Résistance des matériaux: calcul des poutres continues sur piliers élastiques

Autor(en): **Busset-Schiller, J.-P.-L.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **46 (1920)**

Heft 19

PDF erstellt am: **16.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-35807

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

LA NOUVELLE INSTALLATION D'ASSAINISSEMENT DE CODIGORO

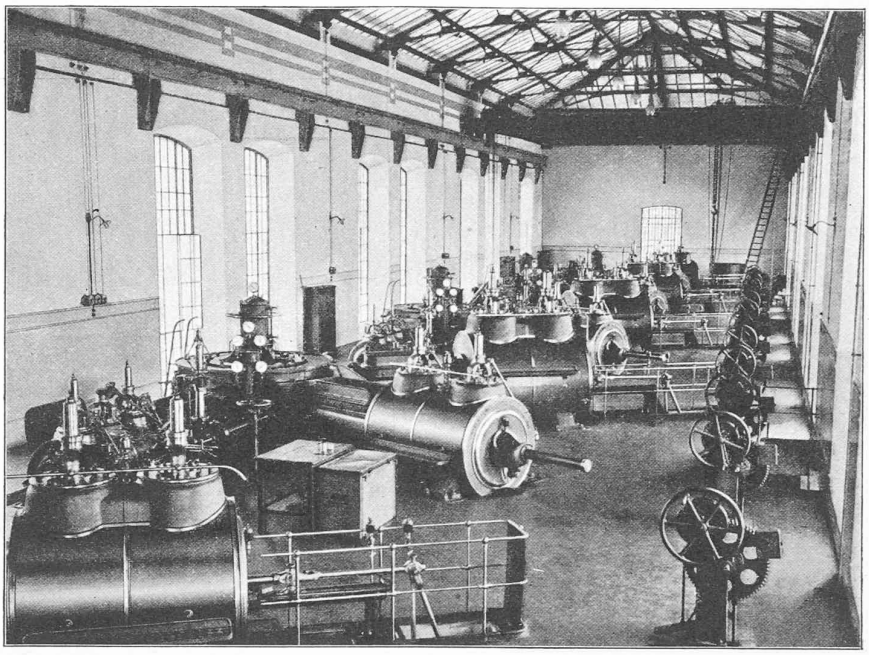

Fig. 24. Vue générale de la salle des machines de la nouvelle usine de pompage de Codigoro. Equipement mécanique de *Sulzer Frères.*

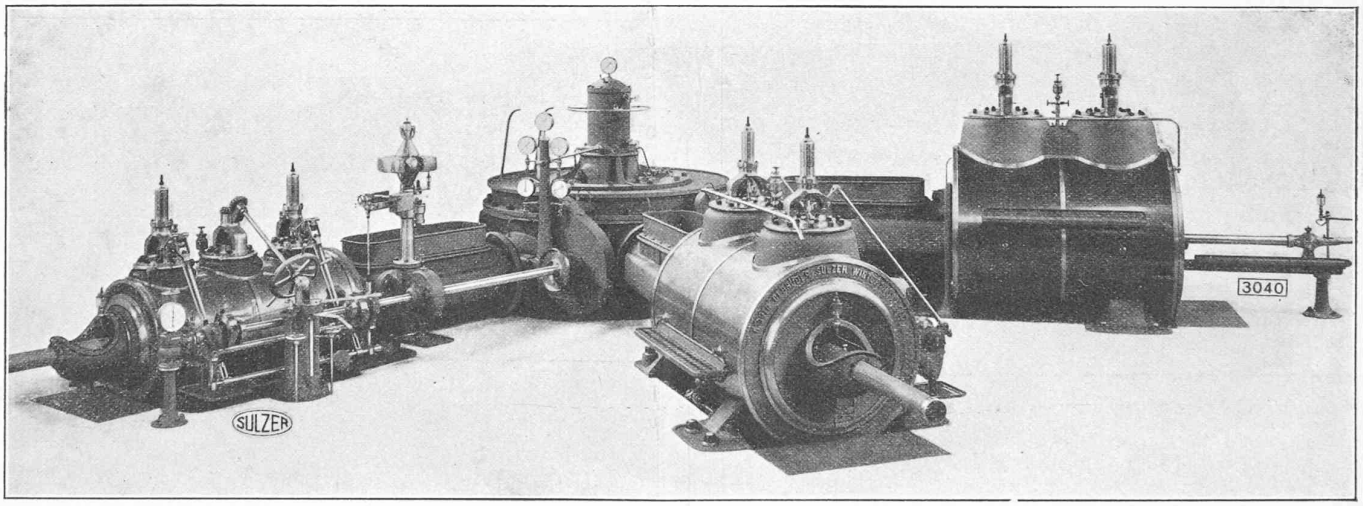

Fig. 25. — Machine à vapeur à triple expansion 800-1200 HP, 105 a 122 tours par minute, construction *Sulzer Frères,* pour la nouvelle usine de Codigoro.

Résistance des matériaux

Calcul des poutres continues sur piliers élastiques

par J.-P.-L. Busset-Schiller, ingénieur civil.

(Suite et fin) [1]

Action d'une augmentation de température de 1° Centigrade.

Suivant la méthode indiquée nous supposons que le déplacement d_1 du premier nœud à gauche est nul d'où $tg.\ \delta_1 = 0$. Le déplacement du deuxième nœud donne au pilier central une inclinaison mesurée par la tangente trigonométrique de l'angle δ_2 :

$$\text{tg. } \delta_2 = \frac{d_2}{h_2} = \frac{1 \times \overbrace{0{,}000012 \times 10}^{1 \times \delta t^\circ}}{5} = 0{,}000024$$

[1] Voir *Bulletin technique* du 4 septembre 1920, page 210.

L'angle δ_3 aura pour tangente :

$$\text{tg. } \delta_3 = 2 \text{ tg. } \delta_2 = 0{,}000048.$$

Les seconds membres des équations relatives à une variation de température seront

$$\frac{18 \times \text{tg.}\delta_2}{R} = \frac{18 \times 0{,}000024 \times 10^5}{5} = 8{,}64$$

et

$$\frac{18 \times \text{tg } \delta_3}{R} = 17{,}28$$

Le Δ avec ses constantes sera le suivant :

$$\Delta_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 7 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{Constantes :} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 8{,}64 \\ 8{,}64 \\ 17{,}28 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times 8{,}64$$

Après transformation suivant la méthode indiquée nous obtenons :

$$\Delta' = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mu_1 & \mu_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 5{,}6 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}27 \end{bmatrix} \times 8{,}64 \quad \text{d'où} \begin{cases} \mu_1 = \dfrac{0{,}54 \times 8{,}64}{35{,}2} \\ \quad = 0{,}1315 \text{ t/m.} \\ \mu_2 = \dfrac{1{,}89 \times 8{,}64}{35{,}2} \\ \quad = 0{,}462 \text{ t/m.} \end{cases}$$

En procédant de même pour μ_3 et μ_4 nous trouvons :

$$\mu_3 = 1{,}889 \text{ t/m. ; } \mu_4 = 3{,}008 \text{ t/m.}$$

Dans les piliers et en utilisant les relations mentionnées dans les cas précédants nous obtenons :

$$m_2 = \mu_2 + \mu_3 = 2{,}351 \text{ t/m.}$$

$$n_1 = \frac{0{,}1315}{2} = 0{,}0657 \text{ t/m.}$$

$$n_2 = \frac{3 \times 0{,}000024 \times 10^5}{5} + \frac{2{,}351}{2} = 2{,}615 \text{ t/m.}$$

$$n_3 = \frac{3 \times 0{,}000048 \times 10^5}{5} + \frac{3{,}008}{2} = 4{,}384 \text{ t/m.}$$

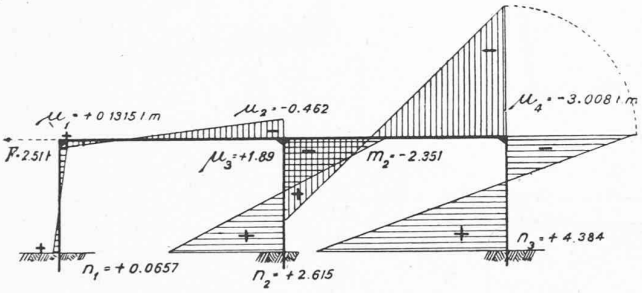

Fig. 15.

Les moments ci-dessus sont figurés dans la fig. 15.

La somme des efforts tranchants des piliers aura pour valeur :

$$F = \Sigma H = \frac{0{,}1315 + 0{,}0657 + 2{,}351 + 2{,}615 + 3{,}008 + 4{,}384}{5}$$

$$= 2{,}51 \text{ t.}$$

La force $F = 2{,}51$ t. est celle qui aurait été nécessaire pour maintenir fixe le premier nœud du double portique, malgré l'influence de l'augmentation de température qui tendait à le déplacer vers la gauche. (Dans le cas présent il y a dilatation symétrique).

Les moments « correctifs » correspondant à F seront obtenus en multipliant ceux de la fig. 13 (ou $F = 1$ t.) par 2,51 t. Ceux-ci, additionnés algébriquement avec ceux de la fig. 15, donnent les résultats exacts inscrits dans la fig. 16.

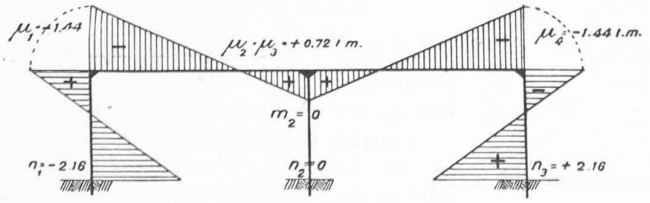

Fig. 16.

Action d'un déplacement vertical du pilier central de 1 mm.

Dans ce cas le Δ comporte quatre constantes égales :

$$\frac{12 \times \text{tg } \delta_1}{R} = \frac{12 \times 0{,}0001 \times 12}{10 \times 5} = 24$$

Le Δ avec ses constantes sera :

$$\Delta_3 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 7 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 24 \\ 24 \\ 24 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times 24$$

Après les transformations nous obtenons :

$$\Delta' = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mu_1 & \mu_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} +7 & -2 \\ -2 & 5{,}6 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}6 \end{bmatrix} \times 24 \quad \text{d'où} \begin{cases} \mu_1 = \dfrac{24}{35{,}2}(5{,}6 + 3{,}2) \\ \quad = 6{,}0 \text{ t/m.} \\ \mu_2 = \dfrac{24}{35{,}2}(11{,}2 + 2) \\ \quad = 9{,}0 \text{ t/m.} \end{cases}$$

Par raison de symétrie nous aurons $\mu_4 = \mu_1 = 6{,}0$ t/m. et $\mu_3 = \mu_2 = 9{,}0$ t/m. ; le pilier central ne subira aucune flexion, c'est-à-dire que $n_2 = m_2 = 0$, puis $n_1 = n_3 = \frac{\mu_1}{2} = 3{,}0$ t/m.

La somme des efforts tranchants des piliers étant nulle ($H_1 = -H_3$) la construction n'a pas de déplacement longitudinal et il n'y a pas lieu d'appliquer la correction des moments fléchissants.

Comme vérification, nous devons trouver qu'un portique simple, dans lequel $l = 10$ m. et $h = 5$ m., avec les moments d'inertie indiqués pour le portique double, portant au milieu de sa barre horizontale une charge égale à la force normale N du pilier central du système représenté par la fig. 17, donne les mêmes valeurs pour les moments μ_1 et μ_2 et une flèche, au milieu de la portée, de 0,001 m.

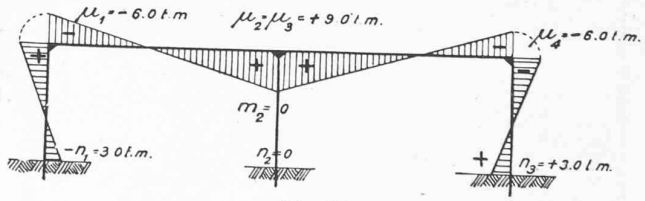

Fig. 17.

Si nous calculons par les formules classiques[1] le portique simple défini ci-avant avec $N = 3{,}0$ tonnes ($N =$ somme des efforts tranchants des deux travées $= 2\frac{(6+9}{5} = 3{,}0$ t.) on trouve bien $\mu_1 = -6{,}0$ t. et $\mu_2 = +9{,}0$ t.

Quant à la flèche, fournie par la formule connue

$$f = \frac{N.l^3}{48.EJ} - \frac{l^2}{EJ}\left(\frac{\mu_1 + \mu_4}{16}\right)$$

elle est conforme au chiffre prévu :

$$f = \frac{3 \times \overline{20}^3}{48 \times 2 \times 16^6 \times 0{,}1} - \frac{20^2}{2 \times 10^6 \times 0{,}1}\left(\frac{6+6}{16}\right) = 0{,}001 \text{ m.}$$

[1] W. Gehler, Dr professeur, *Die Rahmen*, édition de 1913 ; méthode du professeur Müller-Breslau.