôle animé de cette même vitesse et lié à l'aubage. La vitesse relative avec laquelle le liquide entre dans le volume de contrôle est

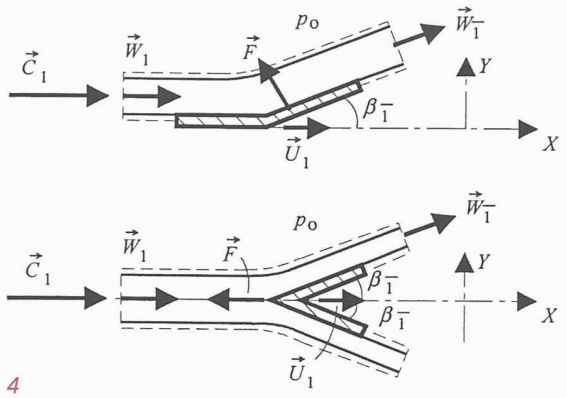
$$\vec{W}_1 = \vec{C}_1 - \vec{U}_1 \qquad (9)$$

Par le même raisonnement que précédemment, la grandeur de la vitesse de sortie est égale à celle de la vitesse d'entrée, soit $W_1 = W_1$. La composante selon l'axe du jet du théo-

Illustration 3, fig. 2e: Roue par-dessous ([3], Bélidor, Livre II, Chap. I, Planche 1)

Illustration 3, fig. 4e: Roue par-dessus ([3], Bélidor, Livre II, Chap. I, Planche 1)
Source: livres rares de la bibliothèque centrale de l'EPFL

Fig. 4: Déviation oblique d'un jet par une aube en mouvement



4

rème de la quantité de mouvement nous donne ici

$$F_X = \rho\, Q_{\text{rel}}\,(1-\cos\beta_{\bar{1}})\,W_1 \qquad (10)$$

En exprimant le débit relatif traversant le volume de contrôle, c'est-à-dire celui effectivement dévié par l'aube en mouvement, par

$$Q_{\text{rel}} = A\,W_1 = A\,(C_1 - U_1) \qquad (11)$$

nous pouvons écrire

$$F_X = \rho\, A\,(1-\cos\beta_{\bar{1}})\,(C_1 - U_1)^2 \qquad (12)$$

A propos de ce résultat, notons tout d'abord que, si $\beta_{\bar{1}} = 90°$ et $U_1 = 0$, on retrouve bien ce que nous avions auparavant en (6). Ensuite, si $\beta_{\bar{1}} \rightarrow 180°$, $\cos\beta_{\bar{1}} \rightarrow -1$, on a alors la déviation produite par l'auget d'une roue Pelton actuelle, dans laquelle l'eau est renvoyée presque dans la direction de laquelle elle arrivait, ce qui rend maximale la force F_X [9]. Quant à Bélidor, il indique très justement à l'article 585 que «l'impulsion qui la [l'aube] poussera alors sera exprimée par le quarré de l'excès de la vitesse du courant sur celle qu'aura pris la surface». Aux articles 581 à 583, cherchant à tenir compte de l'oblicité de la plaque, il raisonne par analogie avec le cas du choc d'un corps élastique sur un plan et calcule la composante de la vitesse normale à la plaque, laquelle se comporte comme (illustration 1, fig. 89) $PT/PV = \sin\beta_{\bar{1}}$. Il obtient ainsi pour la force

$$F_X = \rho\, A \sin\beta_{\bar{1}}^{\,2}\,(C_1 - U_1)^2 \qquad (13)$$

ce qui coïncide avec notre résultat lorsque $\beta_{\bar{1}} = 90°$, mais pas pour un angle quelconque.

Force sur une aube immergée et auget rempli d'eau

Jusqu'ici, nous avons considéré un jet se propageant dans l'air et venant frapper un aubage; cette situation est celle que l'on trouve dans les roues hydrauliques dites à choc, à axe horizontal ou vertical [2], ou dans les turbines Pelton. Mais dans les roues par-dessous (illustration 3, fig. 2e), c'est-à-dire celles dont les aubes inférieures trempent dans l'eau d'un coursier ou d'une rivière, la situation est différente. On se rapproche alors du cas d'un corps immergé dans un écoulement, corps pour lequel on décrit une force de traînée et, le cas échéant, une force de portance par l'expression

$$F_X = c_X \frac{1}{2}\rho\, A\, W_1^{\,2} = c_X \frac{1}{2}\rho\, A\,(C_1 - U_1)^2 \qquad (14)$$

On se réfère ici à la pression dynamique $\rho W_1^{\,2}/2$ calculée avec la vitesse relative du fluide par rapport au corps et à la section du corps transversale à l'écoulement A, et on fait intervenir un coefficient de traînée (ou de portance) c_X ne dépendant que de la géométrie du corps considéré. Les forces sont donc, tout comme dans le cas précédent du jet, proportionnelles au carré de la vitesse relative de l'écoulement. Pour une plaque rectangulaire par exemple, la valeur du coefficient de traînée varie de $c_X = 1{,}1$ pour une surface carrée à $c_X = 1{,}15$ pour une surface rectangulaire dont les côtés sont dans le rapport 1/2 (voir [7], § 6.6.4).

Il est un autre cas où les formules des paragraphes précédents ne s'appliquent pas, c'est celui de la roue par-dessus (illustration 3, fig. 4e). Là, l'énergie cinétique de l'eau à l'arrivée sur la roue est très faible et c'est avant tout de son énergie potentielle que l'on tire parti, c'est-à-dire du travail fourni par son poids descendant d'une hauteur approximativement égale au diamètre de la roue.

Puissance et vitesse optimale

La puissance, que Bélidor appelle d'ailleurs «quantité de mouvement», délivrée par la force exercée sur une aube se calcule comme le produit de cette force par sa vitesse, soit

$$P = F\,U_1 = \text{const}\,(C_1 - U_1)^2\,U_1 \qquad (15)$$

formule valable, comme nous l'avons vu, pour tous les cas où un jet agit sur une aube et pour un corps immergé dans un écoulement.

Pour trouver la vitesse de l'aube U_1 rendant maximale cette puissance si les autres grandeurs restent inchangées, il faut égaler à zéro la dérivée de cette fonction; on aura donc

$$\frac{dP}{dU_1} = \text{const}\left[(C_1 - U_1)^2 - 2\,(C_1 - U_1)\,U_1\right] = 0 \qquad (16)$$

ou encore

$$(C_1 - U_1)\,(C_1 - 3\,U_1) = 0 \qquad (17)$$

Cette expression est satisfaite premièrement lorsque $U_1 = C_1$, c'est-à-dire lorsque l'aube se déplace à la même vitesse que l'écoulement et que la force, et par conséquent aussi la puissance, s'annulent. Secondement, lorsque

$$U_1 = \frac{1}{3} C_1 \tag{18}$$

la puissance atteint sa valeur maximale, qui est

$$P_{max} = \frac{4}{27} \text{const}\, C_1^{\,2} \tag{19}$$

Quant à la force, elle vaut dans ces conditions

$$F = \frac{4}{9} \text{const}\, C_1^{\,2} \tag{20}$$

c'est-à-dire 4/9 de la valeur maximale obtenue lorsque la plaque est immobile.

Ce sont là les résultats présentés par Bélidor aux articles 588 et suivants du livre I, qui se réfère à ce sujet aux travaux d'Antoine Parent. On remarquera que la démonstration mathématique est ici complète, en «prenant la différentielle pour l'égaler à zéro, selon la Méthode ordinaire». Sur la base de ce résultat, Bélidor recommande le rapport de vitesses de 1/3 «quelques Machines qu'on fasse, qui doivent être mues par un courant» (art. 593 à 596, livre I, ou 657, livre II). En fait, sa théorie convient aux roues par-dessous, surtout si l'on éloigne les aubes l'une de l'autre comme il le recommande à l'article 674. C'est assez exactement ce que confirme, un siècle plus tard, P.-M.-N. Benoît [10] en se basant sur l'expérience: «La vitesse des aubes égale aux 2/5 de celle du courant procure le maximum d'effet [c'est-à-dire de rendement] dont la valeur se trouve être égale au tiers seulement de la force du courant» (p. 435).

Actionnées avant tout par le poids de l'eau, les roues par-dessus ont en revanche un rendement constant qui ne dépend que peu de leur vitesse de rotation (voir les essais de W. Müller [11]) – tant, bien sûr, que l'eau ne déborde pas des augets. Et ce rendement est très élevé, comme l'indique encore Benoît: «De toutes les roues hydrauliques, celles à augets, recevant l'eau à leur point culminant, sont les plus avantageuses, puisqu'elles rendent des 3/4 aux 4/5 de la force du cours d'eau qui les met en mouvement» (p. 439, voir aussi [11]).

En ce qui concerne les roues à choc, mues par un jet d'eau, il faut savoir qu'une seule aube ne peut extraire toute la puissance contenue dans un jet. Si l'on tient compte de l'effet simultané de plusieurs aubes, on constate que la puissance maximale est obtenue pour $U_1 = C_1/2$ et non pour $C_1/3$ [9], [12]; c'est bien à cette vitesse d'ailleurs que tournent les turbines Pelton. En d'autres termes, pour qu'un maximum d'énergie soit extrait de l'eau, il faut que celle-ci n'ait, à la sortie de l'aubage, plus aucune composante de vitesse absolue parallèle à la vitesse de cet aubage.

Conclusion

À une époque où la mécanique fait, avec l'aide du calcul différentiel tout récent, ses premiers pas de «science exacte», Bernard Bélidor nous donne un bel exemple du changement profond qui est en train de se produire dans les méthodes de travail de l'ingénieur et de l'enthousiasme que cela provoque. Fort de ses calculs pour «rendre la Machine parfaite» (art. 596, livre I), il étend ses résultats à tous les types de roues hydrauliques et prétend qu'«on ferait beaucoup mieux de conduire l'eau par une auge inclinée..., son impulsion sera bien plus grande que dans le cas précédent [celui de la roue par-dessous], sans en dépenser davantage, parce que tombant de toute la hauteur de la chûte, elle acquerra une vitesse qu'elle n'avait pas» (art. 644, livre II). Il reconnaît certes l'action possible du poids, mais préfère transformer l'énergie potentielle en énergie cinétique, sans se douter qu'il est impossible de la transformer entièrement en énergie mécanique avec les aubages qu'il présente.

Bibliographie

[1] Daumas, M.: «Histoire générale des techniques», Presses Universitaires de France, Paris, 1962, réédition: Quadrige / Presses Universitaires de France, Paris, 1996

[2] Dubas M.: «Roues hydrauliques, un regard d'ingénieur», *Ingénieurs et architectes suisses*, vol. 126, N° 7, pp. 142-147, 2000

[3] Bélidor, B.: «Architecture hydraulique ou l'art de conduire, d'élever et de ménager les eaux pour les différens besoins de la vie», Paris, 1737-1753

[4] Du Bois, L.: «L'ingénieur hydraulicien au XVIIIe siècle: un précurseur: Bélidor - Notes sur "L'architecture hydraulique" de Bernard Forest De Bélidor, ingénieur français (1693-1761)», La Concorde, Lausanne, 1931

[5] Becker E.: «Technische Strömungslehre», 7e éd., Teubner, Stuttgart, 1993

[6] Comolet R.: «Mécanique expérimentale des fluides - Tome 1: statique et dynamique des fluides non visqueux», 5e éd., Masson, Paris, 1990

[7] Beitz W., Grote K.-H. (éd.): «Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau», 20e éd., Springer, Berlin, 2000

[8] Szabó I.: «Geschichte der mechanischen Prinzipien», 3e éd., Birkhäuser, Bâle, 1987

[9] Dubas M.: «Some theoretical considerations on energy exchange in Pelton turbines», *Hydropower & Dams*, vol. 2, N° 1, pp. 28-32, 1995

[10] Benoît P.-M.-N.: «Manuel complet du boulanger, du négociant en grains, du meunier et du constructeur de moulins», 3e éd., Encyclopédie Roret, Paris, 1836

[11] Müller W.: «Die Wasserräder», 2e éd., Schäfer, Leipzig, 1939, réédition: Schäfer, Leipzig, 1991

[12] Becker E., Piltz E.: «Übungen zur Technischen Strömungslehre», 4e éd., Teubner, Stuttgart, 1991

Remerciements

L'auteur et la rédaction d'*IAS* remercient chaleureusement M. Mélétis Michalakis, de la bibliothèque centrale de l'EPFL, qui a bien voulu mettre à leur disposition un exemplaire original de l'ouvrage de Bélidor.