Über die günstige Wirkung des Schwindens bei Kriechen

Autor(en): **Szalai, J.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen**

Band (Jahr): **29 (1969)**

PDF erstellt am: **02.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-22928

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Über die günstige Wirkung des Schwindens bei Kriechen

The Favourable Effect of Shrinkage on Creep

L'influence favorable du retrait sur le fluage

J. SZALAI
Dr.-Ing., Budapest (Ungarn)

Bei der Berechnung vorgespannter Betonkonstruktionen und Verbundträger – im Vergleich mit den Ergebnissen des gewöhnlichen Berechnungsverfahrens – können sich in gewissen Fällen wesentlich kleinere Spannungen infolge Kriechens und Schwindens ergeben, wenn keine Affinität zwischen den Kriech- und Schwindfunktionen vorausgesetzt wird, sondern die Berechnungen werden unter Berücksichtigung des effektiven – eventuell beschleunigten – Verlaufs des Schwindens durchgeführt.

Zur Bestätigung des Erwähnten wird eine mit Vorspannkraft zentrisch belastete Betonsäule untersucht[1]).

1. Bezeichnungen, Voraussetzungen

$$
\begin{aligned}
& F_b, \quad E_b; \qquad F_v, \quad E_v. \\
\varphi_t &= \varphi_n (1 - e^{-\alpha t}), \\
\epsilon_{st} &= \epsilon_{sn} (1 - e^{-\beta t}), \\
N_s &= \frac{\epsilon_{sn}}{\varphi_n} E_b F_b, \qquad n = \frac{E_v}{E_b}, \quad F_i = F_b + n F_v.
\end{aligned} \tag{1}
$$

F_b ist der reine Betonquerschnittswert ohne Spannstähle.

Es wird vorausgesetzt, daß die Verformungen linear sind und dem Hookeschen Gesetz folgen. Die Abhängigkeit des E-Moduls von der Zeit wird ver-

---

[1]) Die Untersuchungen wurden am Lehrstuhl für Stahlbetonkonstruktionen der Technischen Universität, Budapest, durchgeführt. Lehrstuhlinhaber: Prof. Dr. E. Bölcskei.

nachlässigt. Zwischen den Schwind- und Kriechkurven besteht keine Affinität. Es handelt sich um eine Vorspannung mit nachträglichem Verbund.

Vorzeichen: Druckkraft und Verkürzungen sind negativ, Zugkraft und Verlängerungen positiv.

Beim Berechnungsverfahren werden die auf die einzelnen Querschnittsteile – Stahl und Beton – wirkenden inneren Kräfte bestimmt.

2. Die Differentialgleichung der Aufgabe und deren Lösung

Im Zeitpunkt $t = t_0 = 0$ seien die inneren Kräfte aus Vorspannung und äußerer Last: N_b, N_v. Im Zeitpunkt $t > t_0$ und im Zeitintervall dt sind die zeitbedingten Kräfte infolge Kriechens und Schwindens: N_{bt}, N_{vt}, dN_{bt}, dN_{vt}.

Ausgangsgleichungen:

$$N_{bt} + N_{vt} = 0, \qquad dN_{bt} + dN_{vt} = 0. \tag{2}$$

$$d\epsilon_{st} + \frac{N_b}{E_b F_b} d\varphi_t + \frac{N_{bt}}{E_b F_b} d\varphi_t + \frac{dN_{bt}}{E_b F_b} = \frac{dN_{vt}}{E_v F_v}. \tag{3}$$

Zur weiteren Berechnung wird die folgende Beziehung benützt:

$$\frac{d\epsilon_{st}}{d\varphi_t} = \frac{\epsilon_{sn}}{\varphi_n} \frac{\beta}{\alpha} e^{(\alpha-\beta)t}. \tag{4}$$

Die rechte Seite von (4) läßt sich umformen. Es folgt aus der Kriechfunktion, daß

$$e^{-\alpha t} = 1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n} \tag{5}$$

ist und dementsprechend

$$e^{(\alpha-\beta)t} = (e^{-\alpha t})^{\frac{\alpha-\beta}{-\alpha}} = \left(1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}-1}. \tag{6}$$

Somit ergibt sich:

$$\frac{d\epsilon_{st}}{d\varphi_t} = \frac{\epsilon_{sn}}{\varphi_n} \frac{\beta}{\alpha} \left(1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}-1}. \tag{7}$$

Mit Einführung der Bezeichnung

$$\kappa = \frac{n F_v}{F_i} \tag{8}$$

und unter Berücksichtigung des unter (1) gegebenen Wertes für N_s ist die umgeformte Differentialgleichung:

$$\frac{dN_{bt}}{d\varphi_t} + \kappa N_{bt} = -\kappa \left[N_b + \frac{\beta}{\alpha} N_s \left(1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}-1}\right]. \tag{9}$$

Die Lösung der homogenen Gleichung

$$N_{bt,1} = C_1 e^{-\kappa \varphi_t} \tag{10}$$

und eine Partikularlösung

$$N_{bt,2} = -N_b - \frac{\beta}{\alpha} N_s \frac{p!}{(\kappa \varphi_n)^p} \left[1 + \sum_{j=1}^{p} \frac{(\kappa \varphi_n)^j}{j!} \left(1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n} \right)^j \right], \tag{11}$$

wobei

$$p = \frac{\beta}{\alpha} - 1 \tag{12}$$

ist, und somit lautet die Lösung der Differentialgleichung (9):

$$N_{bt} = C_1 e^{-\kappa \varphi_t} - N_b - \frac{\beta}{\alpha} N_s \frac{p!}{(\kappa \varphi_n)^p} \left[1 + \sum_{j=1}^{p} \frac{(\kappa \varphi_n)^j}{j!} \left(1 - \frac{\varphi_t}{\varphi_n} \right)^j \right]. \tag{13}$$

Die Konstante C_1 läßt sich aus den Anfangsbedingungen bestimmen.

$$t = 0, \qquad \varphi_t = 0; \qquad N_{bt} = 0, \tag{14}$$

$$C_1 = N_b + \frac{\beta}{\alpha} N_s \frac{p!}{(\kappa \varphi_n)^p} \left[1 + \sum_{j=1}^{p} \frac{(\kappa \varphi_n)^j}{j!} \right]. \tag{15}$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung (6) ist der durch die Exponentialfunktion ausgedrückte Wert von N_{bt}:

$$N_{bt} = C_1 e^{-\kappa \varphi_t} - N_b - \frac{\beta}{\alpha} N_s \frac{p!}{(\kappa \varphi_n)^p} \left[1 + \sum_{j=1}^{p} \frac{(\kappa \varphi_n)^j}{j!} e^{-j \alpha t} \right]. \tag{16}$$

Falls $\alpha = \beta$ ist, ergibt sich aus (16) die bekannte Beziehung:

$$N_{bt} = -(N_b + N_s)(1 - e^{-\kappa \varphi_t}). \tag{17}$$

Aus der Gleichheit

$$N_{vt} = -N_{bt} \tag{18}$$

können die Spannungsverluste berechnet werden.

3. Zahlenbeispiel

$F_b = 698{,}76\ \text{cm}^2$,		$E_b = 365\ \text{Mp/cm}^2$,	
$F_e = 180\ \text{cm}^2$,	$St\,37$,	$F_z = 21{,}24\ \text{cm}^2$,	$St\ 60/90$,
$F_v = F_e + F_z$,		$E_v = 2100\ \text{Mp/cm}^2 = E_e = E_z$,	
$\sigma_z = 4{,}0\ \text{Mp/cm}^2$,	$\varphi_n = 3{,}0$,	$\epsilon_{sn} = -30 \cdot 10^{-5}$,	
$n = 5{,}75342$,	$F_i = 1856{,}578\ \text{cm}^2$,	$\kappa = 0{,}62363$.	

Spannkraft: $V = +86{,}96$ Mp, Zugkraft: $+70{,}0$ Mp,

$N_b = -7{,}884$ Mp, $N_e = -11{,}684$ Mp,

$N_z = +89{,}567$ Mp $N_s = -25{,}505$ Mp,

$\alpha = 1$, $\beta = 1, 4, 8$ und 12 (Dimension: 1/Jahr)

$\varphi_t = 3{,}0\,(1-e^{-t})$, $\epsilon_{st} = -30 \cdot 10^{-5}\,(1-e^{-\beta t})$.

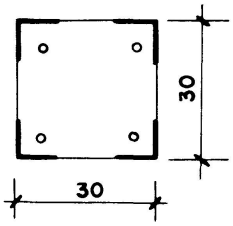

Fig. 1.

Die Säule wird durch die Spannkraft und Zugkraft belastet. Die infolge des Kriechens und Schwindens auftretenden Spannungsverluste wurden unter Berücksichtigung der verschiedenen Schwindfunktionen $\beta = 1$, $\beta = 4$, $\beta = 8$ und $\beta = 12$ bestimmt (Fig. 2).

Die Spannkraftverluste sind in Fig. 3 in Mp aufgetragen. (Die Zahlenwerte derselben sind in Tabelle 1 angegeben.)

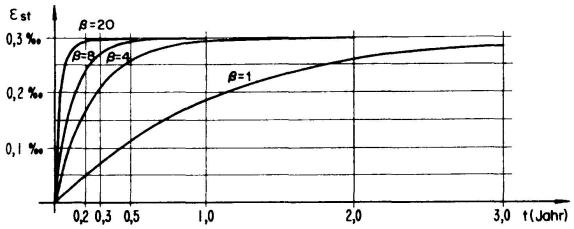

Fig. 2. Schwindfunktionen.

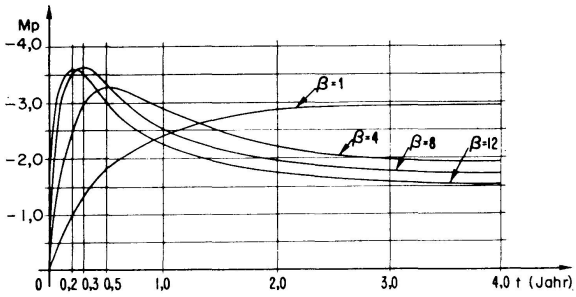

Fig. 3. Spannkraftverluste.

Tabelle 1. Spannkraftverluste in Mp

β	Jahr							
	0,2	0,3	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	∞
1	−1,014	−1,354	−1,836	−2,444	−2,825	−2,927	−2,963	−2,981
4	−2,552	−3,010	−3,256	−2,834	−2,195	−1,995	−1,929	−1,891
8	−3,520	−3,672	−3,355	−2,512	−1,920	−1,759	−1,706	−1,677
12	−3,604	−3,502	−3,033	−2,244	−1,774	−1,628	−1,530	−1,496

Die theoretischen Untersuchungen können durch die in Fig. 4 dargestellten und aus der Fachliteratur bekannten Meßergebnisse bestätigt werden [1]. Aus der Figur ist die effektive Verkürzung in Prozenten des berechneten Endwertes des Kriechens abzulesen. Das Bauwerk wurde im Monat Mai gebaut; es durfte somit vorausgesetzt werden, daß sich das Schwinden während der darauffolgenden Sommerzeit innerhalb einiger Monate größtenteils abspielen

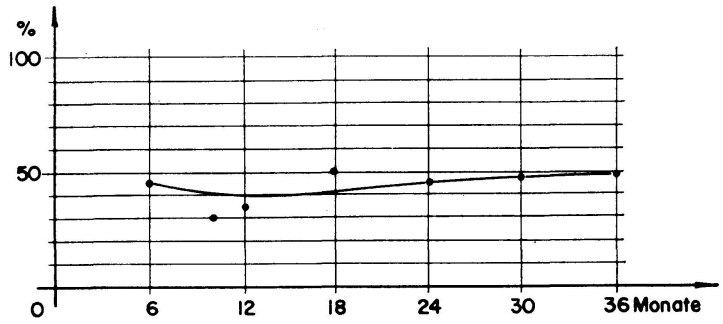

Fig. 4. Ergebnisse der an dem 2. Überbau der Münchener Brudermühl-Brücke durchgeführten Messungen.

konnte und so das Kriechen mit dem Verlauf des Schwindens keine Affinität besaß. Der Verlauf der Verluste ist ähnlich zu den theoretischen Untersuchungen

Zum Abschluß kann festgestellt werden, daß die Wirkung des Schwindens bei starkbewehrten Betonkonstruktionen, bzw. bei kleiner Betondruckkraft wesentlich günstiger werden kann, wenn dessen Verlauf nach der Vorspannung beschleunigt wird oder sich infolge der Außentemperatur rasch abspielen kann. Die Erscheinung läßt sich dadurch erklären, daß das Schwinden in solchen Fällen schon in dem Anfangszeitraum beinahe mit seinem vollen Werte der Drucklast entgegengesetzte Spannungen verursacht. Eine wesentliche Abweichung zeigt sich dagegen im Zeitpunkt der maximalen Verluste, was bei der Bemessung der Konstruktion nicht außer acht gelassen werden darf. Die Spitzenwerte treten jedoch in den ersten Monaten, in vielen Fällen schon während der Bauzeit, auf.

Schrifttum

1. FINSTERWALDER, U.: Ergebnisse von Kriech- und Schwindmessungen an Spannbetonbauten. B. u. St. 1955, S. 14, und 1958, S. 136.
2. BALÁZS, GY.: Berechnung der vom Schwinden des Betons herrührenden Kräfte in Stahlbetonelementen. Achta Techn. Hung. 51, (1965), S. 369.

Zusammenfassung

Im einfachen Falle des behinderten Kriechens beweist der Aufsatz theoretisch, daß sich wesentlich kleinere Verkürzungen und Spannungsverluste ergeben, wenn keine Affinität zwischen den Kriech- und Schwindfunktionen vorausgesetzt wird, sondern die Berechnungen mit Berücksichtigung des effektiven – eventuell beschleunigten – Verlaufs des Schwindens durchgeführt werden.

Die theoretischen Untersuchungen sind durch die aus der Fachliteratur bekannten Meßergebnisse bestätigt.

Summary

The author demonstrates that, in the simple case of impeded shrinkage, the stress losses and the contractions calculated by taking into account the actual (or accelerated) development of the shrinkage are much less than those obtained on the hypothesis of a relationship between shrinkage and creep.

The theoretical conclusions are confirmed by the experimental results published in the technical literature.

Résumé

L'auteur démontre que, dans le cas simple du retrait empêché, les pertes de tension et les contractions calculées en tenant compte de l'évolution réelle (ou accélérée) du retrait sont bien inférieures à celles obtenues avec l'hypothèse d'une affinité entre le retrait et le fluage.

Les conclusions théoriques sont confirmées par les résultats expérimentaux publiés dans la littérature technique.