La théorie de la relativité

Autor(en): **Guillaume, Edouard**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **47 (1921)**

Heft 1

PDF erstellt am: **05.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-36573

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

47me année 8 Janvier 1921 N° 1

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : Dr H. Demierre, ing. Paraissant tous les 15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *La Théorie de la Relativité*, par M. Edouard Guillaume, docteur ès sciences (suite). — *Concours d'idées pour l'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, à Genève.* — *Congrès de la normalisation, à Lausanne* (suite). — Divers : *L'électrification des chemins de fer en Suisse.* — *Association suisse des Electriciens.* — *Pro Campagna.* — *Mission pour Ingénieur mécanicien agricole.* — Nécrologie : *Hans Mathys.* — Bibliographie. — Carnet des concours.

La Théorie de la Relativité

Résumé des conférences faites à l'Université de Lausanne
par M. Edouard Guillaume, docteur ès sciences.

(Suite.) [1]

Plaçons-nous sur S_1 et imaginons que l'origine O_2 de S_2 soit un centre d'ébranlement. Posons :

$$dx_1 = c_1 dt \cos \varphi_1 \; ; \qquad dx_2 = c_2 dt \cos \varphi_2 \, .$$

La transformation de Lorentz dérivée par rapport à t donne, si l'on tient compte de (11) :

$$(15) \qquad c_1 = c_2 \beta (1 + \alpha \cos \varphi_2) \; ; \qquad c_2 = c_1 \beta (1 - \alpha \cos \varphi_1) \, .$$

Pour l'observateur entraîné avec S_2, c'est-à-dire le milieu M_2, le centre O_2 émet des ondes sphériques concentriques, se propageant avec la vitesse c_0. Si, autour de O_2, nous portons des vecteurs-vitesses dans toutes les directions, leurs extrémités seront sur une sphère dont l'équation en coordonnées polaires aura la forme :

$$(16) \qquad c_2 = c_0 \, ,$$

O_2 étant le pôle. Comment le centre O_2 va-t-il émettre dans le milieu M_1, par rapport auquel il est animé d'un mouvement uniforme de vitesse v ? D'abord, il est évident qu'une fois émise, la lumière se propagera dans M_1 avec la vitesse c_0, en vertu même du principe de la constance de la vitesse de la lumière. Aussi bien, ce que nous cherchons, c'est la vitesse relative « instantanée », au moment de l'émission. La réponse nous est donnée par la seconde équation (15) dans laquelle nous devons tenir compte de (16), et l'on voit que l'équation

$$(17) \qquad c_1 = \frac{c_0}{\beta (1 - \alpha \cos \varphi_1)}$$

représente, en coordonnées polaires, un *ellipsoïde* ayant un foyer à l'origine, soit en O_1 si nous considérons l'ébranlement émis par O_2 à l'instant précis où il coïncide avec O_1. La figure 3 ci-contre montre cet ellipsoïde des vitesses. Si le centre O_2 émettait des projectiles avec la vitesse c_0, comme dans la théorie de l'émission, au bout du temps 1 celles-ci formeraient une sphère dont le centre serait à la distance $\overline{O_1 O_2} = v$ de O_1 ; pour S_1, la vitesse des particules vers l'arrière serait $c_0 - v$, et vers l'avant $c_0 + v$. On voit qu'en réalité, ces vitesses sont plus grandes ; elles doivent être multipliées par le facteur β. Il existe deux cercles d'intersection AA' et BB' de l'ellipsoïde avec la sphère de centre O_2 ; leurs points joints à O_1 donnent tous les vecteurs-vitesses identiques à ceux qui résulteraient de la théorie de l'émission. Les sphères dessinées et l'ellipsoïde sont en affinité, les points correspondants se trouvant sur des parallèles à Ox. On peut donc construire

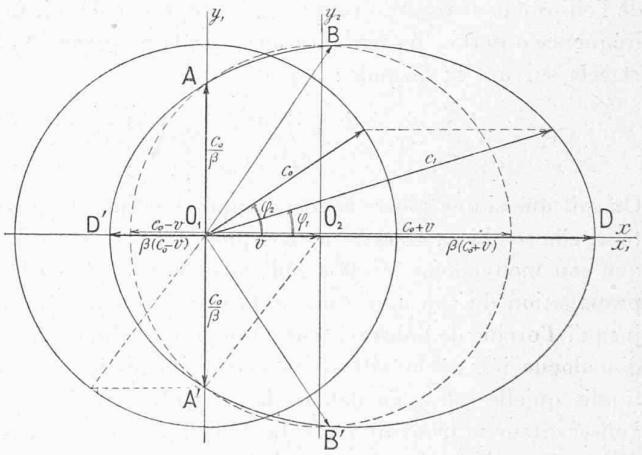

Fig. 3.

immédiatement le vecteur c_1 de direction φ_1 correspondant au vecteur c_0 de direction φ_2 dans M_2. On tire, en effet, de (15) :

$$(18) \qquad \cos \varphi_1 = \frac{\cos \varphi_2 + \alpha}{1 + \alpha \cos \varphi_2}$$

qui exprime l'*aberration* lumineuse, c'est-à-dire la déviation que subit un rayon par suite du mouvement de l'observateur, et l'on obtient en formant $1 - \cos^2 \varphi_1$:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \varphi_2}{\beta (1 + \alpha \cos \varphi_2)}$$

de sorte que

$$c_1 \sin \varphi_1 = c_0 \sin \varphi_2 \, . \; (^1)$$

Cherchons comment se transforment les périodes Θ_1 et Θ_2 du centre d'ébranlement, lorsqu'on passe du milieu M_2

[1] Voir *Bulletin technique* du 25 décembre 1920, page 301.

[1] Cette démonstration très simple m'a été obligeamment communiquée par M. Willigens.

Nos nouveaux abonnés pour 1921, qui désireraient recevoir la première partie de la notice de M. Guillaume, voudront bien en informer notre administration qui leur enverra, gratuitement, un exemplaire de notre numéro du 25 décembre 1920.

au milieu M_1, autrement dit cherchons la formule du *phénomène de Doppler-Fizeau.* Nous l'obtiendrons facilement si nous considérons un train d'ondes lumineuses planes ; un tel train est, en effet, représenté par une sinusoïde telle que (8) ou (9). L'on voit d'ailleurs immédiatement que la seconde relation (10) est identique à (18) si l'on pose $l_1 = \cos \varphi_1$ et $l_2 = \cos \varphi_2$; les deux dernières équations (10) donnent les relations entre les cosinus des angles formés par la direction du train d'ondes avec les axes O_1y_1, O_2y_2 ; O_1z_1, O_2z_2 respectivement. Quant à la première équation (10), elle fournit les mesures de la longueur d'onde ; en la divisant par c_0, on obtient la relation entre les périodes, à savoir :

$$\Theta_1 = \frac{\Theta_2}{\beta(1 + \alpha \cos \varphi_2)}. \tag{19}$$

Introduisons leurs inverses, les fréquences N_1 et N_2, et comparons à la première équation (15). On obtient :

$$\frac{c_1}{N_1} = \frac{c_2}{N_2}. \tag{20}$$

relation aussi simple que remarquable. Supposons que l'observateur ait son œil placé sur l'axe O_1x_1, à droite de l'ellipsoïde et regarde vers O_2 qui s'approche de lui. La fréquence observée N_1 sera plus forte que la fréquence N_2, et cela suivant la formule :

$$N_1 = N_2 \frac{c_1}{c_2} = N_2 \frac{\beta(c_0 + v)}{c_0} = N_2 \sqrt{\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}}.$$

On sait que si une source sonore s'approche d'un observateur, elle semblera émettre un son plus élevé, alors même que son mouvement n'influe nullement sur la vitesse de propagation du son dans l'air de la première onde émise jusqu'à l'oreille de l'observateur. Il se passe quelque chose d'analogue ici, où la vitesse au centre d'émission est c_1 tandis qu'elle est c_0 en dehors de ce centre. Si l'œil de l'observateur se trouvait à gauche de l'ellipsoïde, le centre d'ébranlement s'éloignerait de lui, et la fréquence observée serait :

$$N_1 = N_2 \frac{\beta(c_0 - v)}{c_0} = N_2 \sqrt{\frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}}.$$

Il est très remarquable qu'il existe un phénomène de Doppler transversal. Si, en effet, l'observateur regarde perpendiculairement à O_1x_1 il voit passer la source juste devant lui, celle-ci lui semblera plus *rouge* qu'elle n'est, conformément à la formule :

$$N_1 = N_2 \frac{\sqrt{c_0^2 - v^2}}{c_0} = N_2 \sqrt{1 - \alpha^2}. \tag{21}$$

La fig. 3 nous permet de calculer sans peine l'*expérience de Michelson et Morley.* Considérons sur S_1 une équerre $A_1O_1B_1$, dont les côtés O_1A_1 et O_1B_1 ont même longueur d et portent en A_1 et B_1 des petits miroirs perpendiculaires à leurs côtés respectifs, A_1 tombant sur O_1y_1 et B_1 sur O_1x_1. L'expérience en question consiste essentiellement à comparer le temps Δt_y qu'emploie un rayon lumineux à parcourir le chemin $O_1A_1O_1$ au temps Δt_x qu'emploie un autre rayon à parcourir le chemin $O_1B_1O_1$, dans l'hypothèse où ces rayons se composeraient exclusivement de centres émis et émettant avec la vitesse c_0 pour l'observateur entraîné avec S_2. La figure donne immédiatement :

$$\Delta t_y = \frac{d}{O_1A} + \frac{d}{O_1A'} = \frac{2d\beta}{c_0} = \frac{2d}{\sqrt{c_0^2 - v^2}}$$

$$\Delta t_x = \frac{d}{O_1D} + \frac{d}{O_1D'} = \frac{d}{\beta}\left(\frac{1}{c_0 + v} + \frac{1}{c_0 - v}\right) = \frac{2d}{\sqrt{c_0^2 - v^2}},$$

donc $$\Delta t_y = \Delta t_x.$$

Ces temps sont donc *égaux,* de sorte que si l'on utilise les rayons pour produire des interférences en O_1, on ne constatera aucun déplacement de franges lorsque l'équerre pivote autour de son sommet O_1. C'est bien ce que révèle l'expérience. On voit que l'égalité provient du facteur β au dénominateur de l'expression de Δt_x. L'on comprend dès lors que Lorentz et Fitz-Gerald aient proposé de conserver les relations de la Cinématique classique, en admettant en compensation que la longueur d se « contracte » dans la direction du mouvement et devient $d : \beta$. On s'imaginera que S_2 représente l'Ether immobile exerçant une pression sur la Terre S_1 en mouvement avec la vitesse $-v$ (de droite à gauche sur la figure 3). Nous reviendrons plus loin sur la signification de la « contraction ».

Abordons les phénomènes où la matière intervient, et cherchons comment les milieux M se meuvent les uns par rapport aux autres. A cet effet, il nous faut déterminer la *règle de composition des vitesses.* Considérons le cas simple que nous avons représenté en Mécanique par les relations (4). Les vitesses satisfont alors à l'équation (5), qu'on obtient en dérivant par rapport à t l'une quelconque des relations (4). La règle que nous cherchons s'obtiendra semblablement en dérivant la transformation de Lorentz (7). Or, celle-ci est intimément liée à la lumière, c'est-à-dire à des phénomènes de propagation ondulatoire ; il faut donc s'attendre à ce que *tous* les mouvements qui en dérivent aient ce même caractère et présentent des phénomènes d'aberration et de Doppler. Il ne sera donc plus possible de mettre une cloison étanche entre l'énergie rayonnante et la matière proprement dite. En outre, et c'est ce qu'il y a de très curieux, nous pourrons prendre dans chaque milieu M la vitesse de propagation de la lumière comme une vitesse de comparaison et « réduire » toutes les autres à celle-ci prise comme unité. Ainsi, du point de vue ondulatoire, peu nous importera la vitesse réelle d'un point physique ; ce qui est nécessaire pour l'étude des phénomènes, c'est de connaître cette vitesse comparativement à la vitesse de la lumière dans le milieu M considéré, et cette vitesse constitue, dans ce milieu, une limite qui ne peut être dépassée par aucune autre vitesse, comme nous allons le voir. Pour simplifier, nous admettrons ici que les deux dernières relations (7) ne

dépendent pas de t. Les deux premières nous permettront de former les rapports $\dot{x} : \dot{u}$. Posons :

$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{u}_1} = v_{13} \; ; \qquad \frac{\dot{x}_2}{\dot{u}_2} = v_{23} \; ; \qquad \alpha = v_{12}$$

on obtient :

$$v_{13} = \frac{v_{12} + v_{23}}{1 + v_{12} v_{23}} \, . \tag{22}$$

On voit combien profonde est la différence entre cette règle de composition des vitesses et celle de la Mécanique (5). En particulier les extrémités de la résultante v_{13} ne coïncident pas avec les extrémités de la somme $v_{12} + v_{23}$; la résultante est plus petite. Cette propriété est spécifique de la transformation de Lorentz, comme on peut le montrer dans le cas général.

On voit, comme nous le disions, qu'à la vitesse de la lumière $v_{23} = 1$ dans S_2 correspond la vitesse de la lumière $v_{13} = 1$ dans S_1, et cette valeur 1 ne peut être dépassée.

La figure ci-contre (fig. 4) montre comment les systèmes apparaissent les uns aux autres. Alors que la règle (5) donne une figure unique pour les trois systèmes à tout instant t, à la règle (22) correspondent trois figures, selon qu'on suppose l'observateur sur S_1, sur S_2 ou sur S_3. Comme il est impossible qu'un même système soit à la fois en deux endroits différents, l'observateur qui est sur S_1, par exemple, ne voit pas S_2 et S_3 dans leurs positions vraies, mais dans des positions apparentes $S_{2,1}$ et $S_{3,1}$. Si l'on se place sur S_2, S_1 et S_3 prennent les positions apparentes $S_{1,2}$ et $S_{3,2}$, etc.

Remarquons d'ailleurs que si les vitesses sont faibles comparées à celle de la lumière, les v_{ik} sont voisines de zéro, et l'on peut négliger le produit $v_{12} v_{23}$ devant l'unité ; la relation (22) devient identique à (5). Comme nous le disions, la *T. R.* constitue une première approximation de la Mécanique.

Pris deux à deux, les systèmes se meuvent comme des touts rigides indéformés, et l'on peut représenter leurs mouvements par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{1,2} = X_{2,1} + v_{12} t \, ; \quad X_{2,3} = X_{3,2} + v_{23} t \, ; \\ \qquad X_{1,3} = X_{3,1} + v_{13} t \end{array} \right. \tag{23}$$

qui se substituent à (4).

Nous résumerons toutes ces propriétés remarquables en disant que la *Théorie de la relativité restreinte exprime, physiquement, des mouvements avec* ABERRATION.

On voit par là combien complexes sont les mouvements relatifs de la matière et de l'énergie. Pour l'instant, nous ne savons rien du mécanisme intime de ces phénomènes, et nous devons nous contenter de ce que nous donne la transformation de Lorentz. Est-il possible, cependant, de dire quelque chose des positions et des vitesses *vraies* des systèmes ? On remarquera que si Ω_{12}, Ω_{13}, Ω_{23} représentent les vitesses réelles, chacune d'elles ne peut être fonction que de la vitesse apparente correspondante et doit s'additionner aux deux autres suivant une relation analogue à (5). On doit donc avoir :

$$\Omega_{13}(v_{13}) = \Omega_{12}(v_{12}) + \Omega_{23}(v_{23}) \, . \tag{24}$$

Il est très remarquable qu'en prenant pour Ω_{ik} l'argument ayant v_{ik} pour tangente hyperbolique, on satisfait à l'équation fonctionnelle (24). Ainsi, les points énergético-matériels auraient pour trajectoires *vraies* des arcs de géodésiques de surfaces à courbure négative. A l'avenir de dire si cette conséquence est acceptable.

L'illustration la plus remarquable de la règle d'addition (22) est constituée par la célèbre *expérience de Fizeau*

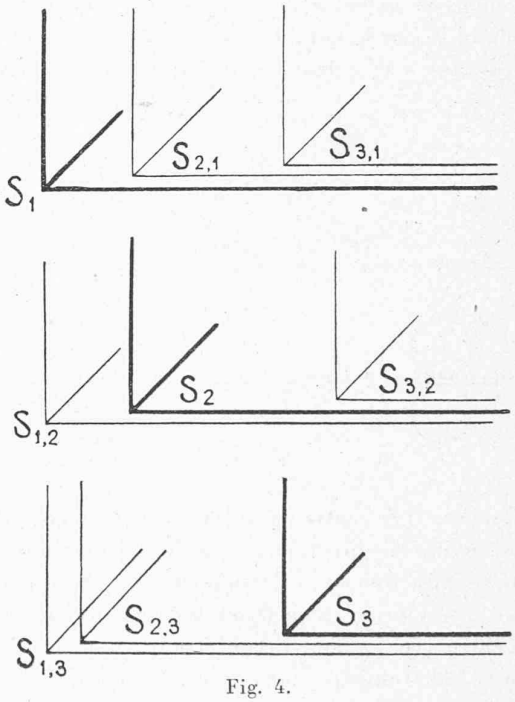

Fig. 4.

sur l'entraînement partiel de la lumière par l'eau en mouvement (fontaine lumineuse). Supposons qu'un tube S_1 soit parcouru par un courant d'eau S_2, dans lequel se propage un faisceau lumineux S_3. Nous poserons, en appelant n l'indice de réfraction de l'eau :

$$v_{23} = \frac{1}{n} \; ; \qquad c_0 = 1 \, ,$$

et la relation (22) donne :

$$v_{13} = \frac{v_{12} + \frac{1}{n}}{1 + \frac{v_{12}}{n}} = \frac{1}{n} + v_{12} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) ;$$

l'on tombe immédiatement sur le coefficient bien connu d'*entraînement partiel* de Fresnel.

Il est très important de remarquer que la formule (22) s'interprète immédiatement à l'aide de l'ellipsoïde de la figure 3. Observons d'abord que les quantités v_{12}, v_{23}, v_{31}, sont des nombres purs et qu'on ne change que l'échelle en multipliant les deux membres de (22) par c_0, qui est

homogène à une vitesse. Cela dit, posons dans le cas de l'expérience de Fizeau :

$$\cos \varphi_2 = \frac{1}{n}, \qquad \text{d'où} \qquad \cos \varphi_1 = \frac{1 + \alpha n}{n + \alpha}.$$

On déduit de l'équation de l'ellipsoïde :

$$c_1 = \beta \left(c_0 + \frac{v}{n} \right)$$

et en appelant q_1 la projection de c_1 sur l'axe $O_1 x_1$:

$$q_1 = \beta \left(\frac{c_0}{n} + v \right)$$

Or, ce que l'on observe, ce n'est pas la vitesse q_1 elle-même, mais la valeur réduite $c_0 v_{13}$ que l'on obtient en multipliant q_1 par le nombre pur $c_0 : c_1$, autrement dit en la rapportant à la valeur c_1 qu'aurait pour S_1 la vitesse

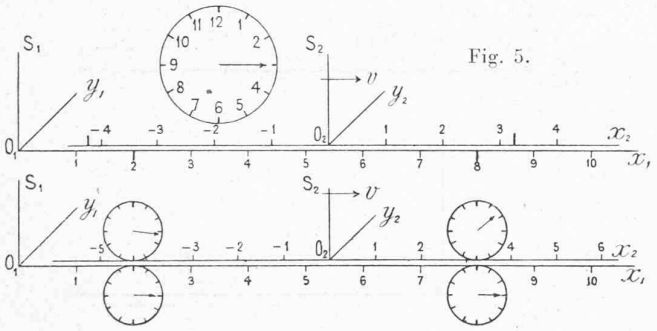

Fig. 5.

Fig. 6.

de la lumière si le centre en mouvement O_2 émettait dans le *vide* suivant la direction φ_1. Cette valeur réduite n'est pas autre chose que la projection sur $O_1 x_1$ de la partie du vecteur c_1 comprise entre O_1 et le cercle ayant ce point pour centre avec c_0 pour rayon. Toutes les vitesses satisfaisant à (22) tombent dans ce cercle. En définitive, on voit qu'on se trouve en présence d'une *Cinématique homographique*, dont les constructions résultent de la figure 3. Tel est le sens mathématique profond de la transformation de Lorentz.

Il nous reste à parler du *temps relatif* d'Einstein et de la fameuse *contraction* de Lorentz.

Soit c un nombre fixe que nous supposerons homogène à une vitesse, et posons :

$$(25) \qquad \frac{u_1}{c} = \tau_1 ; \qquad \frac{u_2}{c} = \tau_2 .$$

Comme nous l'avons dit, Einstein eut l'idée d'admettre que τ_1 représentait le « temps » du système S_1 et τ_2 le « temps » du système S_2. Ainsi, chaque système — chaque milieu — aurait son « temps » à lui. Qu'est-ce que cela veut dire et sur quelle horloge devons-nous les lire, autrement dit quelles *unités* faut-il écrire après les τ ?

Einstein va lui-même nous tirer d'embarras, il pose en effet :

$$(26) \qquad c = c_0$$

et comme nous avons pris $c_0 = 300\,000$ km/sec, c'est en secondes que nous devons compter les τ. Pour en voir les conséquences, nous allons nous servir d'un exemple numérique. Supposons que $v = 180\,000$ km/sec, donc $\alpha = \frac{3}{5}$; $\beta = \frac{5}{4}$. Nous appellerons *événement élémentaire* tout couple de valeurs : $E(L$ km ; T sec). Cela posé, envisageons sur l'axe $O_1 x_1$ de S_1 les points situés à la distance $x_1' = 200\,000$ km et $x_1'' = 800\,000$ km. de O_1, au moment précis où notre horloge marque 3 sec. Alors l'origine O_2 de S_2 sera à la distance $180\,000 \times 3 = 540\,000$ km de O_1, et si nous appliquons la première relation (1), nous voyons qu'aux abscisses x_1' et x_1'' correspondront respectivement les abscisses $x_2' = -340\,000$ km; $x_2'' = 260\,000$ km. En d'autres mots aux événements élémentaires

$$E_1'(200\,000 \text{ km} ; 3 \text{ sec}) ; \qquad E_1''(800\,000 \text{ km} ; 3 \text{ sec})$$

considérés dans S_1 correspondront les événements élémentaires

$$E_2'(-340\,000 \text{ km} ; 3 \text{ sec}) ; \qquad E_2''(260\,000 \text{ km} ; 3 \text{ sec})$$

dans S_2. Ils sont l'un et l'autre séparés par la même distance de 600 000 km.

Mais Einstein ne procède pas comme cela. Il pose :

$$(27) \qquad \tau_1' = \tau_1'' = 3 \text{ sec}$$

et utilise uniquement la transformation (7). On calcule alors facilement qu'aux événements E_1' et E_1'' correspondent sur S_2 les événements

$$\mathcal{E}_2'(-425\,000 \text{ km} ; 3{,}25 \text{ sec}) ; \qquad \mathcal{E}_2''(325\,000 \text{ km} ; 1{,}75 \text{ sec}).$$

Mais qu'est-ce que cela peut bien vouloir dire qu'aux points d'abscisses 200 000 km et 600 000 km envisagés sur S_1 à l'instant 3 sec, correspondent sur S_2 les points d'abscisses — 425 000 km et 325 000 km considérés respectivement aux instants 3,25 sec et 1,75 sec ? (Fig. 5).

Remarquons d'abord que la distance des abscisses sur S_2 est de 750 000 km et non de 600 000 km, et c'est ici que l'ingéniosité d'Einstein se manifesta de façon vraiment extraordinaire, unique dans les annales de la Science. Supposons, dit-il, que nous mesurions avec une immense chaîne d'arpenteur une longueur de 750 000 km sur S_2, et que des observateurs placés sur S_1 déterminent au même instant (3 sec) les positions des extrémités de cette longueur sur $O_1 x_1$; en mesurant, avec la *même* chaîne d'arpenteur, la distance qui sépare ces positions, on ne trouvera que 600 000 km, autrement dit, la longueur en question « jugée » depuis S_1 (von S_1 aus beurteilt) paraîtra plus courte (fig. 6). Ainsi, un même segment aura deux longueurs : une longueur *géométrique*, mesurée à la chaîne d'arpenteur, et une longueur *cinématique* variable, déterminée en pointant au même instant les positions des extrémités du segment dans le système par rapport auquel il est en mouvement[1]. Plus sa vitesse est grande, plus le segment paraîtra raccourci, et sa lon-

[1] La chaîne d'arpenteur est introduite ici pour accroître l'effet paradoxal. Par suite de nos habitudes, elle évoque l'idée d'unité de longueur immuable et absolue. Mais, comme toute autre longueur, elle subit la « contraction » lorsque transportée sur S_2 nous la « jugeons » depuis S_1, et en adoptant le point de vue relativiste, on doit toujours s'imaginer qu'on se place sur un système bien déterminé pour en « juger » un autre.

gueur cinématique deviendrait nulle si le segment acquérait la vitesse de la lumière. C'est là l' « explication » de la « contraction » de Lorentz. S'agit-il d'une véritable « contraction » apparente, si l'on ose s'exprimer ainsi, comme serait celle d'une allumette regardée à travers une lentille concave ? Nullement, car le temps vient se mêler à l'affaire. Le calcul montre, avons-nous vu, qu'aux deux pointages faits au même instant 3 sec dans S_1 correspondent dans S_2 des instants différents 3,25 sec et 1,75 sec. On en a conclu que des événements simultanés par rapport à un système n'étaient pas simultanés « jugés » d'un système en mouvement. C'est cela qui constitue la « relativité de la simultanéité ». Le temps et l'espace s'uniraient intimement pour former une entité supérieure l'« Univers », dont le temps serait la quatrième dimension et que l'on ne pourrait décomposer sans mutilation. Pour concrétiser ces résultats, on admet que le « temps » de S_2, jugé de S_1, paraît allongé. Considérons une horloge entraînée avec S_2, ce que Einstein exprime en posant $\Delta x_2 = 0$; la seconde équation (7) donne :

$$\Delta\tau_1 = \beta\Delta\tau_2 . \tag{28}$$

Et comme $\beta = \frac{5}{4}$, en posant $\Delta\tau_2 = 1$ sec, on voit que

$$\Delta\tau_1 = 1\,{}^1/_4 \text{ sec}.$$

Ainsi, une horloge au repos sur S_2 et qui bat la seconde pour ce système, semblerait aller moins vite pour un observateur sur S_1 qui voit passer l'horloge devant lui. Le « temps » de S_2 s'écoulerait plus lentement jugé depuis S_1. Bref, on est arrivé à se faire du système S_2 jugé de S_1 l'image que représente la figure 6. Mais alors une question bien naturelle se pose : est-il vraiment nécessaire de passer par toutes ces conventions pour aboutir à cette figure ? Une autre convention très simple permet de l'obtenir immédiatement : il suffit d'admettre que les nombres 750 000 et 600 000 représentent la *même* longueur, en d'autres mots que l'on mesure cette longueur avec des *unités différentes*. Semblablement, on admettra que $\Delta\tau_1$ et $\Delta\tau_2$ dans (28) sont des mesures différentes de la même durée [1]. Cette supposition *s'impose* du reste lorsqu'on se souvient que $\Delta\tau_1$ et $\Delta\tau_2$ sont proportionnels aux accroissements *concomitants* du chemin lumineux mesurés respectivement dans S_1 et dans S_2. En conséquence, nous n'écrirons pas la relation (26) pour les deux systèmes *à la fois*. On conviendra, par exemple, de prendre au lieu de (25) :

$$\frac{u_1}{c} = \frac{u_1}{c_0} = \tau_1 ; \qquad \frac{u_2}{c} = \tau_2$$

où c représente bien le *même chiffre* (300 000) dans les deux relations et possède les dimensions d'une vitesse, mais où l'unité de temps n'est pas la même dans les deux cas [1]. Dans la première c et τ_1 seront exprimés en secondes, tandis que dans la deuxième, c et τ_2 seront exprimés en une autre unité de temps Θ_2 telle que

$$1^{\text{sec}} . \Delta\tau_1 = \Theta_2 . \Delta\tau_2 \tag{29}$$

d'où en tenant compte de (28) :

$$\Theta_2 = \beta = 1\,{}^1/_4 \text{ sec}. \tag{29'}$$

Si donc on mesure le temps en secondes avec un pendule, celui qui donnera le chiffre $\Delta\tau_2$ pour une durée de $\Delta\tau_1$ sec devra avoir une durée d'oscillation de $1\,{}^1/_4$ sec.

Comme, dans la *T. R.*, les τ sont proportionnels aux chemins u parcourus par la lumière, et les périodes Θ sont toujours celles d'ébranlements lumineux, on obtient en multipliant (20) par Δt, et en tenant compte de (25) ainsi que du fait que les fréquences sont les inverses des périodes, la forme remarquable :

$$\Theta_1 . \Delta\tau_1 = \Theta_2 . \Delta\tau_2 ,$$

qui vient justifier nos affirmations. D'ailleurs, on déduit directement (29') de la relation Doppler-Fizeau (19), en remarquant que poser $\Delta x_2 = 0$ revient à poser $\cos\varphi_2 = 0$ et que $\Theta_1 = 1$ sec.

Nous allons quitter ces considérations purement cinématiques pour jeter un coup d'œil sur la partie *dynamique* de la théorie. La place nous manque pour développer les calculs. Nous devons nous borner à enregistrer les résultats.

Il est facile de voir que si v tend vers 0, autrement dit si S_1 et S_2 sont animés l'un par rapport à l'autre d'une faible vitesse comparée à celle de la lumière, on peut négliger α^2 devant l'unité et poser $\beta = 1$. Alors la transformation (7) devient, à la limite, identique à (1). Donc, pour les faibles vitesses, nous pourrons conserver la relation de Newton :

masse × *accélération* = *force*.

Considérons un point matériel, qui, au repos, possède la masse m. Si ce point est animé de la vitesse v par rapport à un système galiléen S_1, il existera toujours, à chaque instant, un système galiléen instantané S_2, momentanément immobile relativement au point, et tel par suite que la relation de Newton soit valable. L'applica-

[1] Si l'on imagine une montre avec laquelle on mesurerait les durées d'une part avec la grande, d'autre part avec la petite aiguille en repérant leurs positions sur la division du cadran en 60 parties, les nombres obtenus τ_G et τ_P pour une même durée satisferaient évidemment à la relation

$$\tau_G = 12\tau_P .$$

Pour une heure, par exemple, on a $\tau_P = 5$, d'où $\tau_G = 60$. D'un autre côté, les durées (en secondes p. ex.) Θ_G, Θ_P des révolutions de chacune des aiguilles satisfont à la relation

$$12\Theta_G = \Theta_P ,$$

de sorte que :

$$\Theta_G . \tau_G = \Theta_P . \tau_P ,$$

qui signifie que lorsqu'on mesure une même durée à l'aide d'horloges de périodes différentes Θ_G, Θ_P, ..., les nombres obtenus τ_G, τ_P, ... sont en raison inverse des périodes.

[1] On voit qu'on a ainsi un moyen simple pour exprimer avec un seul et même nombre les différentes grandeurs de la vitesse de la lumière, telles que celles représentées par l'ellipsoïde de la figure 3. Au lieu de dire qu'un train fait du 100, du 50, etc., à l'heure, on peut dire qu'il parcourt 100 km. en une heure, en deux heures, etc.

tion de la transformation de Lorentz permettra de passer de S_2 à S_1, c'est-à-dire de trouver le mouvement rapporté à ce dernier système. Le résultat du calcul montre qu'il faut distinguer entre la masse *longitudinale* (correspondant à l'accélération tangentielle) et la masse *transversale* (correspondant à l'accélération normale). L'une et l'autre de ces masses tendent vers l'infini lorsque la vitesse du mobile s'approche de la vitesse de la lumière. Cette vitesse constituerait donc une limite inaccessible à la matière.

Quant à l'*énergie cinétique* du point, elle se présente sous la forme :

$$m\beta c_0^2 = mc_0^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c_0^2} + \ldots$$

On voit que, si v est faible devant c_0, l'énergie est donnée par le second terme, et se confond avec l'énergie cinétique newtonienne. Pour trouver la signification du premier terme, il faut examiner de plus près les lois que suit l'énergie rayonnante dans le vide. On vérifie d'abord facilement que les équations du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz sont covariantes pour la transformation de Lorentz. Cela posé, imaginons qu'un corps immobile sur S_2 absorbe la quantité E d'énergie rayonnante ; relativement à S_1, le calcul montre que cette énergie prend la forme βE, de sorte que l'énergie totale du corps devient :

$$\beta(mc_0^2 + E) = \left(m + \frac{E}{c_0^2}\right)\beta c_0^2 .$$

En comparant à la relation précédente, on voit que le corps a même énergie que si, animé de la vitesse v, il avait la masse $\left(m + \frac{E}{c_0^2}\right)$. *L'énergie et la masse se confondent*, et le terme mc_0^2 représente l'énergie du corps avant l'absorption de la quantité E. Le principe de la conservation de la masse et celui de la conservation de l'énergie n'en forment plus qu'un seul.

On comprend mieux maintenant ce que nous disions au début et les difficultés énormes qui se présentent lorsqu'on veut repérer les mouvements. C'est le repère lui-même, la matière, qui nous glisse entre les mains. Imagine-t-on les difficultés si nous voulions déterminer le mouvement d'un mobile en prenant, comme corps de référence, un nuage soumis à tous les caprices des vents, et dont certaines parties se condenseraient en pluie alors que d'autres se formeraient ?

Aussi bien, faut-il rendre ici un éclatant hommage aux mathématiciens, qui ont su forger d'admirables instruments sans lesquels la Physique aujourd'hui serait impuissante. C'est ce qu'Einstein a parfaitement compris, et laissant de côté les représentations intuitives des phénomènes, il s'est demandé comment on pourrait utiliser la *covariance* pour attaquer les phénomènes de gravitation.

(*A suivre.*)

Concours d'idées pour l'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, à Genève.

(Suite.) [1]

II. N° 4, *Ou à la Trinité.* — Cette composition vivante bien adaptée au terrain, offrant un lotissement organique, habilement traité, dispose les différents bâtiments dans un ordre dispersé sur le pourtour du terrain, en bordure des voies publiques ; la clarté du système de liaison des édifices principaux est réalisée par des combinaisons heureuses de constructions basses (gymnastiques, préaux couverts, portiques, etc.). Tous les angles, notamment, sont parfaitement composés.

Le centre du projet est constitué par une place publique tranquille, de forme allongée, avec plantations, fontaine ou monument, placée, en doublure du Chemin Hoffmann, et sur laquelle se développent, bien en vue, les façades principales et d'entrée de la Mairie et de la Maison Communale. Le refuge et la circulation pour les véhicules appelés à desservir ces bâtiments sont judicieusement compris. Le retrait — éventuel — de l'alignement du Chemin Hoffmann, au nord-ouest, se combinant avec la composition de la place offre une solution originale. Quant au carrefour proprement dit, il est simplement et parfaitement conçu et adapté aux futures maisons urbaines.

La distribution de la Mairie (susceptible d'interversion des locaux suivant les besoins) quoique paraissant un peu serrée, est bonne. La Maison Communale qui forme un ensemble heureux avec la Mairie renferme au rez-de-chaussée la salle de réunion desservie par un beau vestibule à trois portes d'accès. Les vestiaires sont amples, toutefois la buvette est mal placée au sous-sol. Le Bâtiment scolaire, placé en retrait du Chemin des Asters, avec une façade légèrement incurvée, mais un peu longue, présente une distribution judicieuse et une excellente orientation de toutes les classes, réparties en un rez-de-chaussée et deux étages. La distance de 25 à 26 mètres prévue entre la façade de l'école et les immeubles de la rue des Asters assure l'éclairement et l'ensoleillement rationnel des locaux d'enseignement. Les escaliers des écoles primaires coupent la circulation de l'école enfantine, il y aurait lieu (sans que cette modification apporte de changement essentiel) de placer les escaliers sur la façade principale, selon la disposition du projet N° 5 ; l'affirmation sur la rue, du pavillon central existant sur la cour romprait heureusement la monotonie de la face principale. L'auteur conserve intégralement l'école actuelle, les locaux étant affectés aux classes enfantines : bonne solution. (Fig. 6 et 7.)

La gymnastique sur le Chemin Schaub est trop étroite (9 m. 50 au minimum sont nécessaires), mais il est facile de remédier à ce défaut. Divisés en deux par une des salles de gymnastique, les préaux, d'une bonne configuration, sont abrités de la bise par le préau couvert qui longe le Chemin Schaub, toutefois, orientés au nord-ouest, leur ensoleillement rationnel est en partie diminué par l'ombre du Bâtiment scolaire. Enfin le bruit du préau de l'école enfantine risque de troubler la tranquillité requise pour les locaux de travail placés sur la face postérieure de la Mairie (cabinet du maire, secrétaire, etc.).

Malgré la variété des éléments, l'architecture des édifices, d'une grande unité de composition, est robuste, sobre et saine. La Mairie rappelle l'aspect de la « Grenette » de la Grande-Place de Vevey. Cependant, les clochetons de la

[1] Voir *Bulletin technique* du 11 décembre 1920, page 297.