Zeitschrift: IABSE publications = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 1 (1932)

Artikel: Dynamische Untersuchungen von Brücken und Hochbauten
Autor: Reutlinger, Gg.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-731

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DYNAMISCHE UNTERSUCHUNGEN VON BRÜCKEN UND HOCHBAUTEN

ETUDE DES ACTIONS DYNAMIQUES SUR LES PONTS ET LES CHARPENTES

DYNAMIC RESEARCH TESTING OF BRIDGES AND OTHER STRUCTURES

Dr. Gg. REUTLINGER,
Privatdozent für Technische Physik an der Technischen Hochschule, Darmstadt.

I. Allgemeine Betrachtungen zur Theorie der mechanischen Schwingungen.

Das Sinnbild eines schwingungsfähigen Gebildes ist das Federpendel; ein System, bestehend aus einer Schraubenfeder mit der Rückstellkraft c (Kraft in kg zur Auslenkung der Feder um 1 cm) und einer angehangenen Masse M. Wird die Masse um den Betrag x aus der Ruhelage gebracht, so wird die Federspannung um den Betrag $c \cdot x$ verändert und um diesen Betrag das Gleichgewicht gestört. Die wieder frei gegebene Masse strebt mit

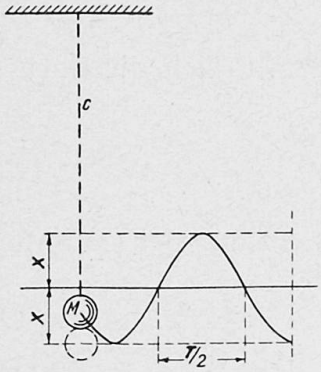

Fig. 1.

Federpendel. M: Masse, c: Rückstellkraft kg/cm.
Oscillations d'un ressort. M: Masse, c: force de rappel en kg/cm.
Spring pendulum. M: Mass, c: restoring force kg/cm.

Schraubenfeder mit angehängter Masse.
Ressort à boudin avec masse suspendue.
Helical spring with suspended mass.

wachsender Geschwindigkeit v der Ruhelage zu, durchläuft sie mit der Geschwindigkeit v_{max} infolge der Trägheitskräfte und kommt erst in der Gegenlage x' zur Ruhe, da sich hier die Federkräfte $c \cdot x'$ entgegenstellen. $x = x'$, wenn während des Schwingungsvorganges keine K Kräfte verbraucht werden.

Physikalisch betrachtet ist der Schwingungsvorgang ein Austausch zwischen der potentiellen Energie E_p und der kinetischen Energie E_k, dergestalt, daß die Summe der beiden Energien konstant ist.

$$E_p + E_k = \text{konst.}$$
$$c \cdot x + \tfrac{1}{2} \cdot M \cdot x^2 = \text{konst.}$$

Treten während des Schwingungsvorganges energievernichtende Kräfte auf, so vermindert sich die in dem System vorhandene Energie und konver-

giert gegen Null. Die Kräfte können proportional dem Wege sein (Reibung), oder sie können proportional der Geschwindigkeit $v = \frac{dx}{dt}$ sein (Dämpfung). Der zweite Fall ist der bei Bauwerken auftretende und soll daher speziell behandelt werden.

Mathematisch wird der ganze Schwingungsvorgang dargestellt durch die Schwingungsgleichung

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x = 0 \tag{1}$$

Aus dieser Gleichung (1) kann ermittelt werden die Schwingungsdauer (einer Schwingung) T_0, die Schwingungszahl in der Minute n_0, die Schwingungszahl in der Sekunde ν_0, die Schwingungszahl in 2π Sekunden ω_0 (Kreisfrequenz), sowie die Dämpfungskraft k.

Für sehr kleines k (die entsprechenden Werte für größeres k werden später behandelt):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{c}}, \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{M}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{M}}, \quad n_0 = 60\,\nu_0 \tag{2}$$

Die Masse führt sinusförmige Schwingungen aus, welche sich für den Fall der dämpfungsfreien Schwingung darstellen lassen durch die Gleichung:

$$x_t = x_0 \cdot \sin \omega_0 \cdot t \tag{3}$$

Für den Fall der gedämpften Schwingung ist der Wert x_0 selbst schon eine Funktion der Dämpfung.

Durch Division mit der Masse M wird die Gleichung (1) übergeführt in die Form

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{M} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{c}{M} \cdot x = 0 \tag{1a}$$

Werden eingesetzt $k/M = 2p$ und $c/M = \omega_0$, so ergibt sich die noch einfachere Form der Schwingungsgleichung

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2p \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \tag{1b}$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt die unter der Einwirkung der Dämpfungskraft k abnehmende Schwingungsweite

$$x_t = x_0\, e^{-p \cdot t} \sin \omega_0 \cdot t \tag{3a}$$

wenn x_0 die anfängliche Auslenkung zur Zeit $t = 0$ darstellt. Die durch die Dämpfung veränderten Werte T_d, n_d, ν_d und ω_d ergeben sich zu

$$T_d = T_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \quad \nu_d = \nu_0 \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \quad \omega_d = \omega_0 \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}}, \quad n_d = n_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} \tag{2a}$$

wenn $\alpha = k/k_0$, wobei k_0 den Grenzwert der aperiodischen Dämpfung ($k_0/2 \cdot M = \omega_0$) darstellt.

Wirkt auf ein schwingungsfähiges System eine periodische, erregende Kraft $K = K_0 \cdot \sin \omega' \cdot t$ (K_0 = maximale Kraft) ein, so führt das System erzwungene Schwingungen aus. In der Gleichung (1b) tritt auf der rechten Seite an Stelle von 0 die erregende Kraft $K = K_0 \cdot \sin \omega \cdot t$ auf. Die Gleichungen der erzwungenen Schwingungen lauten:

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + cx = K_0 \sin \omega' t \tag{4}$$

bezw.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{M} \frac{dx}{dt} + \frac{c}{M} \cdot x = \frac{K_0}{M} \sin \omega' t \tag{4a}$$

bezw.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2p \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = \frac{K_0}{M} \sin \omega' t \tag{4b}$$

Eine solche sinusförmige Störkraft kann gebildet werden

1. durch eine Kurbelschleife (Bild 2),
2. durch eine umlaufende exzentrische Masse (Bild 3).

Der Angriffspunkt der Kraft liegt im Falle 1 an dem Aufhängepunkt der Feder, welcher unter Einwirkung der Kurbelschleife die Bewegungen $a = r \cdot \sin \omega' : t$ ausführt, wenn r der Radius der Kurbel ist, hierdurch ent-

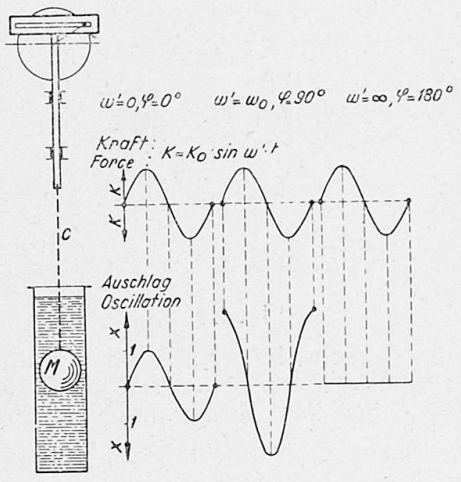

Fig. 2.

Erzwungene Schwingungen mit Dämpfung, angeregt durch Kurbelschleife. $K = K_0 \sin \omega \cdot t$. Die Kraft- und Wegdiagramme lassen klar die Schwingungsweite als Funktion der Frequenz erkennen, desgleichen den Gang des Phasenwinkels φ.

Oscillations forcées avec amortissement, commandées par manivelle et glissière. $K = K_0 \sin \omega \cdot t$. Les diagrammes des efforts et des déplacements de la masse montrent nettement que l'amplitude des oscillations est fonction de la fréquence. Noter les variations de l'angle φ de décalage des phases.

Forced vibrations with damping, caused by crank motion. $K = K_0 \sin \omega \cdot t$. The force and space diagrams allow the amplitude of vibration to be clearly recognised as a function of the frequency. The same applies to the change in the phase angle φ.

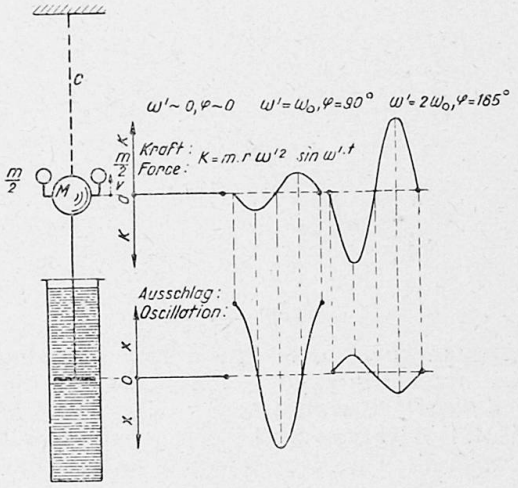

Fig. 3.

Erzwungene Schwingungen mit Dämpfung, angeregt durch umlaufende exzentrische Massen $m/2$. Die Kraft- und Wegdiagramme unterscheiden sich sehr wesentlich von der Anregung durch Kurbelschleife. Hier ist der Ausschlag Null für kleine Umlaufsgeschwindigkeiten.

Oscillations forcées avec amortissement, provoquées par deux masses $m/2$ animée d'un mouvement excentrique de rotation. Les diagrammes des efforts et des déplacements sont nettement différents de ceux que l'on obtient avec l'excitation par manivelle et glissière. Ici, la déviation est nulle tant que la vitesse de rotation est faible.

Forced vibration with damping; caused by rotating masses $m/2$. The force and space diagrams differ very much from those caused by crank motion. Here the deflection is zero at low speeds.

stehen in der Feder bei festgehaltener Masse Kräfte, welche proportional a sind, also $K = c \cdot r \cdot \sin \omega' \cdot t$. K_0 ist der Maximalwert für $\sin \omega' \cdot t = 1$.

Für langsame Umläufe der Kurbelschleife ($\omega' \sim 0$) führt der Massenmittelpunkt von M Bewegungen aus, welche gleich sind den Bewegungen des Aufhängepunktes ($x = a$). Mit wachsender Umlaufsgeschwindigkeit

wachsen die maximalen Schwingungsweiten x der Masse und erreichen bei $\omega' = \omega_0$ bezw. ω_d ein Maximum, um bei weiter wachsender Umlaufsgeschwin-

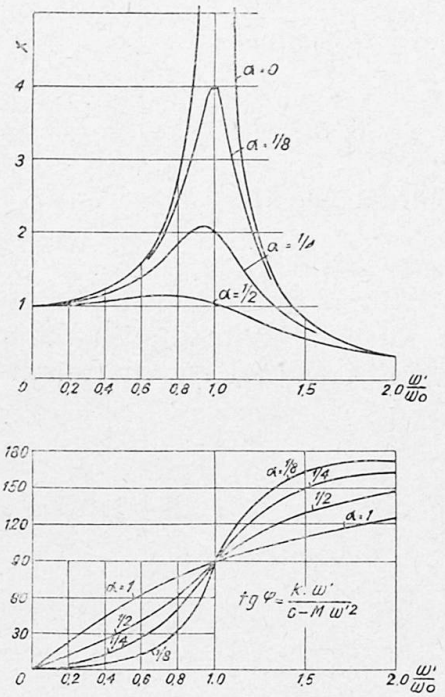

Fig. 2a.

Resonanzkurve eines gedämpften Systems, das unter Einwirkung einer sinusförmigen Federkraft erzwungene Schwingungen ausführt. Die Kurven des Phasenwinkels φ gelten auch für Wuchtanregung. Vergl. Gl. (7).

Courbe de résonance d'un système amorti, qui exécute des oscillations forcées sous l'influence d'une force sinusoidale. Les courbes de décalage des phases φ sont également valables pour un système excité par l'énergie cinétique d'une masse en mouvement.

Resonance curve of a damped system executing forced vibrations under the influence of a sine-shaped spring force. The curves of the phase angle φ hold also for the exiting by kinetic energy.

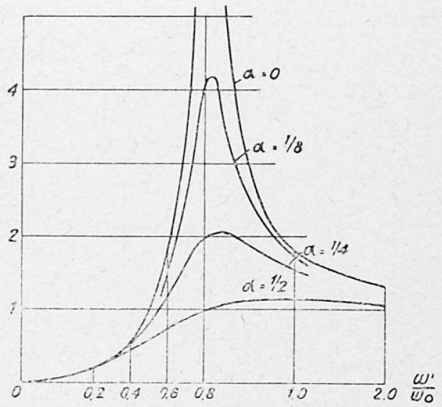

Fig. 3a.

Resonanzkurven eines gedämpften Systems, das unter Wuchtanregung erzwung. Schwingungen ausführt. Brückenuntersuchung. Vergl. Gl. (8a).

Courbes de résonance d'un système amorti exécutant des oscillations forcées sous l'influence de l'énergie cinétique d'une masse en mouvement. Essais de ponts.

Resonance curves of a damped system executing forced vibrations caused by kinetic energy. Bridge investigation.

digkeit wieder kleiner zu werden und gegen Null zu konvergieren (Vergl. Bild 2a.)

Für den Fall 2 liegt der Angriffspunkt der Kraft in dem Massenmittelpunkt der schwingenden Masse M. Die Kraft K_0 selbst ist schon eine Funktion von m, r und ω', da die Kraft K_0 die Zentrifugalkraft der umlaufenden exzentrischen Maße m darstellt.

$$K_0 = m \cdot r \cdot \omega'^2 \tag{5}$$

also

$$K = K_0 \cdot \sin \omega' \cdot t = m \cdot r \cdot \omega'^2 \cdot \sin \omega' \cdot t \tag{5a}$$

Die Schwingungsgleichungen (4) gehen also unter Wuchtanregung über in die Gleichungen (6).

$$M \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + k \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x = m \cdot r \cdot \omega'^2 \cdot \sin \omega' \cdot t \tag{6}$$

bezw. $$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{M} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{c}{M} \cdot x = \frac{m}{M} \cdot r \cdot \omega'^2 \cdot \sin \omega' \cdot t \tag{6a}$$

bezw. $$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2p \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = \frac{m}{M} \cdot r \cdot \omega'^2 \sin \omega' t \tag{6b}$$

Für langsame Umläufe der Störmasse $m, \omega' \sim 0$, ergibt sich die Wuchtkraft $K_0 \sim 0$; mit wachsendem ω' wächst sie proportional dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit ω'. Unter diesem Kräftegesetz ist daher der Maximalausschlag x_{max} der schwingenden Masse M für $\omega' = 0$ Null, erreicht bei $\omega' = \omega_d$ ein Maximum und konvergiert nicht gegen Null, wie im Falle 1, sondern gegen einen Grenzwert, der größer ist als Null, nämlich $x_\infty = 4\pi^2 \cdot m \cdot r/M$. Bild 3a.

Den Resonanzkurven im Falle 1 und Falle 2 entsprechen die Gleichungen:

Fall 1

$$x = \frac{\overbrace{r \cdot c}^{K_0}}{M \cdot \omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\alpha^2 \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2}} \tag{7}$$

bezw. $$x_{max} = \frac{4\pi^2 \cdot r \cdot c}{M \cdot \omega_0^2} \cdot \frac{1}{2\alpha} \tag{7a}$$

Fall 2

$$x = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r \cdot \omega'^2}{M \cdot \omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\alpha^2 \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2}} \tag{8}$$

bezw. $$x = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r}{M} \cdot \frac{\left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\alpha^2 \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$x_{max} = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{M} \cdot \frac{1}{2\alpha} \tag{8a}$$

Bei den erzwungenen Schwingungen tritt neben der Änderung der Schwingungsweite mit wachsender Störfrequenz noch eine weitere Erscheinung auf, die als „Phasenverschiebung" φ bezeichnet wird. Bei kleinen Störfrequenzen verläuft die Schwingungsrichtung im Sinne der Kraft (bei $\omega' = 0$ ist $\varphi = 0^0$). Mit wachsender Störfrequenz bleibt die Schwingung der Masse hinter der Schwingung der Kraft zurück, zeigt bei Resonanz ($\omega' = \omega_d$) einen Phasenwinkel von 90^0, um bei $\omega' = \infty$ den Phasenwinkel 180^0 zu zeigen, d. h. gegentaktisch zu schwingen.

Diese Beobachtung entspricht der partikulären Lösung der Differentialgleichung (4) bezw. (6), die für den ausgeklungenen Zustand (die Eigenschwingung des Systems sei infolge der Dämpfung auf einen Minimalbetrag zusammengefallen) die Form hat

$$x_2 = C \cdot \sin(\omega' \cdot t - \varphi) \tag{9}$$

Durch Einsetzen in die Gleichung (4) ergibt sich

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k \cdot \omega'}{c - M \cdot \omega'^2} \tag{10}$$

Durch Einsetzen in die Gleichung (6) ergibt sich

$$C_K = \frac{K_0}{\sqrt{(c - M \cdot \omega'^2)^2 + k^2 \omega'^2}} \qquad C_W = \frac{m \cdot r \cdot \omega'^2}{\sqrt{(c - M \omega'^2)^2 + k^2 \omega'^2}} \tag{11}$$

Vektoriell dargestellt ergeben sich folgende Diagramme:

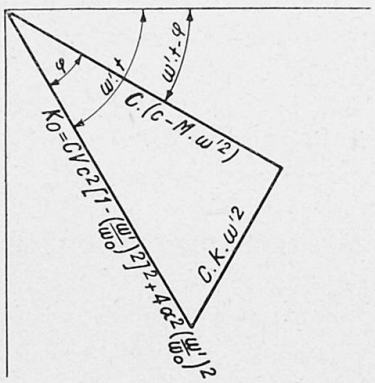

Fig. 4.

Vektordiagramm eines schwingenden Systems mit Dämpfung, angeregt durch eine Kurbelschleife.

Diagramme vectoriel d'un système oscillant amorti, excité par manivelle et glissière.

Vector diagram of a vibrating system with damping, caused by crank motion.

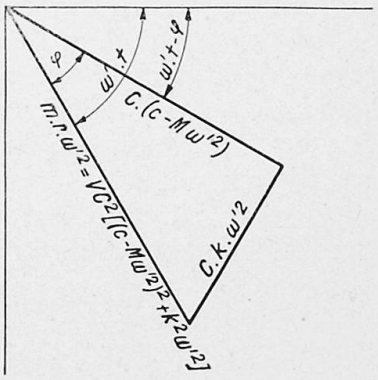

Fig. 5.

Vektordiagramm eines schwingenden Systems mit Dämpfung, angeregt durch umlaufende exzentrische Masse (Wuchtanregung wie bei dynamischen Brückenuntersuchungen).

Diagramme vectoriel d'un système oscillant amorti, excité par des masses animées d'un mouvement de rotation excentrique (excitation par l'énergie cinétique d'une masse en mouvement, comme pour les essais de ponts).

Vector diagram of a vibrating system, caused by rotating masses (Exciting by kinetic energy as in the case of bridge investigation).

An dem schwingenden System greifen folgende Kräfte an:

Die erregende Kraft $K = K_0 \cdot \sin \omega' \cdot t$.

Kurbelanregung	Wuchtanregung	
$K_0 = r \cdot c$	$K_0 = m \cdot r \cdot \omega'^2$	(5)

Die Massenkraft $C \cdot M \cdot \omega^2$ vermindert um die elastische Kraft $C \cdot c$, also

$$C(M \cdot \omega^2 - c) \tag{12}$$

und die Dämpfungskraft $k \cdot \omega \cdot C$ (13)

da dabei C aufgefaßt werden kann als die Schwingungsweite x der Masse M. Die erregende Kraft zerlegt sich also in zwei aufeinander senkrecht stehende Komponenten und ist

$$c \cdot r = K = \sqrt{[C(M \omega^2 - c)]^2 + [k \cdot \omega \cdot C]^2} = m \cdot r \cdot \omega'^2 \tag{14}$$

Der Winkel φ ist der Phasenwinkel zwischen der erregenden Kraft K und der in das System übertragenen Kraft $C\,(M \cdot \omega^2 - c)$.

Aus dem Kräftedreieck ergibt sich weiter:

Differenzkraft: $C(M \cdot \omega^2 - c) = K_0 \cdot \cos \varphi$ und (15)

Reibungskraft: $k \cdot \omega \cdot C = K_0 \cdot \sin \varphi$ (16)

$$C \cdot (M \cdot \omega^2 - c) = r \cdot c \cdot \cos \varphi \qquad C(M \omega^2 - c) = m \cdot r \cdot \omega'^2 \cdot \cos \varphi$$

und

$$k \cdot \omega \cdot C = r \cdot c \cdot \sin \varphi \qquad k \cdot \omega \cdot C = m \cdot r \cdot \omega'^2 \cdot \sin \varphi$$

Da die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes $v_{max} = C \cdot \omega$, ergibt sich die Leistung nach der allgemeinen Formel:

$$L = \tfrac{1}{2} \cdot k \cdot v_{max}^2 \tag{17}$$

also

$$L_k = \tfrac{1}{2} \cdot K_0/k \cdot \sin^2 \varphi \qquad L_w = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot r \cdot \omega'^2}{k} \cdot \sin^2 \varphi \qquad (18)\,(19)$$

da $$v_{max} = \frac{r \cdot c}{k} \cdot \sin \varphi \qquad v_{max} = \frac{m \cdot r \cdot \omega'^2}{k} \cdot \sin \varphi$$

Für den Fall der Resonanz erreicht v_{max} den Höchstwert $v_{max} = K_0/k$, da für $\varphi = 90^0$ $\sin^2 \varphi = 1$ wird.

Die Dämpfungskraft k bezw. das logarithmische Dekrement ϑ läßt sich aus den Resonanzkurven entnehmen. Zwischen den Größen k und ϑ besteht der Zusammenhang

$$\vartheta = \pi \cdot k \cdot \omega_0 \cdot c \tag{20}$$

Für die Resonanzkurven der Schwingungsweite lassen sich die Gleichungen (7) bezw. (8) nach einer kleinen Umwandlung, um die Größe a zu vermeiden, verwenden. Die Gleichungen lauten dann

für Kurbelanregung

$$x_k = \frac{x_{k,\,max}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + k^2 \omega'^2}} \tag{21}$$

für Wuchtanregung

$$x_w = \frac{x_{w,\,max} \cdot \omega'^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + k^2 \omega'^2}} \tag{21a}$$

hieraus kann die Dämpfungskraft k ermittelt werden.

Bei den Leistungsresonanzkurven läßt sich das logarithmische Dekrement ϑ für kleine Verstimmungen $\Delta \omega$ ermitteln nach der Formel

$$\vartheta = \pi \cdot \Delta \omega \sqrt{\frac{L/L_0}{1 - L/L_0}} \tag{22}$$

Wird der Resonanzkurve der Wert $L = \tfrac{1}{2} \cdot L_0$ (halbe Resonanz) und die zugehörige Verstimmung $\Delta \omega$, so kann die vereinfachte Formel

$$\vartheta = \frac{\pi \cdot \Delta \omega}{\omega_0} \tag{23}$$

Anwendung finden. Mit gewisser Einschränkung gelten diese Gleichungen (22) und (23) auch für Resonanzkurven der Schwingungsweiten.

Durch Veränderung der Störkräfte lassen sich die Schwingungsweiten der erzwungenen Schwingungen in weiten Grenzen verändern, hierdurch können einmal die Beobachtungen kontrolliert werden, das andere Mal kann festgestellt werden, wie weit die Rückstellkräfte dem Hook'schen Gesetz genügen.

Eine weitere Möglichkeit der Kontrolle einzelner Bestimmungsstücke des Schwingungssystems ist die Vergrößerung der Schwingungsmasse durch Hinzufügen von Zusatzmassen M_z. Entsprechend der Gl. (2) ergibt sich

$$\omega_0^2 = c/M \qquad \omega_{0,z}^2 = c/M + M_z$$

Da beide Gleichungen dasselbe c enthalten, ist es möglich, mit Hilfe beider Gleichungen die schwingende Masse M zu ermitteln.

$$M = \frac{\omega_{0,z}^2}{\omega_0^2 - \omega_{0,z}^2} \cdot M_z \tag{24}$$

Die Ermittelung der Rückstellkraft erfolgt durch Einsetzen von M in Gl. (2)

$$c = M \cdot \omega_0.$$

Durch messende Verfolgung des Vorganges der erzwungenen Schwingungen lassen sich also ermitteln:

Die Schwingungsmasse M aus der Resonanzkurve nach Gl. (7), (7a), (8), (8a).

Die Schwingungsmasse M durch Anwendung einer Zusatzmasse M_z nach Gl. (24).

Die Rückstellkraft c durch Einsetzen der ermittelten schwingenden Masse in Gl. (22).

Die Dämpfung k bezw. ϑ aus den Resonanzkurven Gl. (21) und (21a) durch Gl. (22) bezw. (23).

Die Dämpfung k bezw. ϑ aus der Beobachtung des Phasenwinkels.

Anwendung der Theorie der mechanischen Schwingungen auf einen schwingenden Balken.

Die eingangs behandelte Theorie der mechanischen Schwingungen läßt sich unter Berücksichtigung einiger Zusatzgrößen auf die Schwingungen von Balken und aus Balken zusammengesetzten Gebilden übertragen.

Ein auf zwei Schneiden gelagerter Balken stellt ein schwingungsfähiges System dar. Zwar ist die aus den Dimensionen des Balkens errechnete Masse nicht gleich der schwingenden Masse, jedoch läßt sich die Reduktionsgröße sowohl theoretisch als auch experimentell ermitteln. Die Rückstellkraft wird durch die elastischen Kräfte des Balkens gebildet. Trotzdem keine Trennung zwischen Masse und Rückstellkraft, wie es die Theorie verlangt, vorhanden ist, kann das Federpendel als Ersatzgebilde betrachtet werden.

Der auf zwei Schneiden liegende Balken biegt sich unter dem Einfluß seines Eigengewichtes durch. Die Durchbiegung wird dargestellt durch die elastische Linie, die auf Grund der Dimensionen und der physikalischen Größen errechnet werden kann. Ist f die mittige Durchbiegung infolge des Eigengewichtes G, so kann die Rückstellkraft c errechnet werden aus der Formel $c = G/f$. Wird dieser Betrag eingesetzt in Gleichung (2), so ergibt sich

$$\omega_0 = \frac{c}{M} = \frac{G/f}{M} = \frac{G/f}{G/g} = \frac{g}{f} \tag{25}$$

bezw. $$T_0 = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{f}{g}} \quad \text{identisch mit} \quad T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{25a}$$

die Schwingungsdauer ist gleich der Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels mit der Durchbiegung als Pendellänge.

bezw. $$n_0 = \frac{60}{T_0} = \frac{60}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{g}{f}} \sim \frac{1}{300} \cdot \sqrt{\frac{1}{f}} \tag{25b}$$

Es besteht daher die Möglichkeit, aus der Schwingungszahl des Balkens einen Schluß zu ziehen auf das elastische Verhalten des Balkens.

Wird nach den Gesetzen der Festigkeit die mittige Durchbiegung unter Eigengewicht, bezw. die Rückstellkraft errechnet und die Masse des Balkens aus seinen Dimensionen und dem spezifischen Gewichte des Balkenmaterials ermittelt, so ergibt die Einsetzung der so errechneten Werte der Rückstellkraft c und der Masse M in die Formel (2) eine Schwingungszahl ω'_0, die sich von der experimentell ermittelten ω_0 ganz wesentlich unterscheidet.

Dieser Unterschied läßt sich dadurch erklären, daß die Gesamtmasse des Balkens in der Mitte konzentriert gedacht wurde. Tatsächlich beteiligt sich nur ein Teil der Gesamtmasse an der Schwingung, denn die aufliegenden Enden werden von den Lagern getragen, die Mitte ist vollständig beteiligt und die dazwischen liegenden Teile nur teilweise. Genau genommen ist jeder Massenpunkt durch seine kinetische Energie $\frac{1}{2} m \cdot y \cdot \omega^2$ beteiligt, da aber die Auflagerstellen des Balkens die Schwingungsweite $y = 0$ haben, ist ihr kinetischer Anteil Null. Die Mitte ist beteiligt mit $y = f$, die kinetische Energie ist ein Maximum $\frac{1}{2} m \cdot f \cdot \omega^2$. Allgemein gesprochen ist jeder Massenpunkt proportional seiner, der elastischen Linie zu entnehmenden Schwingungsweite, beteiligt.

In erster Annäherung ist dieser Reduktionsfaktor aufzufassen als das Verhältnis: Mittelwert f' sämtlicher Durchbiegungen zu maximaler Durchbiegung f. ($K_{st} = f'/f$). Ein entsprechender Wert k_d läßt sich ermitteln unter Zugrundelegung der dynamischen elastischen Linie.

Theoretisch werden die beiden Reduktionsfaktore k_{st} und k_d ermittelt aus der Arbeitsgleichung des Stabes, indem zur Ermittelung von k_{st} die Gleichung über die Grenzen 0 bis l integriert wird, während zur Ermittelung des dynamischen Reduktionsfaktors außerdem noch über die Grenzen einer Viertelschwingung, d. h. von 0 bis $T/4$, bezw. 0 bis $\pi/2 \cdot \omega$ integriert wird. Auf verschiedene Weise durchgeführte Rechnungen und Versuche am Institut für technische Physik und am Ingenieurlaboratorium der Technischen Hochschule Darmstadt durch Bauer, Marnet, Reutlinger, Engler haben diese Überlegungen bestätigt. Für einfache Balken ergeben sich nachfolgende Reduktionsfaktore:

Beiderseitig aufgelegter Balken	$k_{st} = 0{,}64$	$k_d = 0{,}49$
Beiderseitig eingespannt. Balken	„ $= 0{,}50$	„ $= 0{,}38$

Es zeigt sich also ein Zusammenhang zwischen Schwingungszahl, schwingender Masse (Reduktionsfaktor), Rückstellkraft, elastischen Konstanten, Momentenfläche und elastischer Linie. Der Gedanke liegt daher nahe, die Ergebnisse des schwingenden Balkes zu übertragen auf Bauwerke. Diesbezügliche Untersuchungen werden seit dem Jahre 1921 auf Anregung des Referenten durchgeführt [1]).

II. Dynamische Untersuchungen von Brücken und Hochbauten.

Die theoretischen Grundlagen sind im ersten Teil des Referates hinreichend behandelt worden, es sollen daher im Folgenden die experimentellen Methoden und Meßgeräte, sowie die Auswertung der Untersuchungen behandelt werden.

Die ersten Versuche einer dynamischen Brückenuntersuchung wurden in Japan von Omori (1) durchgeführt.

Die erste dynamische Untersuchung eines Hochbaues führte bereits 1897 der Züricher Professor W. Ritter (2) durch. Ritter nahm auch bereits Brückenschwingungen auf, ohne seine Aufnahmen jedoch in Beziehung zu bringen mit der Konstruktion der Brücke selbst.

Hawraneck (3) untersuchte wohl als erster in Europa die Schwingungen einer Straßenbrücke mit einem Biegungsmesser eigener Konstruktion und stellte auf Grund seiner Untersuchungen tiefgreifende rechnerische Betrachtungen an.

---

[1]) Dr. Ing. Diss. H. Marnet 1927. Diplomarbeit E. Bauer 1928; Diplomarbeit Hoffmann 1929.

Bei diesen genannten Untersuchungen wurden entweder zufällig vorhandene Störkräfte, d. h. Störkräfte mit einer Frequenz, die nicht mit der Eigenfrequenz des Bauwerkes zusammenfiel, oder ein Stoßimpuls als erregende Kraft angewendet. Erst seit dem Jahre 1921 werden zum ersten Male in Darmstadt Untersuchungen mit sinusförmigen Störkräften genau bekannter Frequenz und genau bekannter Zugkraft durchgeführt. Es werden hierbei Resonanzkurven der Schwingungsweite als Funktion der Störfrequenz aufgenommen. Versuche, wie sie seit dem Jahre 1929 von Dr. BERNHARD (Deutsche Reichsbahn) (5) durchgeführt werden.

1. Schwingungsmeßgeräte zur Messung der Schwingungen.

Die Messung der Schwingungsweite kann unmittelbar erfolgen, wenn ein fester Bezugspunkt vorhanden ist, fehlt jedoch ein solcher, dann kann die Messung nur mittelbar erfolgen. Diese beiden grundlegenden Gesichtspunkte sind bei der Auswahl der Geräte ausschlaggebend.

Unmittelbar messende Geräte (Biegungsmesser) wurden entwickelt von FRÄNKEL (6), OMORI (7), HAWRANECK (8) und anderen; eine Zusammenstellung der von der Schweizerischen Bundesbahn verwendeten Meßgeräte hat BÜHLER und MEYER (9) gegeben. Bei den Darmstädter Untersuchungen wurde ein auf einer zweiten, parallel liegenden Brücke aufgebautes Meßmikroskop zur Messung der Durchbiegung verwendet. (Vergl. MARNET (10).) Das neueste Gerät dieser Gruppe ist wohl der Durchbiegungs-Registrierapparat von ZEISS-KULKA (11).

Von den mittelbar messenden Geräten zur Messung der Schwingungsweite sind vor allem zu nennen die auf seismischem Prinzip beruhenden Erschütterungsmesser. Die ersten Erschütterungsmesser wurden von den Japanern entwickelt; diese, wie auch die meisten später gebauten Erschütterungsmesser sind den Seismographen nachgebildet. Zu nennen sind die Instrumente nachfolgender Konstrukteure: OMORI (7), FRÄNKEL (12), GRUNMACH (13), WIECHERT-MINTROP (14), ZEISSIG-SAUER (15), SCHLICK (16), GEIGER (17), SCHENCK-LEHR (18), REUTLINGER (19), MAIHACK (20), GANS (21). Diese Erschütterungsmesser sind aufzufassen als schwingungsfähige Gebilde, welche unter der erregenden Kraft der Bauwerksschwingungen selbst erzwungene Schwingungen ausführen. Diese von den Schwingungsmessern angezeigten Schwingungen können auf Grund der Theorie der erzwungenen Schwingungen umgerechnet werden in die wahren Schwingungsweiten des Bauwerkes. Die Gleichung (7 a) gestattet die Umwertung, wenn an Stelle der 1 im Zähler die Vergrößerung V des Schwingungsmessers für schnelle Schwingungen eingesetzt wird. Graphische Rechenverfahren zur Auswertung von Schwingungsbeobachtungen wurden gegeben von WIECHERT-GEIGER und SCHMIDT; für technische Zwecke am vorteilhaftesten sind direkte Eichkurven, aus welchen die Vergrößerungen der Schwingungen durch den Erschütterungsmesser unmittelbar entnommen werden können. (Vergl. Bild 6.) Die Umwertung der Ausschläge in wahre Schwingungsweiten kann auf einfachste Weise durch Multiplikation durchgeführt werden. Eine Verkennung dieser Tatsache führt häufig zu Vorschriften über den Bau von Erschütterungsmessern, welche den Erfahrungen direkt widersprechen. Experimentelle Überprüfungen von verschiedenen Schwingungsmessern wurden durchgeführt von REUTLINGER (22) und HÜLSENKAMP-HORT (23).

Ein weiteres mittelbares Verfahren besteht in der Aufnahme der Leistungskurven, wie es BERNHARD (24) nach dem klassischen Verfahren von

SOMMERFELD (25) durchführt. Hierbei werden zwar nicht Absolutwerte für die Schwingungsweiten gegeben, sondern nur aus den Leistungsaufnahmen des Erregermotors (vergl. Schwingungserzeuger) Leistungskurven gezeichnet, die ein Bild geben über den Verlauf der Schwingungsweiten mit wachsender Störfrequenz. Diesem Meßverfahren liegt Gl. (17) zu Grunde. BERNHARD verwendet seine Messungen zur Ermittelung der Resonanzfrequenz und Dämpfung; Größen, die noch behandelt werden.

Die Dehnungs- bezw. Spannungsmesser gestatten bis zu einem gewissen Grade durch Umwertung auf Grund von Stabzugbetrachtungen die Ermittelung der Schwingungsweite, jedoch soll auf dieses Verfahren hier nicht weiter eingegangen werden.

Von besonderer Bedeutung ist die Ermittelung der Eigenschwingungszahl des Bauwerkes. Auch hierbei ist die Ermittelung unmittelbar und mittelbar möglich.

Das unmittelbare Verfahren beruht auf der Anwendung von Resonanzschwingungsmessern BLAESS (26), Zungen, welche auf verschiedene Schwingungszahlen abgestimmt sind.

Weiter ist es möglich, aus der Umlaufsgeschwindigkeit der Schwingungserreger (Rotore) die Schwingungszahl des Bauwerkes zu ermitteln, da das Bauwerk nach dem Satz von HERRSCHEL mit der Frequenz der erregenden Kraft schwingt. Unter gleichzeitiger Beobachtung eines Schwingungsmessers bezw. eines Wattmeters zur Messung der Leistungsaufnahme des Rotors kann die Eigenschwingungszahl des Bauwerkes ermittelt werden.

Das mittelbare Verfahren zur Feststellung der Eigenfrequenz eines Bauwerkes erfolgt aus der aufgenommenen Resonanzkurve der Schwingungsweite oder der aufgenommenen Leistung des Bauwerkes. Ein Auswertungsverfahren von REUTLINGER (27) gestattet die Ermittelung dieser Resonanzfrequenz, auch ohne eine Messung der maximalen Schwingungsweite, auf Bruchteile eines Prozentes genau. Eine Genauigkeit, die bei exakten Messungen gefordert werden muß.

Die Ermittelung der Dämpfung, d. h. der inneren Reibung des Bauwerkes gibt ein Bild des inneren Gefüges. Eine richtig verschweißte Brücke wird eine geringe innere Arbeitsvernichtung zeigen; eine schadhafte Brücke mit Rissen in den Knotenstellen oder losen Nieten wird infolge Bewegung an diesen Stellen weit mehr Energie vernichten, also eine stärkere Dämpfung zeigen. Die Ermittelung der Dämpfung kann aus freien Ausschwingungen des Bauwerkes nach Stoßerregung durch Aufzeichnung dieser Schwingungen und durch Ausmessung der Schwingungsweiten erfolgen. Das logarithmische Dekrement $\vartheta = 1\,n\,\frac{a_n - 1}{a_n}$ kann dann errechnet werden (Messungen von HAWRANEK). Normalerweise wird das Dekrement der Resonanzkurve entnommen nach Gl. (22), (23). Ein Verfahren von REUTLINGER (27) gestattet auf graphischem Wege die Ermittelung der Dämpfung und zwar in Abhängigkeit von der Schwingungsweite. Hierdurch ist die Möglichkeit gegeben, festzustellen, ob das Bauwerk Risse zeigt, die schon einen größeren Umfang angenommen haben, denn bei normaler innerer Arbeitsvernichtung kann bei den in Betracht kommenden Schwingungsweiten eine Dämpfung proportional der Geschwindigkeit angenommen werden.

Die Ermittelung des Phasenwinkels wird zweckmäßig der Registrierung entnommen. Da dieser Phasenwinkel nur bei erzwungenen Schwingungen auftritt und den Winkel bildet zwischen erregender Kraft und der im System wirkenden Kraft, wird bei einer bestimmten Stellung der Un-

wuchtmasse (obere oder untere Lage der Masse) eine Marke auf die Registrierung aufgebracht. Der Längenabstand bezw. der Zeitabstand zwischen Lagenmarke und maximaler Schwingungsweite unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung, die zwischen Maximum der Bauwerksschwingung und Maximum der Registrierung liegt, läßt sich die Phasenverschiebung der Kräfte im Bauwerk errechnen.

Eine unmittelbare Ermittelung des Phasenwinkels wäre nur auf elektrischem Zwischenwege möglich, jedoch würden bei niederen Frequenzen, welche bei Bauwerken als Grundschwingungen auftreten, neben großen Ungenauigkeiten große Schwierigkeiten zu erwarten sein.

Der Phasenwinkel φ zwischen erregender Kraft und der im System schwingenden Kraft gestattet, wie aus den theoretischen Betrachtungen ersichtlich (vergl. G. (9), Bild 3 a, 3 b, 4, 5), die Ermittelung der Eigenschwingungszahl, der Dämpfung und der schwingenden Masse. Besondere Bedeutung kommt der Beobachtung des Phasenwinkels noch zu, wenn mehrere Resonanzfrequenzen eines zusammengesetzten Bauwerkes nahe beieinander liegen, da durch Verfolg des Phasenwinkels, mit wachsender Erregerfrequenz, eine Trennung der Resonanzstellen nach den einzelnen schwingenden Teilen möglich ist.

Die als Folge der Schwingungen in den Konstruktionsteilen des Bauwerkes auftretenden Spannungen werden durch Dehnungsmesser ermittelt. Sie beruhen auf der Messung der Längenänderung einer vorgegebenen Meßstrecke, da aus den beobachteten Längenänderungen unter Zugrundelegung des Querschnittes an der Meßstelle ein Schluß gezogen werden kann auf die infolge der Schwingungen auftretenden Spannungen.

Bei den unmittelbar messenden Dehnungsmessern wird die Längenänderung der durch die Konstruktion des Gerätes vorgegebenen Meßlänge rein auf mechanischem Wege durch Hebel aufgezeichnet. Die Apparate von Fränkel (28), Geiger (29), Okhuizen (30), Mesnager (31), Meyer-Honegger (32), Collins (33) sind hier zu nennen. An Stelle des meist als letztes Glied einer Reihe wirkenden mechanischen Schreibhebels kann auch ein Lichtzeiger mit photographischer Aufzeichnung dienen, wie bei dem Geräte von Feredy-Palmer (34).

Zur mittelbaren Messung der Längenänderung werden die verschiedensten Hilfsmittel benutzt. Die schwingende Saite als Dehnungsmesser wird in der Konstruktion von Schaefer (35) benutzt. Die Messung beruht auf der Änderung der Tonhöhe (Schwingungszahl) einer, auf das zu untersuchende Bauwerk aufgespannten Saite, da eine Längenänderung der Meßstrecke infolge von Spannungen eine Änderung der Saitenspannung bewirkt. Die Schwingungszahl der Saite wird auf elektrischem Wege mittelst eines Kopfhörers abgehört und mit der Schwingungszahl einer Vergleichssaite in Beziehung gebracht. Die Fa. Maihack, Hamburg, stellt das Gerät in einer sehr brauchbaren Form her. Das für statische Untersuchungen sehr geeignete Gerät ist bei Schwingungen nur beschränkt verwertbar.

Auf der Änderung des Widerstandes aufeinandergeschichteter Kohleplättchen beruhen die elektrischen Dehnungsmesser von Johnstone und Peters (36), Siemann (37), Bernhard (38). Sie werden in Verbindung mit einer Brückenschaltung und einem Oszillographen verwendet und gestatten, nachdem erst einmal stationäre Zustände zwischen den Plättchen eingetreten sind, Messungen, aus welchen sich die Dehnung gut ermitteln läßt.

Andere elektrische Dehnungsmesser beruhen auf der Änderung der Schwingungszahl elektrischer Röhrensender infolge Änderung der Kapazität

oder der Selbstinduktion dieser elektrischen Schwingungskreise. Diese Geräte, die häufig auch als Ultramikrometer bezeichnet werden, gestatten äußerst genaue Messungen, jedoch ist ihre Anwendung für bautechnische Messungen sehr beschränkt, da die Entfernung zwischen dem durch Längenänderung gesteuerten Meßkondensator oder der Meßselbstinduktion und dem Röhrensender nur gering sein kann, wegen auftretender zusätzlicher Kapazitäten der Zuleitung. Vor dem Aufbau des Röhrensenders, wie überhaupt von Verstärkerröhren auf den schwingenden Bauteilen muß unbedingt gewarnt werden.

Induktionsströme, welche dadurch erzeugt werden, daß eine, den Längenänderungen der Meßstrecke folgende Meßspule sich in einem Magnetfelde bewegt, verwendet REUTLINGER (39). Die in diesem Instrumente auftretenden Induktionsströme sind proportional der Geschwindigkeit der Längenänderung. Hierdurch wird ein neues Meßprinzip eingeführt, das direkt die Geschwindigkeit der Spannungsänderung aufzunehmen gestattet.

2. Schwingungserzeuger (Oszillatore).

Da sich bei dynamischen Untersuchungen mehr und mehr die Aufnahme von Resonanzkurven durchgesetzt hat, ist es notwendig, ganz kurz auf die Schwingungserzeuger einzugehen. Während bei Fundamenten die darauf ruhenden Maschinen und bei Kirchtürmen die Glocken in beschränktem Maße als Schwingungserzeuger verwendet werden können, ist es zur dynamischen Untersuchung von Brücken und sonstigen Hochbauten unbedingt notwendig, Geräte anzuwenden, welche diesen Bauwerken sinusförmige Kräfte aufdrücken können. Als zweckmäßigste Anregung haben sich umlaufende exzentrische Massen erwiesen. Diese geben auf ihre Unterlage rein sinusförmige Kräfte ab. (Vergl. Gl. (5), (5a).) Da die hier wirkenden Zentrifugalkräfte proportional der Masse und dem Radius sind, besteht leicht die Möglichkeit, die Zugkräfte in weiten Grenzen zu regeln. Diese Regelung wird einmal notwendig zur Erzielung verschieden großer Maximalschwingungsweiten zur Überprüfung des Bauwerkes auf die Grenzbeanspruchung gemäß dem HOOK'schen Dehnungsgesetz, das andere Mal ist die Änderung notwendig, um bei sonst gleichem Rotor bei kleinen Umlaufsgeschwindigkeiten hinreichend große Zugkräfte zu erhalten und andererseits bei höheren Störfrequenzen die Zugkräfte auf einem beschränkten, das Bauwerk nicht gefährdenden Maße zu halten. Bei Brückenerregung beginnend bei 2 und steigend bis 100 Schwingungen pro Sekunde, würden bei gleichen Störmassen und gleichem Störradius die Zugkräfte auf das 2500 fache des Anfangszuges steigen, da die Zentrifugalkraft proportional dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit ω ist. Da die Zentrifugalkräfte radial wirken, ist nur die Ebene der Kraftwirkung festgelegt und noch keine bestimmte Zugrichtung. Eine bestimmte Zugrichtung ist jedoch in vielen Fällen erforderlich. Durch Zusammensetzung zweier mit gleicher Masse, Störradius und Frequenz, jedoch in entgegengesetztem Drehsinn umlaufenden exzentrischen Massen ist es möglich, gerichtet wirkende Zugkräfte zu erhalten. Erstmalig wurde diese Methode angewandt bei Untersuchung von Erschütterungsisolierstoffen im Laboratorium für technische Physik an der Technischen Hochschule zu München. Der Brückenprüfwagen von SPÄTH-LOSENHAUSEN (40) verwendet das Prinzip in folgender Weise (vergl. Fig. 6):

Während für vertikale Anregung nur reine Kräfte auftreten, ergeben sich bei horizontaler Anregung neben horizontalen Zugkräften Maximal-

momente in der vertikalen Richtung um eine Achse, welche mittig zwischen den beiden Rotationsachsen liegt. Hierdurch tritt ein Trampeln des Prüfwagens ein.

Diese Nachteile vermeidet der Rotor nach REUTLINGER (41), bei welchem nur reine Zugkräfte auftreten. Durch Drehung um eine horizontale und eine vertikale Hauptachse können die Zugkräfte unter jedem beliebigen Winkel im Raum ziehend eingestellt werden. (Vergl. Fig. 7 und 8.)

Bei Anregung von Bauwerken werden entsprechende Rotore verwendet, jedoch kann sich z. B. bei Türmen die Notwendigkeit ergeben, daß nur horizontale Kräfte zur Wirkung kommen dürfen; dann müssen Rotore mit vertikalen Rotationsachsen oder solche der REUTLINGER'schen Form Verwendung finden. Es entstehen dann gerichtete horizontale Zugkräfte.

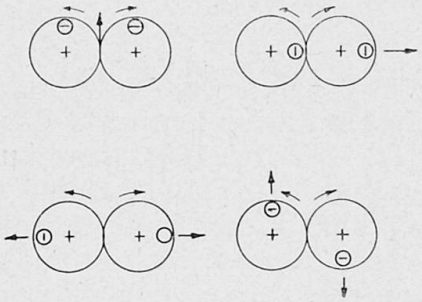

Fig. 6.

Späth-Losenhausen Oszillator mit gegenlaufenden Massen zur Erlangung gerichteter Zugkräfte. Bei horizontalliegenden Rotorachsen kann rein nur der Vertikalzug dargestellt werden, da bei Horizontalzug neben den Horizontalzügen Drehmomente auftreten.

Oscillateur Späth-Losenhausen avec masses oscillantes en opposition, permettant d'obtenir des efforts orientés. L'axe du rotor étant disposé horizontalement, on ne peut représenter que les efforts verticaux, car pour des efforts horizontaux, des moments simultanés de torsion interviennent.

Spaeth-Losenhausen Oscillator with oppositely rotating masses for obtaining directed tensile forces. When the rotor axis are horizontal, only the vertical pull can be shown, since in the case of the horizontal pulls twisting moments occur together with the horizontal pulls.

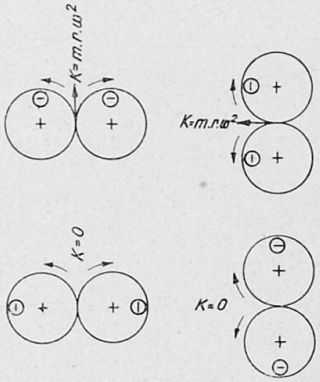

Fig. 7.

Reutlinger Universalrotor mit vier gegeneinanderlaufenden Störmassen gibt reine Zugkräfte unter jeglichem räumlichen Winkel, da drehbar um zwei zueinander senkrechten Achsen, wie bei Universalinstrument (Theodolit). Frei von Momentbildung.

Rotor universel de Reutlinger avec masses en opposition permettant d'obtenir des efforts simples pour une direction quelconque de l'espace, l'appareil pouvant tourner autour de 2 axes perpendiculaires, tel qu'un appareil universel (théodolite), sans intervention de moments.

Reutlinger Universal Rotor with four oppositely rotating disburbing masses gives purely tensile forces at any angle, since it can be turned about two axes at right angles to each other as in universal instruments (theodolite). Does not cause moments.

Die Rotore enthalten elektrische Antriebsmotore und eingebaute Tachometer zur direkten Ablesung der Umlaufsgeschwindigkeit, außerdem aber noch einen Kontaktgeber in der maximalen Zugrichtung auf das zu untersuchende Bauwerk zur Ermittelung des Phasenwinkels. (Vergl. S. 397.)

Auf Grund der Momente $m \cdot r$ können nach der Formel $m \cdot r : \omega^2$ die jeweiligen Zugkräfte errechnet werden.

Die zugeführte elektrische Energie kann entweder aus Strom und Spannung errechnet oder einem Wattmeter entnommen werden, wie es BERNHARD bei seiner Untersuchungsmethode anwendet. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß neben der Energievernichtung im schwingenden Bauwerk auch noch

innere Verluste in Motor und Rotor auftreten. Überlegungen und Versuche zeigen, daß diese inneren Verluste proportional dem Quadrate der Umlaufsgeschwindigkeit sind. Die in dem Bauwerk vernichtete Leistung wird sich daher bei Auftragung einer Leistungskurve als Resonanzkurve über die Verlustgrundkurve hinweglegen.

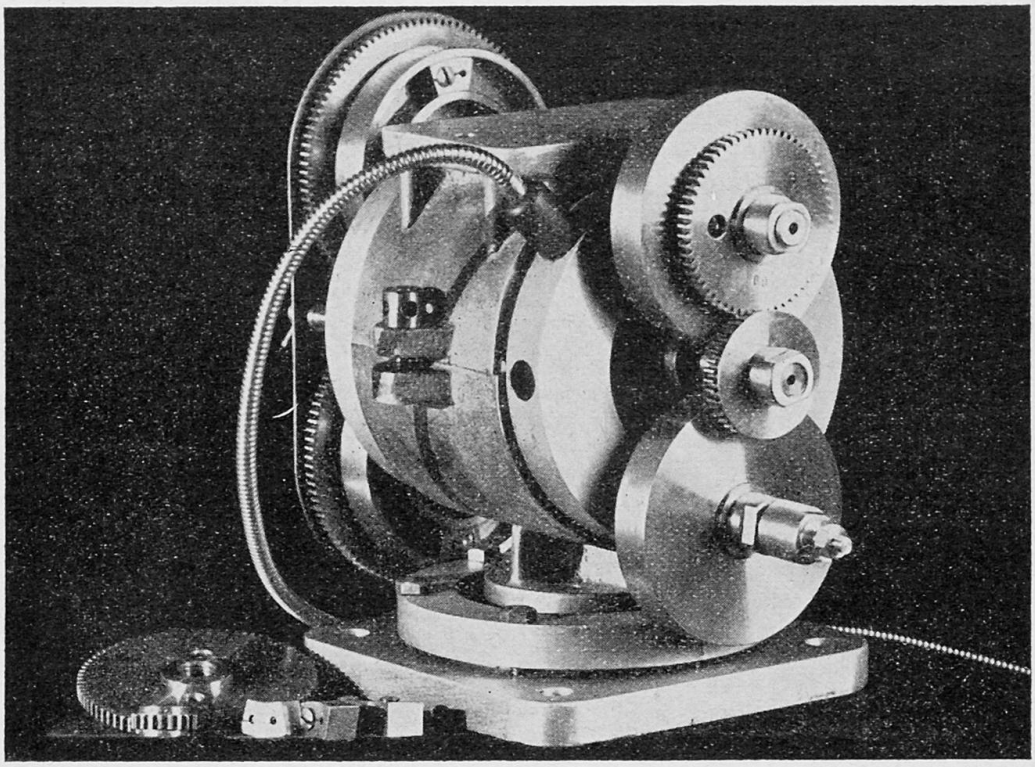

Fig. 8.

Reutlinger Universalrotor mit eingebautem Elektromotor und elektrischem Ferntachometer. Horizontalzug. — Rotor universel de Reutlinger, avec moteur électrique incorporé et tachymètre à commande électrique. Efforts horizontaux. — Reutlinger Universal Rotor with built-in electric motor and electric remote tachometer. Horizontal pull.

3. Gesamtgerät zur dynamischen Untersuchung von Brücken und Bauwerken.

Das gesamte Untersuchungsgerät setzt sich also zusammen aus dem Schwingungserzeuger und den Schwingungsmeßgeräten; hinzu kommen noch Hilfsgeräte für Messung der Umlaufsgeschwindigkeit, der aufgenommenen elektrischen Leistung. Zweckdienlich werden alle zu beobachtenden Größen zusammengefaßt in einem Oszillographen. Ein Viersaiten-Oszillograph mit zwei Hilfsmarkengebern gestattet die Aufnahme von drei Schwingungsmeßstellen, der Umlaufsgeschwindigkeit, einer Phasenmarke und einer Zeitmarke.

4. Durchführung einer dynamischen Bauwerksuntersuchung.

Der Schwingungserzeuger wird möglichst an der Stelle maximaler Schwingungsweite aufgebaut und so eingestellt, daß er in der gewünschten Richtung, Größe und Frequenz auf das Bauwerk einwirkt. Um eine möglichst feste Kopplung zwischen Erreger und Bauwerk zu erhalten, wird der Erreger mit dem Bauwerk fest verschraubt.

Die Schwingungsmesser werden an den verschiedenen Meßstellen fest verschraubt. Die Wahl der Meßstellen richtet sich nach der Art der Untersuchung. Handelt es sich nur um die Ermittelung der Resonanzfrequenz, so wird ein Meßgerät an der Stelle maximaler Schwingungsweite bezw. maximaler Spannungsänderung befestigt. Handelt es sich aber um die vollkommene Aufnahme einer elastischen Linie der maximalen Ausschwingung des Bauwerkes, so müssen eine größere Anzahl von Meßgeräten angesetzt werden. Von besonderem Werte ist die Regelung des Rotors, die Beobachtung der Schwingungsgrößen nicht auf dem schwingenden Bauwerk selbst, sondern an einer nicht mitschwingenden Stelle vorzunehmen, da die zusätzlichen Bewegungen, Körpergewichte und Verlagerung der Körpergewichte störend wirken. Es ist unbedingt falsch, das Gewicht des Beobachters in vollem Umfange als zusätzliche Masse aufzufassen, da der Beobachter ja durch seine Muskulatur elastisch mit dem Bauwerke gekoppelt ist.

Eine kurze Voruntersuchung dient zur Überprüfung der richtigen Wahl und des richtigen Arbeitens der Meßgeräte.

Die Untersuchung kann sich beschränken auf die Ermittelung der Eigenschwingungszahl, dann ist nur ein Schwingungserreger mit Tachometer und entweder ein Wattmeter zur Aufnahme der Leistungskurve oder ein Schwingungsmesser zur Aufnahme der Resonanzkurve der Schwingungsweite erforderlich. Mit Hilfe dieser Meßanordnung kann noch die Dämpfung und bei bekannten Rotorzügen auch die schwingende Masse und die Rückstellkraft ermittelt werden.

Eine Anordnung, bestehend aus Schwingungserzeuger mit Tachometer und Wattmeter zur Bestimmung der elektrischen Leistungsaufnahme, genügt zur Ermittelung der Eigenschwingungszahl und mit einiger Genauigkeit auch zur Bestimmung der Dämpfungsgröße aus der aufgenommenen Leistungskurve. Die schwingende Masse kann nur ermittelt werden durch Hinzufügen einer bekannten zusätzlichen Masse. Aus schwingender Masse und Eigenschwingungszahl kann dann die Rückstellkraft errechnet werden.

Infolge des Abwanderns von mechanischer Schwingungsenergie in die Umgebung, d. h. in die Pfeiler der Brücke, oder in Anbauten bei Türmen u. s. w. wird elektrische Energie verbraucht, die den eigentlichen Energieverbrauch des eigentlichen Bauwerks in unbekannter Weise überdeckt. Aus diesem Grunde gelingt es auch nicht, sichere Werte für die Dämpfung zu erhalten.

Eine Anordnung, bestehend aus Schwingungserzeuger mit Tachometer und einem oder mehreren Schwingungsmessern, gestattet die Aufnahme der wahren Schwingungsweite an den verschiedensten Meßstellen. Hierdurch ist die Aufnahme von Resonanzkurven von außerordentlich exakter Form möglich; selbst wenn in der Nähe der Resonanz Schwebungen auftreten. Durch Auswahl geeigneter Meßstellen kann die gesamte elastische Linie des Bauwerkes aufgenommen werden. Bei entsprechend leichtdimensionierten Schwingungsmeßgeräten können auch Einzelbauteile schwingungstechnisch untersucht werden, da die als zusätzliche Massen wirkenden Schwingungsmesser immer noch von kleinem Gewicht gehalten werden können. Wert ist bei den Schwingungsmessern darauf zu legen, daß sie bei geringem Eigengewicht und kleinen Ausmaßen auch einzelner Bauteile leicht und sicher zu befestigen sind. Eine Registierung ist zwar nicht unbedingt nötig, jedoch zu empfehlen, da neben Ermittelung des Phasenwinkels und der Schwingungsform auch die Möglichkeit besteht,

wie oben angegeben, mehrere Meßstellen gleichzeitig aufzunehmen, und vor allem später zu speziellen Zwecken zu verarbeitende Unterlagen zu erhalten. Gerade aus der Vergleichung mehrerer Meßstellen dürften noch wichtige Konstruktionsunterlagen zu erhalten sein.

Zur Ermittelung der Spannung in einzelnen Bauteilen können Spannungsmesser angesetzt werden. Für sie gelten ähnliche Forderungen, wie sie an die Schwingungsmesser zu stellen sind.

Eine gleichzeitige Anwendung von Schwingungs- und Spannungsmessern dürfte dann am Platze sein, wenn es sich um spezielle Untersuchungen an Bauteilen handelt.

An letzter Stelle, aber wegen gewisser Vorteile, die bedingt sind durch die Methode der Messung, von nicht zu unterschätzendem Werte sind noch zu nennen die Durchbiegungsmesser, allerdings nur in der Form von ZEISS-KULKA in Verbindung mit einem Schwingungserreger. Die bis jetzt bekannt gewordenen Untersuchungen nach dieser Methode berechtigen zu großen Hoffnungen.

5. Auswertung einer dynamischen Bauwerksuntersuchung.

Sowohl die Ermittelung der Eigenschwingungszahl, als auch die Ermittelung der schwingenden Masse, der Rückstellkraft und der Dämpfung sind für die Beurteilung der dynamischen Festigkeit des Bauwerkes von größter Wichtigkeit. Gestatten sie doch Rückschlüsse, ob die Bauausführung oder der jeweilige Zustand des Bauwerkes den Anforderungen des Konstrukteurs entsprechen.

Für die Eigenschwingungszahl von Vollwandträgern hat BLEICH (42) Werte errechnet, welche durch neuere Messungen von PATTON (43) bestätigt wurden.

Jedoch zeigen diese Messungen auch, daß eine Gesetzmäßigkeit zwischen Schwingungszahl und Spannweite nur für Vollwandträger oder ähnliche Brücken besteht. Bemerkenswert ist, daß die älteren Untersuchungen von OMORI (41) wesentlich kleinere Eigenschwingungszahlen zeigen, es handelt sich allerdings um ältere Brücken leichterer Bauart.

Eine möglichst ausgedehnte Resonanzkurve, etwa von 0,5 bis 100 Schwingungen pro Sekunde, ist zu vergleichen mit einer Spektralaufnahme. Der Reihe nach werden einzelne Konstruktionsteile angestoßen, da ja eine Fachwerkbrücke ein vielgliedriges schwingungsfähiges System ist. Es kommt bei normalem Verlauf dieser Resonanzkurve nicht darauf an, die einzelnen Resonanzstellen zu deuten, nur die besonders stark in Erscheinung tretenden sind zu diskutieren, jedoch ist zu fordern, daß bei Nachprüfungen nach dem Einliegen, beziehungsweise nach gewissen Zeitabständen derselbe Verlauf der Resonanzkurve wieder auftritt. Geringe Verlagerung der einzelnen Resonanzstellen ist zu erwarten, ebenso können infolge von Schwebungen besonders auffällige Stellen auftreten und auch verschwinden, ohne daß hierdurch ein Schluß auf eine wesentliche Veränderung der Festigkeit der Brücke gezogen werden könnte.

Die Ermittelung der „schwingenden Masse“ entweder aus einer Messung unter Berücksichtigung der Erregerkräfte oder aber wenn möglich durch Aufnahme einer zweiten mit zusätzlicher Belastung dient zur Errechnung der Rückstellkraft. Diese Kraft ist ein direktes Maß für die Biegefestigkeit des Bauwerkes. Die Ermittelung der schwingenden Masse und damit des

Faktors k_d gestattet nur für Vollwandträger und diesen ähnlichen Brücken die Errechnung der Elastizitätszahl, die verglichen werden kann mit dem Elastizitätsmodul des Baumaterials. Für Hochbauwerke, deren Ausmaße aus Zeichnungen entnommen werden können und deren Materialkonstanten bekannt sind, läßt sich aus der Beobachtung der Schwingungszahl die Rückstellkraft, bezw. die Elastizitätszahl errechnen. Allerdings ist es notwendig, mit den wahren Trägheitsmomenten und Querschnitten zu rechnen, sonst treten beträchtliche Fehler auf.

Die aus den Resonanzkurven zu errechnende Dämpfung (im wesentlichen innere Reibung) ergibt eine Unterlage über die Veränderung der Nietungen, bezw. Veränderung an Schweißstellen. Leider fehlen noch umfangreiche Unterlagen in dieser Richtung, da die Zeitspanne noch etwas kurz ist, seit welcher dynamische Bauwerksuntersuchungen vorgenommen werden, jedoch gestatten die wenigen vorhandenen Unterlagen der russischen Brückenuntersuchungen (44), aber vor allem die von BERNHARD (45) durchgeführten Dauerversuche Deutungen der Dämpfungsursache.

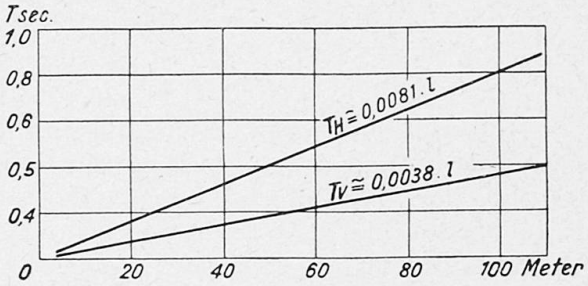

Fig. 9.

Zusammenhang zwischen Horizontalschwingungsdauer T_H, Vertikalschwingungsdauer T_V und der Stützweite von Balkenbrücken. (Russ. Veröffentl.)

Relation entre la période des oscillations horizontales et des oscillations verticales, d'une part, et la portée, d'autre part, pour des ponts simples. (Publications russes.)

Connection between duration of horizontal vibration T_H, duration of vertical vibration T_V and the span of girder bridges. (Russian Publication.)

Von besonderer Wichtigkeit ist jedoch die vollkommene Aufnahme der elastischen Linie des Bauwerks. Wie schon gezeigt (Seite 395), genügt der ermittelte Reduktionsfaktor k_d nicht zur Erkennung der elastischen Linie, die ja die Schwingungsform des Bauwerkes darstellt. Bei Hochbauten gibt die Form der elastischen Linie, wie schon RITTER (46) gezeigt hat, die Möglichkeit, außer der Kontrolle des Bauwerks (Risse müssen Störungen in dem Verlauf der elastischen Linie bedingen) die Größe der Einspannung, bezw. die Größe der Beanspruchung des Bodens zu ermitteln. Bei der dynamischen Untersuchung von Brückenpfeilern ist gleichfalls die Aufnahme der elastischen Linie von größter Bedeutung, allerdings müssen die Brückenpfeiler vor dem Auflegen der Brücken durch Aufnahme von Resonanzkurven untersucht werden. Eine Stoßanregung wird immer falsche Werte ergeben. Gerade für die Beurteilung von Beton- und Fachwerkbauten wird die Aufnahme der elastischen Linie von höchster Wichtigkeit sein. KULKA weist in seiner neuesten Veröffentlichung bereits auf diesen Punkt hin und die schon etwas ältere Arbeit von POHLHAUSEN (47) regt zu Untersuchungen in dieser Richtung an. Versuche an einer 35 Meter langen Fachwerkbrücke bei Darmstadt führt der Referent zur Zeit in dieser Richtung durch, indem die Schwingungsweiten der einzelnen Knotenpunkte unter stets gleicher Erregerkraft bei Resonanz gemessen werden.

III. Praktisch durchgeführte Untersuchungen.

Nachfolgend sei eine Reihe von durchgeführten dynamischen Untersuchungen von Bauwerken zusammengestellt, die die Entwicklung und die Art der angewandten Methoden kurz beleuchten soll.

Untersuchungen von Eisenbahnbrücken durch OMORI (48).

Anregung der Schwingungen der Brücken durch Lokomotive. Messung der Schwingungsweite durch Vertikalschwingungsmesser. Messung der Durchbiegung mittelst Horizontalschwingungsmesser mit langer Eigenperiode.

Die Anregung durch eine Lokomotive kann leicht zu Fehlern Anlaß geben, da sowohl die Unwucht der Räder, als auch die Schienenstöße zur Anregung der Brücke beitragen.

Untersuchungen einer Straßenbrücke durch HAWRANECK (49).

Anregung erfolgte entweder durch auffallende Massen, durch marschierende Menschen oder Fahrzeuge. Aufnahme der Schwingungen durch Biegungsmesser. Sehr wertvoll ist die Kurve der freien Ausschwingung nach Stoßanregung, die mit großer Schärfe die Entnahme der Eigenschwingungszahl und der Dämpfung gestattet. Nachteilig ist die Art der Anregung.

Untersuchung der Eisenbahnbrücke bei Kl.-Auheim durch MARNET (50).

Anregung erfolgt durch Rotor mit einer Wuchtmasse, Messung der Schwingungsweiten durch Schwingungsmesser der verschiedensten Konstruktion. Aufnahme vollständiger Resonanzkurven der Grundschwingung mit und ohne Zusatzmassen in Gestalt von Lokomotiven oder Wagen. (Rotormaximalzugkraft ca. 80 kg. Antriebsmotorleistung maximal 300 Watt.) Vorteilhaft war die Anwendung kleiner Störkräfte, die jedoch in der Resonanz Schwingungsweiten ergaben, welche wesentlich stärker waren als bei Anregung durch fahrende Züge. Von besonderer Bedeutung war die Verwendung geeichter Schwingungsmesser, welche die Umwertung auf wahre Schwingungsweiten mit großer Genauigkeit gestatteten. Schwierigkeiten bestanden in der Konstanthaltung der Erregerfrequenz, sodaß bei der geringen Dämpfung der Brücke Schwebungserscheinungen auftraten. Eine Neukonstruktion des Brückenrotors vermindert diese Schwebungserscheinungen auf ein nicht störendes Maß.

Untersuchungen von Brücken durch BERNHARD und SPÄTH (51) (Reichsbahn-Untersuchungen).

Anregung erfolgt durch Brückenprüfmaschine von SPÄTH-LOSENHAUSEN. Aufnahme der Resonanzkurven durch Messung der elektrisch aufgenommenen Leistung bei verschiedenen Störfrequenzen. Umfangreicher Aufbau und beschränkte Genauigkeit der Dämpfung infolge störender Abwanderung von Schwingungsenergie auf Nachbarteile. Bei Brücken mit mehreren Überbauten wandert Schwingungsenergie über die Pfeiler auf die anstoßenden Überbauten. Der Kopplungsgrad ist ein ziemlich großer, sodaß die Energieaufnahme der Nachbarüberbauten nicht zu vernachlässigen ist. Bei gleicher Bauweise der Überbauten werden ihre Eigenschwingungszahlen nahe beieinander liegen und infolgedessen werden die Nachbarüberbauten elektrische Energie als Schwingungsenergie aufnehmen. Hierdurch tritt eine Verbreiterung der Resonanzkurve und damit eine größere scheinbare Dämpfung und eine geringere Resonanzschärfe in Erscheinung. Bei Anwendung von Schwin-

gungsmessern lassen sich zwei nahe beieinander liegende Eigenfrequenzen noch scharf trennen.

Turmuntersuchungen durch Ritter (52).

Anregung durch verschiedene Glocken. Messung der Schwingungsweiten durch Fränkels Schwingungsmesser. Errechnung der Eigenschwingungszahl aus Registrierung. Gangbarer, jedoch etwas umständlicher Weg. Vorteilhaft die Ermittelung der Beanspruchung durch das Geläute.

Turmuntersuchung durch Lürenbaum (53).

Anregung durch Glocken verschiedener Schwingungszahl. Messung der Schwingungsweite mittelst registrierenden Schwingungsmessers nach Sauer-Zeissig.

Turmuntersuchung durch Koenig (54).

Anregung durch verschiedene Glocken. Messung der Schwingungsweite mit de Quervain-Piccards Schwingungsmesser. Errechnung der Eigenschwingungszahl aus den Registrierungen durch harmonische Analyse. Klare Errechnung der Beanspruchung des Bauwerkes durch den eigenen Störer (Glocken). Resonanzkurve konnte nur annäherungsweise gezeichnet werden, da die Erregerfrequenzen tiefer lagen als die Eigenfrequenz des Bauwerkes. Schwierigkeiten bereitete der 127 kg schwere Schwingungsmesser infolge seines hohen Eigengewichtes.

Untersuchung von Wassertürmen durch Reutlinger und Zeissig.

Anregung durch Rotor mit zwei Wuchtmassen bei vertikalen Umdrehungsachsen, der auf den Tropfböden aufgeschraubt war. Zugkräfte maximal 400 kg. Antriebsmotor $^1/_{10}$ PS. Steuerung der Erregerfrequenz vom Tropfboden aus. Messung der Schwingungsweiten mit Schwingungsmessern in 6 bis 8 verschiedenen Höhen. Eigenschwingungszahl liegt zwischen 3,5 und 3,9 Schwingungen in der Sekunde. Schwingungsweiten wurden im Maximum bis zu 1,5 mm gemessen. Die elastische Linie konnte einwandfrei dargestellt werden. Die Untersuchungen sind noch nicht abgeschlossen.

Untersuchung eines Backsteinschornsteines durch Reutlinger-Zeissig.

Anregung durch einen Spezialrotor mit zwei konachsial gegeneinander umlaufenden Störmassen, der mittelst eines Bockes am oberen Ende eines 60 Meter hohen Schornsteines angehangen war. Die Zugkräfte wirkten radial zum Schornstein. Die Schwingungsweiten wurden in der Zugrichtung mittelst eines elektrisch übertragenden Schwingungsmessers in etwa zehn verschiedenen Höhen vorgenommen.

Regelung der elektrisch ferngemessenen Störfrequenz, sowie Aufnahme der elektrisch übertragenen Schwingungsweite erfolgte in einem etwa 20 Meter entfernten Raume. Wegen der außerordentlich geringen Dämpfung des Schornsteines traten Schwebungserscheinungen auf, welche in der Nähe der Resonanz besonders stark, jedoch in nicht störender Weise auftraten. Eine Registrierung der Schwingungsweite, der Erregerfrequenz und des Phasenwinkels wird die Auswertung sehr erleichtern. Die Resonanzfrequenz

konnte auf ½% genau ermittelt werden. Die Rekonstruktion der elastischen Linie bereitete noch Schwierigkeiten. Die gesammelten Erfahrungen sollen an einem 90 und an einem 145 Meter hohen Betonschornstein verwertet werden.

Untersuchungen von Turbofundamenten durch Kayser und Reutlinger (55).

Der Vollständigkeit wegen sollen hier noch die dynamischen Untersuchungen von Großfundamenten genannt werden. Als Erreger wirkte ein einachsiger Rotor oder die Turbine selbst. Die Schwingungsweiten wurden mit einem elektrisch übertragenden Schwingungsmesser des Referenten durchgeführt. Die Resonanzkurven wurden in dem Bereich von etwa 100 bis 11 000 Schwingungen pro Minute durchgeführt. Die Zahl der Resonanzstellen ist infolge der vorhandenen 6 Schäften, 3 Quer- und 2 Längsriegel, sowie des Sockelrahmens sehr groß. Die Dämpfungen waren meist sehr gering, sodaß die Resonanzstellen als scharfe Nadeln in Erscheinung traten. Die Aufnahme von Leistungsresonanzkurven (Bernhard) hätte hier wohl vollständig versagt, wie Kontrollmessungen an einem kleineren Blockfundamente gezeigt haben.

IV. Vorteile und Aufgaben der dynamischen Untersuchung von Brücken und Hochbauten.

Die dynamische Untersuchung der Bauwerke erfaßt, bei größerer Genauigkeit als die statische, die wahre Beanspruchung des Bauwerkes. Wie die Materialprüfung des Maschinenbaus von der statischen zur dynamischen Prüfung übergegangen ist, so hat sich auch die Ingenieurtechnik zur dynamischen Untersuchung entschlossen.

Ausgehend von der Stoßbeanspruchung der Brücken, wurden die Fortschritte der mechanischen Schwingungstechnik zur Untersuchung der Festigkeit verwandt. Neben der Untersuchung auf momentane Festigkeit wurden Versuche auf Ermüdung bis zum Bruch selbst an eisernen Brücken normaler Größe durchgeführt.

Besonders zu beachten ist der Einfluß der Bodenunruhe industriellen Gebietes auf Hochbauten. So zeigen die Betonschornsteine zu Leuna (Merseburg) Risse, welche sich ergeben haben durch erzwungene Schwingungen. Ein hoher Schornstein schwingt nicht nur in seiner Grundschwingung, d. h. mit einem Bauch am freien Ende, sondern er wird auch in Oberschwingungen übergehen und hierbei werden sich an ganz bestimmten Zonen Ermüdungsrisse zeigen.

Diese und zahllose andere Fragen klärt der Versuch am kleinen Modell, entweder aufgesetzt auf Schwingungsplatten oder zu Eigenschwingungen angeregt bei normaler Aufstellung. Die Modellgesetze werden zunächst noch Schwierigkeiten bereiten, jedoch die Gewinnung einer guten Anschauung über den Schwingungsvorgang und die Schwingungsform ist jetzt schon zu erhalten. Von besonderer Wichtigkeit ist die Ermittelung der elastischen Deformation des Modells, da diese, dem Modell entnommene Größe ein wesentlicher Bestandteil der Integralgleichung eines schwingungsfähigen Systems ist. Die Arbeiten von Prager über Fundamentschwingungen verwenden hierzu rein statische Werte. Die Ermittelung der Deformation des schwingenden Systems wird ganz neue Gesichtspunkte in die weiteren theoretischen Entwicklungen bringen.

Es zeigt, daß sowohl theoretische Betrachtungen, als Meßmethoden und Meßgeräte erneut durchzuarbeiten sind, um diesen neuen Zielen gerecht zu werden. Hier müssen Ingenieure, Mathematiker und Physiker zusammenarbeiten.

Literatur-Zusammenstellung.

1. F. Omori. On the Deflection and Vibration of Raylway Bridges. Publ. Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages N. 9, 1902.
2. W. Ritter, Die Schwingungen des neuen Kirchturms in Enge. Schweiz. Bauzeitung 24, 42, 1897.
3. A. Hawranek, Schwingungen an Brücken. Eisenbau 5, 221, 1914.
4. H. Marnet, Ein Beitrag zur dynamischen Untersuchung von Brücken. Dr.-Ing. Diss. Darmstadt 1927.
5. R. Bernhard u. W. Späth, Rein dynamische Verfahren zur Untersuchung der Beanspruchung von Bauwerken. Stahlbau 1929, Heft 6.
6. W. Fränkel, Der Durchbiegungszeichner u. s. Anwendung. Zivil-Ingenieur S. 466, 1884.
7. F. Omori, (siehe Zitat 1).
8. A. Hawranek. (siehe Zitat 3).
9. A. Bühler und A. Meyer, Beschreibung von Apparaten zur Untersuchung von eisernen und massiven Bauwerken. Schweiz. Bundesbahnen. 2. Aufl. 1924.
10. H. Marnet, (siehe Zitat 4).
11. H. Kulka, Beitrag zur Ermittlung von dynamischen Beanspruchungen in eisernen Brücken. Bautechnik 9, 387, 1931.
12. W. Fränkel, Der Horizontal- und der Vertikal-Schwingungszeichner. Zivil-Ingenieur S. 225. 678, 1894.
13. L. Grunmach, Experimentaluntersuchung zur Messung von Erschütterungen. Verhandl. Verein z. Förderung d. Gewerbefleißes, Berlin 1913, Heft 2—5.
14. L. Mintrop, Über die Ausbreitung der von den Massendrucken einer Großgasmaschine erzeugten Bodenschwingungen. Dr. Diss. Göttingen 1911.
15. H. Sauer, Messung und Rechnung der Fundamentschwingungen von einfachwirkenden Viertaktmaschinen. Dr.-Ing. Diss. Darmstadt 1916.
16. O. Schlick, Die Vibrationserscheinungen an Dampfern. Leipzig 1903.
17. J. Geiger, Mechanische Schwingungen und ihre Messung. Berlin, Springer, 1927
18. Schenk-Lehr, Katalog der Eisengießerei u. Maschinenfabrik Schenk, Darmstadt.
19. G. Reutlinger, Entwicklung u. Untersuchung eines Vertikal-Erschütterungsmessers mit elektrodynamischer Übertragung. Z. angew. Math. Mech., S. 455. 1928.
20. H. Maihak, Aktiengesellschaft Hamburg Kataloge.
21. Ganz & Co., Elektrizitäts- und Maschinenbau A.-G. Budapest II.
22. G. Reutlinger, Eine experimentelle Überprüfung der Theorie der Schwingungsmesser. Gerlands Beitr. z. Geophys., 24, 168, 1929.
23. Hort & Hülsenkamp. Bericht über die Untersuchung von Spannungs- und Schwingungsmessern. 1927, Verkehrswiss. Verlag d. Deutschen Reichsbahn.
24. R. Bernhard, (siehe Zitat 5).
25. Sommerfeld, Resonanztisch. Vergl. Ebert, Lehrb. d. Physik.
26. V. Blaess, Resonanzschwingungsmesser (nach persönl. Mittlg.).
27. G. Reutlinger, Graphisches Verfahren zur Ermittelung der Resonanzfrequenz und der Dämpfung aus Resonanzkurven. (Vergl. Zitat 22) und Reutlinger, Schwingungsmeßtechnik, Berlin, 1932. Springer.
28. W. Fränkel, Spannungsmesser und Dehnungsmesser für Brückenprüfungen. Deutsch. Bauzeitung, S. 576, 1893.
29. J. Geiger, Dynamische Untersuchung von Brücken. D. Bauingenieur, Heft 5, 1924.
30. Okhuizen, (siehe Zitat 9).
31. M. Mesnager, Deux appareils nouveaux pour la mesure des déformations élastiques. Annales des ponts et chaussées, 1903.
32. Meyer-Honegger, Bern, Katalog.
33. Collin Micro-Stress-Recorder, Engineering 115, 87, 1923.
34. Fereday- Palmer Stress-Recorder. Eingeering 109, 138, 1920.
35. O. Schaefer, Die schwingende Saite als Dehnungsmesser. Z. d. V. I. 63, 1008, 1919.
36. Peters & Johnstohn, New developments in electric telemeters. Engineering 116, 253, 1923.
37. Siemann, Dehnungsmesser an Schiffskörpern. Z. d. V. d. I. 70, 539, 1926.

38. Bernhard Beitrag zur Brückenmeßtechnik, Stahlbau, 1928, S. 13.
39. G. Reutlinger, (vergl. Handb. d. Exper. Physik, Bd. 25, 3. Tl. S. 267).
40 W. Späth, Dynamische Untersuchung an techn. Gebilden. Z. d. V. d. I. 73, Nr. 27, 1929.
41. G. Reutlinger, Universalrotor (noch nicht veröffentlicht).
42. Fr. Bleich Theorie und Berechnung der eisernen Brücken.
43. Patton, Zur Frage der Vertikalschwingungen der eisernen Brücken. 11. Sammelheft d. Abt. f. Ingenieur-Untersuchungen, Moskau, 1927.
44. Ergebnisse der experimentellen Brückenuntersuchungen in der U. S. S. R. Sammelheft 22, Moskau 1928.
45. R. Bernhard, Dauerversuche an Eisenbahnbrücken. Z. d. V. d. I., Bd. 73, Nr. 47, 1929.
46. W. Ritter. (vergl. Zitat 2).
47. Pohlhausen, Berechnung der Eigenschwingungen statisch bestimmter Fachwerke. Z. angew. Math. Mech., 1921, S. 28.
48. Omori, (vergl. Zitat 1).
49. A. Hawranek, (Vergl. Zitat 3).
50. H. Marnet (vergl. Zitat 4).
51. Bernhard & Späth, Rein dynamisches Verfahren zur Untersuchung der Beanspruchung von Bauwerken. Stahlbau 1929, H. 6.
52. W. Ritter, (vergl. Zitat 2).
53. Lürembaum Dr.-Ing. Diss. Darmstadt 1929.
54. P. Koenig. Schwingungs- und Erschütterungsmessungen mit dem transportablen Universalseismographen. Dr.-Diss. E. T. H. Zürich 1930.
55. Kayser, Z. d. V. d. I., Bd. 73, S. 1305, 1929, und Bauingenieur 1932.

Zusammenfassung.

Nach einer kurzen Entwicklung der wichtigsten Schwingungsformeln wird das Problem des schwingenden Balkens behandelt. Die Gesetzmäßigkeiten des schwingenden Balkens gelten auch für Brücken und Türme. Meßmethoden und Meßgeräte zur dynamischen Untersuchung von Bauwerken werden besprochen und auf neue Methoden und Geräte hingewiesen. Anweisungen zur Durchführung und Auswertung von Untersuchungen werden gegeben und die Schwierigkeiten bei den einzelnen Methoden und Geräten gezeigt. Die Besprechung von durchgeführten Untersuchungen soll Vor- und Nachteile, die sich ergeben haben, klar erkennen lassen.

Zum Schlusse wird hingewiesen auf die Bedeutung der dynamischen Untersuchung von Bauwerken, die exakten Einblick gibt in den wahren Zustand des Bauwerkes.

Die dynamische Methode wird verglichen mit der dynamischen Werkstoffprüfung, da hierbei Bauwerk und Baustoff in der dem Gebrauch entsprechenden Weise untersucht werden.

Angeregt werden Modellversuche zur Klärung der Frage der Zerstörung von Bauwerken durch industrielle Bodenunruhe und zur Behandlung von Fachwerks-Schwingungen, deren dynamische Untersuchung z. Z. noch auf Schwierigkeiten stößt.

Besonderer Wert wird auf die vollständige Erfassung der dynamischen elastischen Linie des Bauwerkes während der Schwingungen gelegt.

Résumé.

Après un court exposé concernant le processus oscillatoire, l'auteur aborde l'étude des poutres soumises aux oscillations. Les lois qui concernent le régime oscillatoire des poutres s'appliquent également aux ponts et aux ouvrages en forme de tours. L'auteur étudie les méthodes et les appareils de mesure employés pour l'étude dynamique des ouvrages et signale de nouvelles méthodes et dispositifs de mesure.

L'exposé des recherches qui ont été exécutées fait ressortir les avantages et les inconvénients de ces méthodes.

L'auteur étudie enfin l'interprétation des essais effectués sur les ouvrages et qui permettent de se rendre compte de leur état effectif.

Il compare les résultats de la méthode dynamique de contrôle sur les ouvrages avec ceux que donnent les essais dynamiques effectués sur les matériaux eux-mêmes, les ouvrages et les matériaux étant ainsi soumis à des essais dans des conditions qui correspondent à celles de la pratique.

Il suggère des essais sur modèles, permettant d'étudier la question de l'influence destructrice qu'exercent sur les ouvrages les trépidations industrielles et la question des oscillations dans les treillis, cette dernière présentant encore, à l'heure actuelle, de grosses difficultés.

L'étude complète de la ligne élastique d'un ouvrage, au cours des oscillations, présente une importance capitale.

Summary.

After a short treatment of the most important vibration formulae, the problem of vibrating beams is considered. The laws regarding vibrating beams hold also for bridges and towers. Measuring methods and measuring instruments for the dynamic investigation of structures are discussed, and new methods and instruments are referred to. Directions are given for carrying out investigations and for applying their results; difficulties in connection with certain methods and instruments are pointed out. The discussion of investigations carried out shall make clear the advantages and drawbacks which have been found.

Finally, reference is made to the importance of the dynamic investigations of structures, since they give an exact idea of the real condition of the structure.

The dynamic methods are compared with the dynamic testing of materials, since thereby structure and material are investigated in the manner corresponding to their application.

The desirability of tests on models is pointed out, in order to clear up the question of the damage done to industrial buildings by movements in the floors, and in order to facilitate the treatment of vibrations in trussed structures, the dynamic investigation of which is found difficult at present.

Special importance is laid on complete comprehension of the dynamic elastic line of the structure during the vibrations.