Contribution au calcul du ressaut hydraulique

Autor(en): **Gardel, André**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **74 (1948)**

Heft 22

PDF erstellt am: **01.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-56039

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

74e année 23 octobre 1948 N° 22

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 20 francs
Etranger : 25 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 17 francs
Etranger : 22 francs
Pour les abonnements s'adresser à la librairie
F. ROUGE & Cie
à Lausanne
Prix du numéro :
1 Fr. 25

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. † L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; † E. ELSKES, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : MM. J. DUBUIS, ingénieur ; D. BURGENER, architecte.

Rédaction : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE

TARIF DES ANNONCES
Le millimètre
larg. 47 mm.) 20 cts.
Réclames : 60 cts. le mm.
(largeur 95 mm.)
Rabais pour annonces répétées
ANNONCES SUISSES S.A.
5, Rue Centrale
Tél. 2 33 26
LAUSANNE
et Succursales

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *Contribution au calcul du ressaut hydraulique*, par ANDRÉ GARDEL, ingénieur E.P.U.L., lic. sc. — LES CONGRÈS : *Le IIIe Congrès de l'Union internationale des Ponts et Charpentes à Liège.* — BIBLIOGRAPHIE. — COMMUNIQUÉ : *Création d'un office de documentation pour l'architecture.* — CARNET DES CONCOURS. — SERVICE DE PLACEMENT.

Contribution au calcul du RESSAUT HYDRAULIQUE

par ANDRÉ GARDEL, ingénieur E.P.U.L., lic. sc.

Introduction

Parmi les problèmes que rencontre fréquemment l'ingénieur hydraulicien, il en est un dont l'étude est généralement réduite au minimum. Nous voulons parler du calcul du ressaut hydraulique, et plus particulièrement de la profondeur des cuvettes et bassins amortisseurs. C'est moins par des difficultés théoriques que l'ingénieur est arrêté que par la longueur des calculs et l'obligation de passer par des tâtonnements fastidieux ; cela d'autant plus qu'aucune méthode analytique ne peut tenir compte de l'effet de formes spéciales (redents, courbures, etc.) et qu'ainsi, pour tout ouvrage important, le projeteur est amené à entreprendre des essais sur modèles qui lui donneront tous les renseignements désirables.

Il est néanmoins des cas dans lesquels une étude analytique plus poussée est souhaitable, soit que l'on n'envisage pas un essai sur modèle, soit que l'avant-projet doive être poussé le plus loin possible. C'est pourquoi nous avons cherché à étendre la méthode usuelle de calcul du ressaut hydraulique au cas du chenal de profil en travers quelconque, plus spécialement parabolique ou trapézoïdal. L'introduction de la nouvelle fonction $K(H)$ permet la suppression des tâtonnements, et l'emploi des valeurs relatives nous a permis de tracer des graphiques résolvant immédiatement le problème dans les limites étendues. Nous proposons également une formule approchée rendant possible le calcul rapide et généralement précis du ressaut en profil parabolique.

Dans cette étude, purement analytique, nous postulerons que le théorème des quantités de mouvement donne une image fidèle du phénomène. (Cette méthode a d'ailleurs fait l'objet de vérifications expérimentales).

Nous commencerons par un bref rappel précisant la notion de profondeur critique dans les écoulements en nappe libre.

Rappel

Lorsqu'une certaine énergie, ou charge, est disponible pour assurer l'écoulement d'un débit donné au travers d'une section de profil déterminé il existe deux possibilités :

1. L'écoulement se fait à faible vitesse et grande profondeur, l'énergie est surtout potentielle ; c'est l'écoulement tranquille.

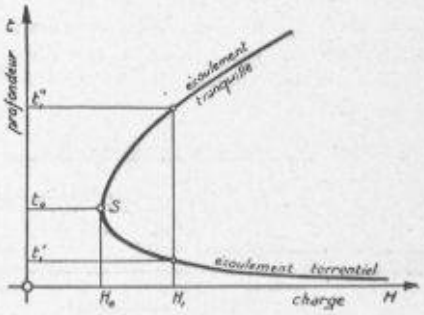

Fig. 1.

2. La vitesse est grande et la profondeur petite, l'énergie est essentiellement cinétique ; il s'agit alors de l'écoulement torrentiel.

La limite entre ces deux possibilités est formée par l'écoulement critique. Il existe donc une loi liant la profondeur t à la charge H, loi dont la représentation graphique à l'allure de la courbe de la figure 1. Nous constatons qu'à une valeur H_2 de la charge correspondent bien deux valeurs de la profondeur, soit t_1' et t_1''. Le point S caractérise le cas limite ; c'est l'écoulement critique et t_0 est la profondeur critique. La charge H_0 est la charge correspondante et c'est aussi la charge minimum permettant l'évacuation du débit fixé.

La charge est formée de l'énergie potentielle, caractérisée par la profondeur t, et de l'énergie cinétique dont la hauteur représentative est $v^2/2g$

$$H = t + v^2/2g$$

(La vitesse est supposée uniformément répartie dans la section.)

Le passage de l'écoulement tranquille à l'écoulement torrentiel se fait généralement de manière progressive, par exemple lors du franchissement d'un déversoir. Il n'en est pas de même du passage torrentiel-tranquille : il se produit un remou accompagné d'une brusque surélévation de niveau et d'une perte d'énergie. C'est le ressaut hydraulique.

L'objet de cette étude est le calcul des conditions dans lesquelles le ressaut se produit et est stable, c'est-à-dire n'avance ni ne recule le long de l'écoulement. C'est à ces exigences que doit satisfaire, par exemple, la cuvette-radier d'un barrage dont la profondeur doit être judicieusement choisie sans être exagérée (raison d'économie). Si tel est bien le cas, la destruction d'énergie et le passage à l'écoulement tranquille résultant du ressaut se produisent à l'intérieur de l'ouvrage et diminuent considérablement les risques d'affouillement à l'aval.

Calcul du ressaut. Profil en travers quelconque

Soit un canal horizontal, de section transversale quelconque mais invariable, siège d'un écoulement avec ressaut et soit Q le débit. La profondeur étant t, la section sera $\Omega = \Omega(t)$, loi définie par la forme du profil, et la vitesse, supposée uniformément répartie, sera $v = Q/\Omega$ (fig. 2). Considérons un tronçon de l'écoulement englobant l'ensemble du ressaut ; ce tronçon est le siège d'un phénomène de choc avec perte d'énergie. Toutes les percussions y sont intérieures et nous pouvons lui appliquer le théorème de la quantité de mouvement sous la forme suivante : La variation de la quantité de mouvement pendant le temps dt est égale à la somme des forces extérieures. En projetant sur un axe parallèle au canal (axe des x) nous écrirons :

$$(1) \qquad \frac{d}{dt}\sum mv = \sum X_e \quad \text{où} \quad v = \frac{dx}{dt}.$$

La variation de la quantité de mouvement est formée de la somme algébrique des gains et des pertes dus aux déplacements des sections terminales.

Soient $t_1\,\Omega_1\,v_1$ les caractéristiques de l'écoulement torrentiel à l'amont. Pendant le temps dt la section se déplace de $dx_1 = v_1 . dt$ et la quantité de mouvement diminue de $m_1 v_1 = \Omega_1 dx_1 . v_1 \gamma/g$ (γ = poids spécifique du liquide). A l'aval la quantité de mouvement augmente de $m_2 v_2 = \Omega_2 dx_2 v_2 \gamma g/$ où $dx_2 = v_2 dt$. Donc

$$\frac{d}{dt}\sum mv = \frac{1}{dt}\left[\Omega_2\, dx_2\, v_2 \frac{\gamma}{g} - \Omega_1\, dx_1\, v_1 \frac{\gamma}{g}\right].$$

En tenant compte que $dx/dt = v$ et que $v_1 . \Omega_1 = v_2 . \Omega_2 = Q$ on peut écrire :

$$(2) \qquad \frac{d}{dt}\sum mv = \frac{\gamma Q}{g}(v_2 - v_1).$$

Les forces extérieures agissant parallèlement à l'axe des x sont dues aux pressions exercées par le liquide sur les extrémités du tronçon. Pour les calculer, considérons une section où la profondeur d'eau est t (fig. 2) et soit ξ l'ordonnée d'une tranche horizontale d'épaisseur $d\xi$ et de largeur $b = b(\xi)$. Cette tranche supporte une pression $(t - \xi)\gamma$. La force due à la pression s'exerçant sur l'ensemble de la section est :

$$F = \int_{\xi=0}^{\xi=t} b(\xi)\, d\xi\, (t - \xi)\,\gamma.$$

C'est, multiplié par γ, le moment statique de la section par rapport au niveau libre, soit M. Nous pouvons donc écrire

$$(3) \qquad \sum X_e = \gamma(M_1 - M_2).$$

De (1), (2) et (3) il résulte

$$\frac{Q}{g}(v_2 - v_1) = M_1 - M_2$$

que l'on peut écrire

$$\frac{Q}{g} v_1 + M_1 = \frac{Q}{g} v_2 + M_2.$$

Comme il est d'usage de le faire en profil rectangulaire nous posons :

$$(4) \qquad K(t) = \frac{Q^2}{g \cdot \Omega(t)} + M(t) = \frac{Q}{g} v + M.$$

Il en résulte la généralisation de la loi connue : pour qu'il se forme un ressaut hydraulique stable, il faut que la fonction $K(t)$ prenne la même valeur à l'amont et à l'aval du phénomène.

La charge peut s'écrire d'une manière analogue :

$$(5) \qquad H = t + \frac{v^2}{2g} = t + \frac{Q^2}{2\,\Omega^2\, g}.$$

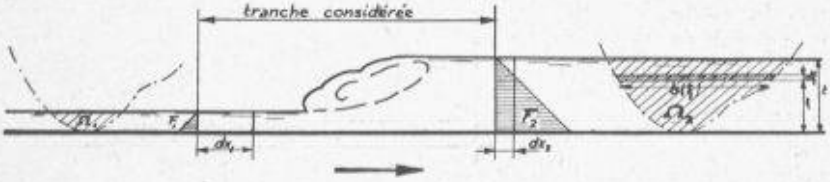

Fig. 2.

Le calcul d'un ressaut se ferait de la manière suivante : La charge amont étant connue, la profondeur t est calculée par la relation (5). Puis, à l'aide de (4), il est possible de déterminer la valeur de K. Il faut ensuite trouver une autre profondeur t donnant à K la même valeur. C'est cette profondeur qu'il est nécessaire de réaliser à l'aval.

Fonction K = K (H)

Ce sont généralement les plans de charge amont et aval qui sont connus et si l'on veut déterminer la profondeur limite du radier pour laquelle le ressaut est encore stable on doit procéder à des tâtonnements en admettant différentes positions du radier.

Une grande simplification s'obtient en éliminant la profondeur t entre K et H. Nous obtenons alors la fonction $K = K(H)$ qui a l'allure indiquée par la figure 3. La branche supérieure correspond à l'écoulement torrentiel (amont du ressaut) et la branche inférieure à l'écoulement tranquille (aval du ressaut). Le point de rebroussement fixe l'écoulement critique.

Les plans de charge amont et aval étant donnés, ils déterminent la charge ΔH qui doit être perdue dans le phénomène. Or la fonction K a la même valeur de chaque côté du ressaut. Donc, sur la figure 3, nous devons trouver sur une

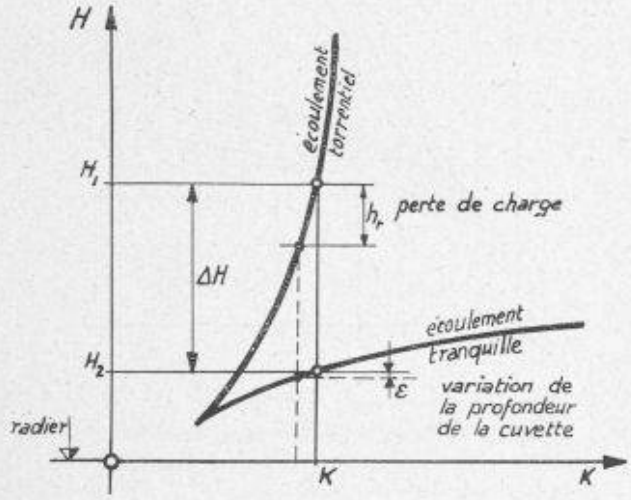

Fig. 3.

même verticale les deux valeurs H_1 et H_2 de la charge dont la différence est précisément ΔH. Le calcul se réduit ainsi à une simple lecture sur le graphique : Déterminer la verticale sur laquelle la courbe $K(H)$ intercepte un segment ΔH ; la position de l'axe horizontal OK donne alors la cote du fond de la cuvette-radier.

Sans doute faut-il encore dresser le graphique. L'élimination analytique de la profondeur t peut conduire à des équations de degré trop élevé pour pouvoir être résolues. Il faut alors calculer point par point, mais les courbes sont très tendues et il suffit de peu de points.

Notons enfin que l'on peut facilement se rendre compte de l'effet de la perte de charge le long d'une doucine qui précéderait la cuvette. La figure 3 montre (trait pointillé) que même si la perte de charge est très élevée son influence sur la profondeur de la cuvette est très faible, généralement négligeable. Ne pas en tenir compte augmente d'ailleurs la sécurité.

Introduction des valeurs relatives

La méthode consiste à comparer les différentes grandeurs variables (profondeur, vitesse, temps, etc.) à une ou plusieurs grandeurs fixes ne dépendant que des paramètres. Si le choix des grandeurs de comparaison est bien fait les équations se simplifient et le nombre des paramètres diminue. Une ou plusieurs infinités de cas réels correspondent alors à un seul cas théorique.

On peut démontrer que ce mode de faire conduit aux mêmes résultats que l'emploi d'échelles différentes pour chaque grandeur. A un cas donné correspond ainsi la simple ou multiple infinité mentionnée plus haut.

Cette méthode n'est pas nouvelle et l'on connaît tout le parti qu'Alliévi a su en tirer dans sa classique théorie du coup de bélier.

Nous avons examiné deux familles de profils : d'une part les profils paraboliques, d'autre part les profils trapézoïdaux.

Profils paraboliques

L'équation définissant le profil est :

$$y/T = (x/B)^n \quad \text{où } n \text{ varie de } o \text{ à } \infty .$$

La figure 4 donne les formes des profils correspondant aux valeurs de n pour lesquelles le calcul a été effectué.

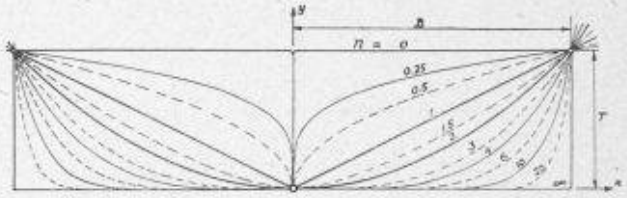

Fig. 4.

Il nous faut calculer la section Ω et le moment statique M en fonction de la profondeur t de liquide. Pour cela il est commode de poser $x/B = x'$ $y/T = y'$ et $t/T = t'$. Nous obtiendrons

$$\Omega' = \Omega/BT \quad \text{et} \quad M' = M/BT^2.$$

Le profil est défini par $y' = x'^n$ et, selon figure 5,

$$S'/2 = \int_0^{t'^{1/n}} dx' . y' = \frac{1}{n+1} t'^{\frac{n+1}{n}}$$

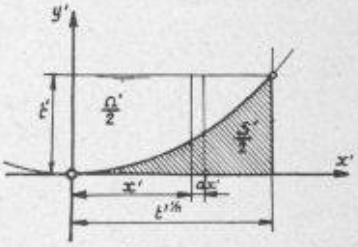

Fig. 5.

$$\text{d'où} \quad \Omega' = \frac{2n}{n+1} t'^{\frac{n+1}{n}} \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{B}{T^{1/n}} \cdot \frac{2n}{n+1} \cdot t^{\frac{n+1}{n}} .$$

D'une façon analogue, en considérant des tranches horizontales :

$$M' = \int_0^{t'} dy' \, x' \, (t' - y') = 2 \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n}{2n+1} \right) t'^{\frac{2n+1}{n}}$$

$$\text{et} \quad M = \frac{B}{T^{1/n}} \, \frac{2n^2}{(n+1)\,(2n+1)} \, t^{\frac{2n+1}{n}} .$$

En substituant les valeurs de Ω et de M ainsi calculées dans les expressions (4) et (5) définissant H et K, il vient :

$$(6) \qquad H = \frac{Q^2}{2g} \frac{T^{2/n}}{B^2} \frac{(n+1)^2}{4n^2} t^{-\frac{2(n+1)}{n}} + t$$

$$(7) \qquad K = \frac{Q^2}{2g} \frac{T^{1/n}}{B} \frac{(n+1)}{n} t^{-\frac{n+1}{n}} + \frac{B}{T^{1/n}} \frac{2n^2}{(n+1)\,(2n+1)} t^{\frac{2n+1}{n}} .$$

Le cas particulier du profil rectangulaire correspond à $n = \infty$ et donne :

$$H = \left(\frac{Q}{2Bt}\right)^2 \frac{1}{2g} + t = v^2/2g + t$$

$$K = \frac{Q^2}{2gB}\, t^{-1} + Bt^2 = 2B\left(\frac{q^2}{g} + \frac{t^2}{2}\right).$$

Nous retrouvons les valeurs connues, celle de K étant multipliée par le coefficient $2B$, ce qui est sans influence.

Nous introduirons des *valeurs relatives* pour les longueurs en choisissant la profondeur critique comme grandeur de comparaison. Ce choix paraît tout indiqué pour l'étude d'un phénomène dans lequel la profondeur critique est précisément une valeur limite.

En calculant $dH/dt = 0$, nous obtenons à partir de la relation (6) :

$$t_{\text{crit}} = \sqrt[\frac{3n+2}{n}]{\frac{Q^2 T^{2/n} (n+1)^3}{4gB^2 n^3}}.$$

En introduisant cette valeur dans (6) la charge s'écrit :

$$H = \frac{1}{2}\, t_{\text{crit}}^{\frac{3n+2}{n}} \cdot t^{-\frac{2(n+1)}{n}} + t.$$

En divisant chaque membre par t_{crit} et en posant

$$\tau = t/t_{\text{crit}} \quad \text{et} \quad \eta = H/t_{\text{crit}}$$

l'équation prend la forme simplifiée :

$$\eta = \frac{1}{2\left(1+\frac{1}{n}\right)}\, \tau^{-2\left(1+\frac{1}{n}\right)} + \tau. \tag{8}$$

Nous pouvons procéder d'une manière analogue pour la fonction K. L'expression (7) s'écrit :

$$K = \frac{2B}{T^{1/n}} t_{\text{crit}}^{\frac{3n+2}{n}} \frac{n^2}{(n+1)^2}\, t^{-\frac{n+1}{n}} + \frac{2B}{T^{1/n}} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}\, t^{\frac{2n+1}{n}}.$$

Toutes les fois que le ressaut est stable, nous avons vu que la fonction K prenait la même valeur à l'amont et à l'aval. Il en sera de même pour tout multiple de K. Nous pouvons donc remplacer cette fonction par

$$K' = \frac{T^{1/n}}{2B}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 K.$$

En divisant chaque membre par $t_{\text{crit}}^{2+\frac{2}{n}}$ et en posant

$$k = K'/t_{\text{crit}}^{2+\frac{2}{n}}$$

nous aurons la relation simplifiée :

$$k = \frac{1}{\tau^{1+\frac{1}{n}}} + \frac{n+1}{2n+1}\, \tau^{2+\frac{1}{n}}. \tag{9}$$

Pour obtenir la courbe $k = k(\eta)$, il faudrait éliminer τ entre les équations (8) et (9). Un coup d'œil sur ces expressions montre la difficulté du calcul algébrique. Nous préférons

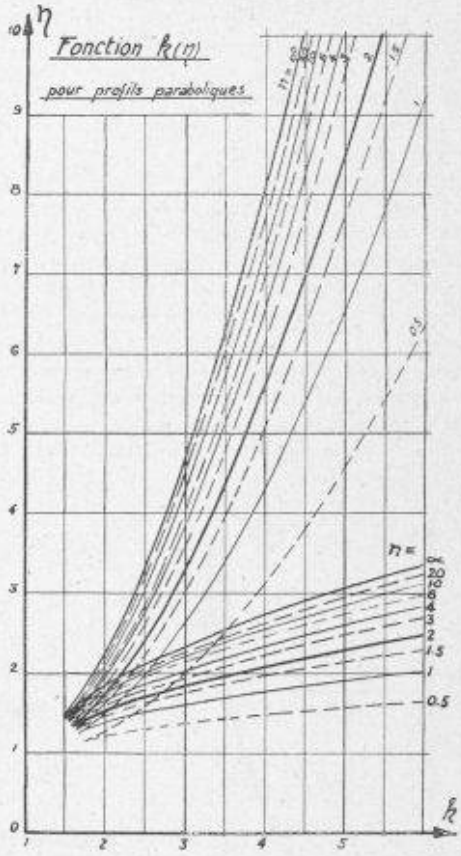

Fig. 6.

donc garder la forme paramétrique, $k(\eta)$ étant défini par $k(\tau)$ et $\eta(\tau)$. Un nombre suffisant de points ayant été calculés, le tracé des courbes se fait sans peine.

La figure 6 donne les courbes $k(\eta)$ correspondant aux profils paraboliques définis à la figure 4. La charge à perdre $\Delta\eta$ étant donnée, on y trouve immédiatement les charges relatives η_1 et η_2 amont et aval.

Toutefois cette disposition n'est pas très pratique, le tronçon $\Delta\eta$ étant limité par deux courbes, et l'abcisse k étant sans intérêt. Nous avons préféré porter $\Delta\eta$ en ordonnée et η_2 en abcisse comme le montre la figure 7. Pour $\Delta\eta < 5$ l'ordonnée a été amplifiée cinq fois de manière à permettre une mesure plus précise.

Formule simplifiée

Revenons aux valeurs réelles.

Lorsqu'on est éloigné de l'écoulement critique et que H_1 et ΔH sont élevés nous constatons qu'à l'amont du ressaut la profondeur est faible et la vitesse élevée tandis qu'en aval c'est l'inverse.

Nous nous proposons de négliger la variable de faible valeur, tant à l'amont qu'à l'aval, et dans les deux fonctions $H(t)$ et $K(t)$. Dans ces conditions la charge amont devient :

$$H_1 \geqq v_1^2/2g$$

De même $K_1 \geqq Qv_1/g$. A l'aval nous écrirons

$$H_2 \geqq t_2 \quad \text{et} \quad K_2 \geqq M(t_2).$$

Les égalités sont d'autant plus exactes que la charge amont devient plus grande.

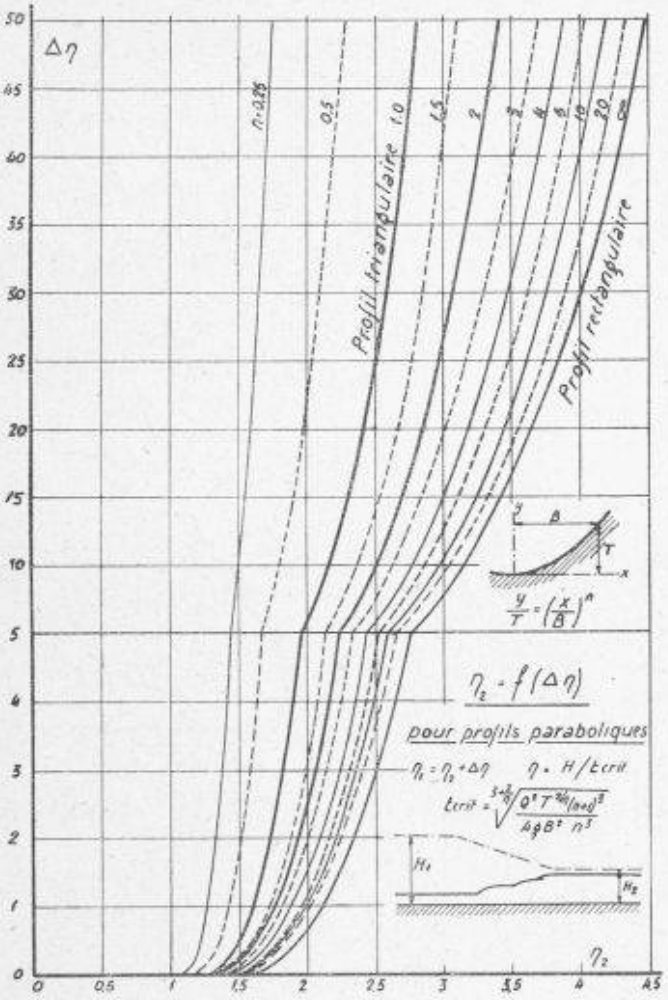

Fig. 7.

Pour ne conserver que K et H, nous éliminons v_1 à l'amont et t_2 à l'aval :

$$V_1 \simeq \sqrt{2gH_1} \quad \text{d'où} \quad K_1 \simeq \frac{Q}{g}\sqrt{2gH_1}$$

$$\text{et} \quad K_2 \simeq M(H_2)$$

Remarquons que le sens des inégalités dues aux simplifications est tel qu'elles ont tendance à se corriger dans l'expression $K(H)$; cela ne fera qu'ajouter à la précision de la méthode.

Pour que le ressaut soit stable nous devons avoir $K_1 = K_2$. Il s'en suit immédiatement

$$M(H_2) \simeq Q\sqrt{2/g}\sqrt{H_1}$$

Pour faire apparaître ΔH nous poserons $H_1 = \Delta H + H_2$ d'où

$$(10) \qquad M(H_2) \simeq Q\sqrt{2/g}\sqrt{\Delta H + H_2}.$$

Lorsque ΔH est beaucoup plus grand que H_2 nous poserons

$$(11) \qquad M(H_2) \simeq Q\sqrt{2/g}\sqrt{\Delta H}$$

qui pourra également servir de première approximation pour la relation (10).

Appliquons ces résultats aux profils paraboliques. $M(H)$ est tiré de la relation calculée précédemment et nous obtenons

$$(12) \qquad H_2^{4+\frac{2}{n}} = \frac{Q^2\,T^{2/n}}{B^2 g}\,\frac{(n+1)^2(2n+1)^2}{2n^4}\,(\Delta H + H_2).$$

En valeurs relatives, cette formule s'écrit très simplement :

$$(13) \qquad \eta_2^{4+\frac{2}{n}} = \left(8 + \frac{2}{n^2+n}\right)(\Delta\eta + \eta_2).$$

Cas particuliers :

Profil rectangulaire	$\eta_2^4 = 8\,(\Delta\eta + \eta_2)$
Profil parabolique du 2me degré	$\eta_2^5 = 8{,}33\,(\Delta\eta + \eta_2)$
Profil triangulaire	$\eta_2^6 = 9\,(\Delta\eta + \eta_2)$.

Pour tout profil compris entre le rectangle et le triangle l'exposant de η_2 est compris entre 4 et 6 et le coefficient de la parenthèse entre 8 et 9.

En valeurs réelles et pour le profil rectangulaire de largeur $2B$ la formule s'écrit :

$$(14) \qquad H_2^4 = \frac{2Q^2}{B^2 g}\,(\Delta H + H_2).$$

Nous avons voulu connaître la précision de la solution obtenue avec cette formule approchée. En supposant $\Delta\eta$ seul connu (cas le plus fréquent en pratique) nous avons calculé η_2 pour les deux profils rectangulaire et triangulaire. Nous posons donc en première approximation et pour le

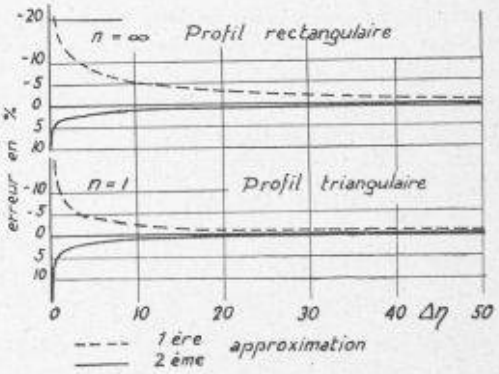

Fig. 8. — Profils paraboliques. Erreur relative du calcul par la formule approchée.

profil rectangulaire $\eta'_2 = \sqrt[4]{8\,\Delta\eta}$. Une seconde approximation est fournie en utilisant cette valeur η'_2 dans la formule $\eta''_2 = \sqrt[4]{8\,(\Delta\eta + \eta'_2)}$. La figure 8 montre l'erreur relative du calcul approché : cette erreur est inférieure à 3 % pour $\Delta\eta > 1$, elle est d'environ 1 % pour $\Delta\eta > 10$.

C'est dire que dans presque tous les cas la formule approchée est d'une précision bien suffisante.

Profils trapézoïdaux

Ainsi que l'indique la figure 9 les paramètres L et φ suffisent à définir le profil.

Le calcul de la section est immédiat :

$$\Omega = 2Lt + t^2\,tg\varphi$$

On décompose de même le trapèze en rectangle et triangle pour obtenir le moment statique

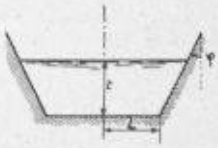

Fig. 9.

$$M = Lt^2 + \frac{t^3}{3} tg\varphi .$$

Comme précédemment, nous calculons H et K par substitution de M et Ω dans les équations (4) et (5)

$$H = \frac{Q^2}{2g(2Lt + t^2 tg\varphi)^2} + t. \tag{15}$$

$$K = \frac{Q^2}{g(2Lt + t^2 tg\varphi)} + Lt^2 + \frac{t^3}{3} tg\varphi. \tag{16}$$

Nous avons choisi comme grandeur de comparaison la profondeur critique du profil rectangulaire correspondant à $\varphi = o$ *

$$t_o = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{4L^2 g}} .$$

En posant

$$\alpha = t_o tg\,\varphi / 4L$$

la charge devient

$$\eta = \tau + 1/2\,(\tau + 2\alpha\tau^2)^2. \tag{17}$$

De même nous obtenons :

$$k = \frac{2\alpha\tau^3}{3} + \frac{\tau^2}{2} + \frac{1}{2\alpha\tau^2 + \tau} . \tag{18}$$

A l'aide de ces deux relations, et effectuant tous les calculs d'une manière analogue à celle employée pour le profil parabolique, nous avons établi le graphique de la figure 10.

Pour le profil trapézoïdal nous pouvons également trouver une formule approchée tirée de l'expression (10). Ce sera :

$$H_2^4 = \frac{2Q^2\,(\Delta H + H_2)}{\left(L + \frac{H_2\, tg\,\varphi}{3}\right)^2 g} \tag{19}$$

ou, en valeurs relatives :

$$\eta_2^4 = 8\,\frac{\Delta\eta + \eta_2}{\left(1 + \frac{4}{3}\alpha\eta_2\right)^2} \tag{20}$$

Mais le calcul par approximations successives ne se présente pas aussi bien que dans le cas du profil parabolique. Si ΔH est connu et H_2 inconnu, il ne suffit plus de négliger H_2 devant ΔH au numérateur, mais il faut encore négliger $H_2\, tg\,\varphi/3$ devant L au dénominateur ; ce dernier étant encore élevé au carré, l'erreur commise s'en trouve accrue et la convergence des approximations est beaucoup moins rapide. La première approximation serait donnée par

$$H_2^4 = \frac{2Q^2\,\Delta H}{L^2 g} \quad \text{ou} \quad \eta_2^4 = 8\,\Delta\eta .$$

On voit que cela revient à assimiler le profil trapézoïdal au profil rectangulaire de même base, ce qui peut être grossièrement faux.

* On pourrait aussi choisir la profondeur critique du profil triangulaire obtenu en faisant $L = o$. Il vient alors :

$$t'_o = \sqrt[5]{\frac{2Q^2}{g\, tg^2\varphi}} \quad \text{et en posant } \alpha' = 4\,B/T\, tg\varphi - 4,$$

l'équation de la charge est :

$$\eta = \tau + 1/(\alpha'\tau + 2\tau)^2 \quad \text{peu différente de (17).}$$

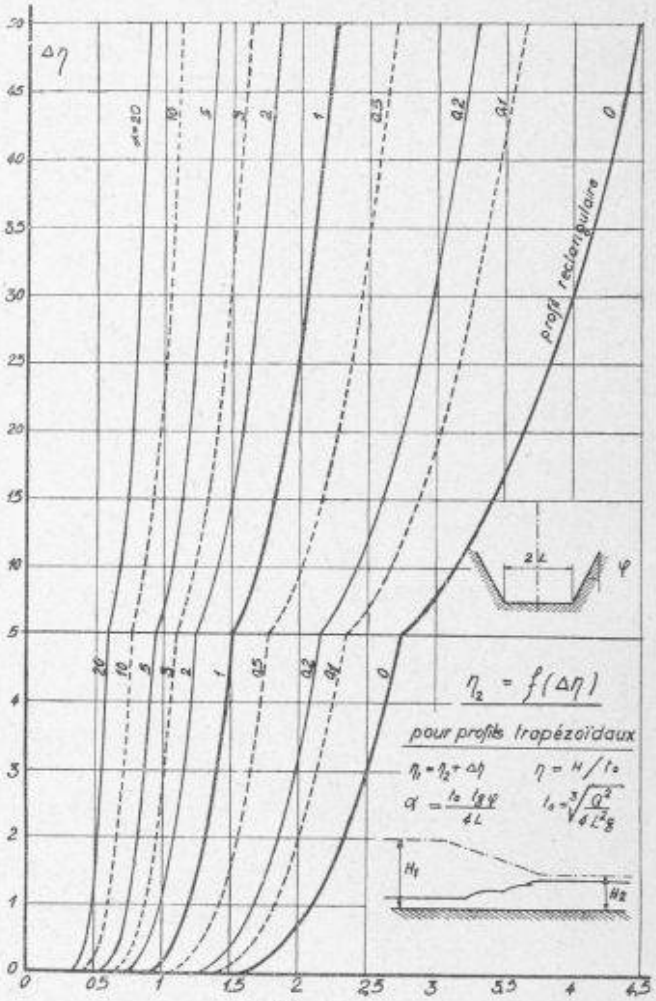

Fig. 10.

Néanmoins, cela ne diminue en rien la précision de la relation complète (19) ou (20). La figure 11 le montre en donnant l'erreur relative des approximations successives calculées pour $\alpha = 0{,}5$ et l'erreur minima due aux simplifications à la base du calcul de la formule approchée.

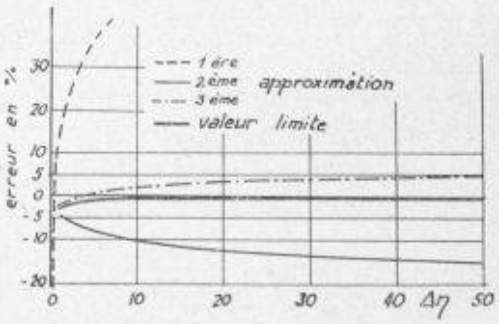

Fig. 11. — Profils trapézoïdaux. Erreur relative du calcul par la formule approché. Cas $\alpha = 0{,}5$.

Exemple numérique

Soit à calculer la cote du radier placé au pied du déversoir de la figure 12. A l'amont le plan de charge est confondu avec le plan d'eau à la cote 116,00. Le débit est fixé à

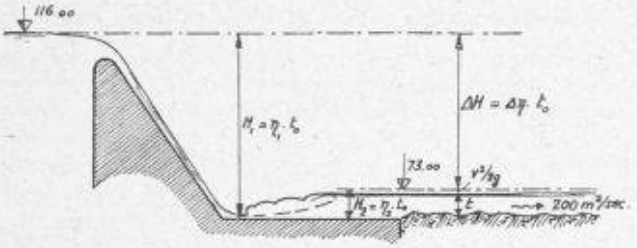

Fig. 12.

200 m³/sec. Le plan de charge aval est à la cote 73.00 (remarquons qu'il doit correspondre à la cote du fond de l'ancien lit augmentée de la profondeur t correspondant à 200 m³/sec et de l'énergie cinétique $v^2/2g$).

1. *Profil parabolique.* Supposons le profil donné par $T = 10$ m $B = 20$ m. et $n = 2$.

La charge à perdre est $116 - 73 = 43$ m. $= \Delta H$.

La profondeur critique est

$$t_{crit} = \sqrt[4]{\frac{200^2 \,.\, 10 \,.\, 27}{4 \,.\, 9{,}81 \,.\, 400 \,.\, 8}} = 3{,}03 \text{ m.}$$

$$\text{d'où} \quad \Delta\eta = 43 : 3{,}03 = 14{,}2.$$

Sur la figure 7 on lit $\eta_2 = 2{,}67$.

La profondeur aval nécessaire est donc $H_2 = 2{,}67 \,.\, 3{,}03 = 8{,}08$ m. Le radier sera à la cote 64,9 m.

Il va sans dire que si le fond naturel était à une cote inférieure à 64,9 le ressaut n'en serait que plus stable.

2. *Profil trapézoïdal.* Il est supposé donné par $L = 10$ m. et $\alpha = 45°$.

Profondeur de comparaison

$$t_0 = \sqrt[3]{\frac{200^2}{4 \,.\, 100 \,.\, 9{,}81}} = 2{,}16 \text{ m.}$$

$$\alpha = 2{,}16 \,.\, 1{,}00/40 = 0{,}054$$

$$\Delta\eta = 43 : 2{,}16 = 19{,}9.$$

La figure 10 nous donne $\eta_2 = 3{,}3$ correspondant à une profondeur de 7,1 m. La cote du radier serait donc à fixer à 65,9 m.

3. *Formule approchée.* Dans le cas du profil parabolique nous avons $\eta_2^5 = 8{,}33\,(\Delta\eta + \eta_2)$. On en tire immédiatement $\eta'_2 = 2{,}6$ en posant $\eta_2 = 0$ dans le second membre, puis $\eta''_2 = 2{,}68$ en seconde approximation.

Pour le profil trapézoïdal, la relation (20) devient $\eta_2^4 = 8\,(\Delta\eta + \eta_2) \,/\, (1 + 0{,}072\eta_2)^2$. En prenant $\Delta\eta = 19{,}9$ nous en tirons les approximations successives suivantes : $\eta'_2 = 3{,}55$, $\eta''_2 = 3{,}30$ et $\eta'''_2 = 3{,}33$.

Conclusions

L'étude qui précède montre que le calcul d'un ressaut hydraulique peut se faire quel que soit le profil en travers envisagé, à condition d'admettre que le phénomène physique obéit à la loi générale exprimée par le théorème de la quantité de mouvement.

Les fonctions $H(t)$, représentant la charge à partir de la profondeur, et $K(t)$ dépendant de la quantité de mouvement définissent paramétriquement la fonction $K(H)$. Celle-ci donne une idée précise des conditions dans lesquelles un ressaut est stable.

L'emploi des valeurs relatives permet, avec une écriture simplifiée, l'étude d'un grand nombre de profils (paraboliques ou trapézoïdaux) pour des valeurs quelconques du débit, des charges ou des dimensions transversales. Nous avons ainsi pu établir des graphiques $\eta_2(\Delta\eta)$ donnant, dans les cas les plus fréquents, la profondeur nécessaire assurant la stabilité d'un ressaut dans lequel une charge $\Delta\eta$ est perdue.

Nous avons également obtenu une formule approchée permettant la résolution rapide du problème en particulier lorsqu'il s'agit de profils paraboliques d'ordre quelconque. L'exemple numérique montre la simplicité et la rapidité du calcul, que l'on utilise les graphiques ou la formule approchée.

Remarquons que les considérations théoriques qui précèdent ne sont valables en toute rigueur que si les hypothèses du calcul sont réalisées. C'est le cas si la totalité de la section d'eau est intéressée au phénomène, avec une répartition uniforme des vitesses, le profil en travers restant invariable le long du ressaut. Si ces conditions ne sont jamais absolument réalisées en pratique, on en est généralement suffisamment proche pour pouvoir appliquer la théorie ; il est d'ailleurs facile de prendre une sécurité soit sur la charge, soit sur la section.

La présence de redents ou autre forme particulière créant une perte d'énergie produit un effet qui échappe à l'analyse mais que des essais sur modèle permettent d'étudier avec toute la précision désirable. Le but de la théorie qui précède n'est pas de se substituer à ces essais, mais bien de fixer les dimensions limites assurant la stabilité du ressaut en l'absence de formes spéciales, celles-ci accroissant généralement la sécurité de fonctionnement de l'ouvrage.

Lausanne, septembre 1948.

LES CONGRÈS

Le IIIème Congrès de l'Union internationale des Ponts et Charpentes à Liège

(13-18 septembre 1948)

Le Comité belge d'organisation avait préparé de main de maître les assises du IIIe Congrès de l'A. I. P. C. Ce congrès avait été précédé, deux mois d'avance, par la parution de la *Publication préliminaire* comportant environ sept cents pages de rapports imprimés dans les trois langues du congrès. Cinq thèmes de discussion avaient été proposés dans l'invitation adressée en temps utile aux membres de l'A. I. P. C.

Il ne saurait être question de reprendre dans ce bref aperçu le détail des multiples problèmes posés ou résolus, mais il peut être utile pour ceux qui se sont intéressés aux problèmes discutés et qui ont pris connaissance du remarquable ouvrage mis sur pied par les secrétaires généraux de l'A. I. P. C., MM. les professeurs F. Stüssi et P. Lardy de l'Ecole polytechnique fédérale, de connaître en bref les conclusions auxquelles s'est arrêté le congrès dans sa séance de clôture.

En voici l'essentiel, dans l'ordre des délibérations :

Thème I : Moyens d'assemblage et détails de la construction en acier

Les échecs subis au cours de ces quinze dernières années dans certaines constructions soudées *conduisent à constater qu'ils sont dus plus souvent à des erreurs de conception qu'à des dimensions insuffisantes ou à des défauts de soudure proprement dite. Il faut viser à limiter dans toute la mesure du*