Die Berechnung der Faltwerke nach dem Traglastverfahren

Autor(en): **Kazinczy, G. de**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht**

Band (Jahr): **3 (1948)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-4128

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

IVc7

Le calcul des toits plissés par le procédé des limites de charge

Die Berechnung der Faltwerke nach dem Traglastverfahren

The limit design of shells

Dr TECHN. G. DE KAZINCZY
Stockholm

Die Stahlbeton-Tragwerke werden unter der Annahme berechnet, dass der Beton keine Zugspannungen überträgt. Dagegen werden Probleme der Schalen und Faltwerke in der Literatur in solcher Weise gelöst, als ob Stahlbeton ein homogener Stoff sei. Ich möchte zeigen, dass man auch diese berechnen kann, wie die üblichen gut bewährten Stahlbetonkonstruktionen und dass die Lösung sogar einfacher ist.

Ich behandle hier nur weitgespannte Dächer aus viereckigen Scheiben mit horizontalen Falten, die an deren Enden auf Querscheiben oder Rahmen frei oder durchlaufend gelagert sind. Ich nenne ein Glied Scheibe, wenn es in seiner Ebene und Platte, wenn es normal zu seiner Ebene belastet wird. Ich nehme weiter an, dass der Leser die Theorie der Faltwerke für homogene Stoffe kennt, d.h. die Lösung mit den Dreimomentengleichungen. Ich behandle daher nur die Berechnung nach dem Traglastverfahren.

Die Berechnung beginnt mit einem Plattenstreifen, der rechtwinklig zu den Falten ist. Er wird berechnet als gerade, durchlaufende Platte, die an den Falten gestützt ist. Die Platten werden dementsprechend armiert. Als Belastung ist immer die zur Platte normale Komponente derselben in Rechnung zu stellen.

Der zweite Schritt besteht darin, die Auflagerkräfte der Platten an den an Stelle der Falten gedachten Stützen zu bestimmen. Für diesen Zweck werden für die ganze Last (nicht nur deren Komponente) in ihrer ursprünglichen Richtung die Auflagerkräfte der miteinander gelenkig verbundenen Platten bestimmt und nachher die auf die Platten normal wirkenden Kräfte, die von den Stützenmomenten stammen.

Bei der Berechnung der Momente besteht eine gewisse Freiheit. Ist nur eine ständige Last vorhanden, dann können die Momente an den Falten beliebig angenommen und die Feldmomente entsprechend berechnet werden. Die Bedingung ist, dass die Armierung dieser Annahme entspricht.

Wir können diese Möglichkeit für verschiedene Zwecke ausnützen: um z.B. die kleinste Plattendicke zu erreichen, wählen wir die + und — Momente gleich gross. Ein anderer Fall: Es gibt Faltwerke, wie die sogenannten „Nordlicht-Dächer", wo diejenigen Scheiben, in welchen die Fenster sind, aus praktischen Gründen so klein wie möglich sein sollten. Es ist also wünschenwert, dass ihre Belastung möglichst klein sei. Durch entsprechende Wahl der Eckmomente kann das sehr gut erreicht werden.

Bei asymmetrischen oder asymmetrisch belasteten Faltwerken ist die Formänderung der Falten verschieden. Dadurch ändern sich die Momente an den Falten beträchtlich. Die Momente können aber nicht grösser sein, als es der verwendeten Menge der Armierung entspricht (Gelenke mit konstanten Momenten). Werden gleich am Anfang diese maximalen Momente in Rechnung gestellt, so muss wegen der durch die veränderte Höhenlage veränderten Faltenmomente die ganze Rechnung nicht wiederholt oder die Aufgabe mit komplizierten Differentialgleichungen gelöst werden. Ist die Belastung veränderlich, so muss zuerst die Maximalmomentenlinie bestimmt werden und die Freiheit besteht nur in der Verschiebung der Schlusslinie.

Die an den Falten wirkenden 4 Kräfte werden nun in je 2 zu den Scheiben parallele Komponenten zerlegt. Die Scheiben werden nun als frei aufgelagerte, bzw. durchlaufende Balken aufgefasst und die grössten Momente bestimmt. Da die Scheiben miteinander verbunden sind, müssen die Längsspannungen an den Berührungspunkten einander gleich sein. Hier müssen also Schubkräfte wirken und zwar so, dass die Spannungen gleich gross werden, wie unter Annahme eines homogenen Stoffes, d.h. wie sie sich aus den Dreimomentengleichungen ergeben. Ist aber die nötige Armierung in der Falte konzentriert und wird deren Menge so bestimmt, dass die gesamte Zugkraft und die Betondruckkräfte mit den äusseren Kräften im Gleichgewicht stehen und die Stahleinlagen bis zur zulässigen Grenze beansprucht werden, dann wirken hier keine T-Kräfte, da die durch die Stahlspannung bedingte Dehnung die gleiche ist. So kann an denjenigen Falten, wo an beiden Seiten Zugkräfte angreifen, die ermittelte Menge der Armierung einfach addiert werden.

Berühren sich zwei Scheiben an ihren auf Druck beanspruchten Kanten und sind die anderen Seiten gezogen, so wirken gewisse T-Schubkräfte, die die Spannungen ausgleichen. Die Randspannungen ändern sich aber nicht linear mit den Momenten. Da eine Lösung auf numerischem Wege zeitraubend wäre, wenden wir eine graphische Methode an, die sehr einfach und rasch ist.

Wir zeichnen die $\sigma_b = f(M_0)$-Linie ein für allemal auf. (Unter Pauspapier gelegt kann sie wiederholt verwendet werden.) Das geschieht am einfachsten mit Hilfe einer gewöhnlichen Bemessungstabelle. Wir tragen als Ordinaten die Betonspannungen und als Abszissen die dazu gehörigen, reduzierten Momente auf. $M_0 = \frac{M}{bh^2} = \frac{1}{r^2}$, worin r der Koeffizient in der bekannten Formel $h = r \sqrt{M : b}$ ist. Der Masstab der Abszisse ist kg/cm². So bekommen wir die Kurve, Abb. 1, die aber für verschiedene $\sigma_{e\,zul}$ verschieden ist. Bedeuten M_2 und M_4 die grössten Feldmomente der beiden Scheiben 2 und 4 im Grundsystem, so sind die reduzierten Momente $M_{02} = \frac{M^2}{b_2 h_2^2}$ und $M_{04} = \frac{M_4}{b_4 h_4^2}$. Wir markieren beide an der Abszissen-

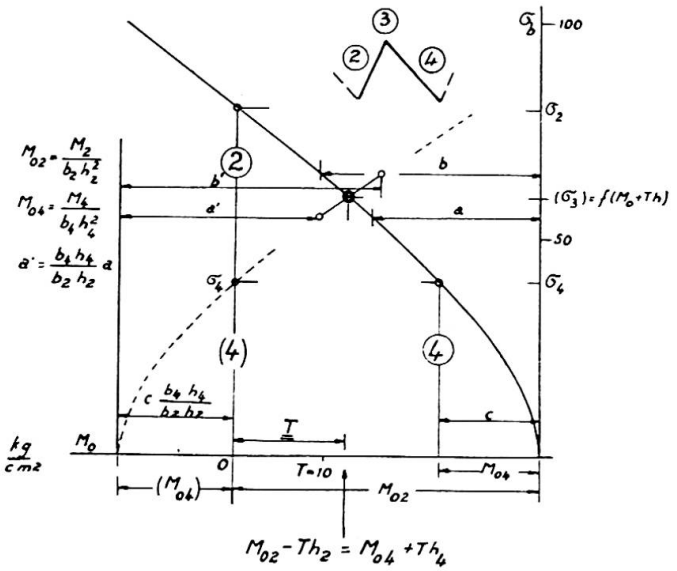

Abb. 1. Ermittlung der Längsdruckspannung bei zwei zusammenhängende Scheiben.

achse und ziehen je eine Vertikale bis zu der Kurve. Einer dieser Punkte, am besten der grössere ($M_{02} > M_{04}$), soll der Koordinaten-Nullpunkt der an der Berührungskante wirkenden T-Kraft sein, deren Masstab um b_2h_2 grösser ist als für M_0, sodass $T = M_0 b_2 h_2$ ist. Nach dieser Darstellungsweise zeigt die Kurve die Randspannungen bei gleichzeitig wirkenden M und T, wenn der dem M entsprechende Punkt an der Abszisse als Ausgangspunkt für die T-Kräfte angenommen wird. Wird eine Gegenkurve gezeichnet für die Scheibe 4, so, dass diese die 2 Vertikalen in der Höhe σ_4 schneidet, so zeigt diese zweite Kurve, dass bei einer Aenderung von T die Spannung in der Scheibe 4 der Gegenkurve entsprechend wächst. Wo die beiden Kurven sich schneiden, ist die Spannung in beiden Scheiben gleich gross. Ist $b_4h_4 \neq b_2h_2$, so muss für die Scheibe 4 eine Kurve in anderem Masstab gezeichnet werden, da die T-Kräfte den gleichen Masstab haben. Aber es genügt, zwei bis drei Punkte der Kurve zu konstruieren. Wie das geschieht, ist aus der Abb. 1 zu ersehen. Die so konstruierten zwei Punkte verbinden wir mit einer Geraden und bekommen damit den Schnittpunkt der beiden Kurven. Wir rechnen nun die nötige Querschnittsfläche der Armierung wie üblich aus dem Moment $M_2 - Th_2$ und zu dem so erhaltenen F_e' kommt noch $+F_e'' = \frac{T}{\sigma_{e\,zul}}$ (im Falle M_4 muss F_e'' von F_e' abgezogen werden).

Stösst eine Scheibe 4 an beiden Seiten an Scheiben 2 und 6, die stark auf Zug beansprucht sind, sodass die resultierenden Spannungen an beiden Seiten der Scheibe 4 Zugspannungen sind, ist die Armierung in der Falte $\pm F_e = \frac{M_4}{\sigma_{e\,zul}\, h_4}$. h_4 ist die Entfernung der Einlagen. Dieser F_e-Querschnitt soll zu dem — ohne Rücksicht auf die Scheibe 4 berechneten — Zugarmierungsquerschnitt der anderen Scheibe addiert und auf der anderen Seite abgezogen werden.

Liegt eine Scheibe 4 zwischen zwei Scheiben 2 und 6, die stark auf Druck beansprucht sind (Abb. 2), sodass die resultierenden Spannungen an beiden Seiten der Scheibe 4 in Druckspannungen übergehen, so wenden wir zur Berechnung wieder die erwähnte Kurve an. Es werden die aus den Momenten der frei beweglich gedachten Scheiben 2 und 6 be-

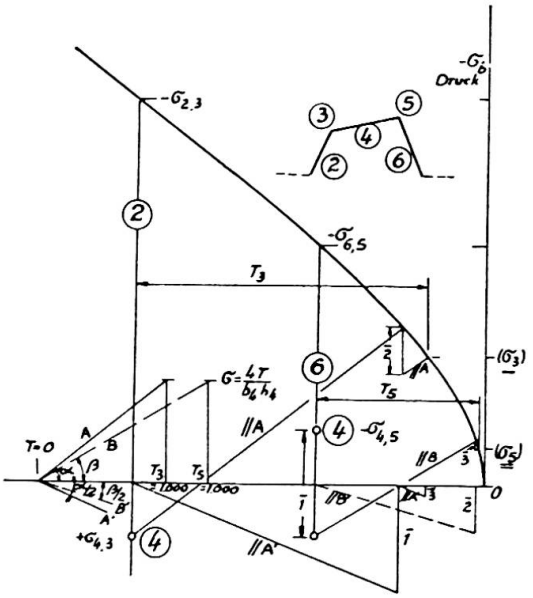

Abb. 2. Ermittlung der Längsdruckspannung in drei zusammenhängende Scheiben.

rechneten Spannungen an der Kurve bezeichnet, doch wird keine Gegenkurve mit verschiedenem Masstab konstruiert. T_3 und T_5 haben aber einen verschiedenen Masstab: für $T_3 = M_0 b_2 h_2$ und für $T_5 = M_0 b_6 h_6$.

Die Scheibe 4 wird wie eine homogene behandelt; deren $\sigma = f(T)$ — Diagramm ist eine Gerade. Die Randspannung im Grundsystem $\frac{M_4}{W_4}$, $(W = bh^2/6)$ wird auf den Vertikalen 2 und 6 abgetragen, von wo die Geraden ausgehen mit den Neigungen α bzw. $\beta = 4/bh$. Beide sind im Masstab von T_3 bzw. T_5 zu messen, da diese verschieden sind, wie auch α verschieden von β ist. Spannungsausgleich ist vorhanden beim Schnittpunkt der Linie//A mit der Kurve. Dadurch wird die andere Spannung an der anderen Seite um die Hälfte (Strecke $\overline{1}$) geändert. Die Linie//B wird also um diesen Betrag tiefer gezogen bis zur Kurve. Das erzeugt wieder eine Spannungsänderung $\overline{2}$, von wo wieder eine Gerade bis zur Kurve unter die Neigung α//A zu ziehen ist, usw. Es genügen gewöhnlich 2-3 Wiederholungen. So erhalten wir die resultierenden Spannungen und die Faltenschubkräfte T_3 und T_5.

Sind zwei oder mehr schwach beanspruchte Scheiben zwischen zwei stark auf Druck beanspruchten, sodass die übertragenen Spannungen die ersteren zu rein gedrückten Scheiben verwandeln, so ist das Verfahren dasselbe wie vorher; nur bestimmen wir die Randspannungen im Grundsystem der dazwischen liegenden Scheiben mit Hilfe der Dreimomentengleichungen, als ob sie unabhängig wären. Die Neigungen der Geraden sind

$$\alpha = f_4 \left(4 - \frac{f_4}{f_4 + f_6}\right) \text{ und } \beta = f_6 \frac{f_4}{f_4 + f_6}$$

$$\left(\frac{1}{f} = F = \text{Querschnittfläche}\right).$$

Dies sind die am häufigsten vorkommenden Fälle. Spezialfälle können wir wegen Platzmangel hier nicht behandeln.

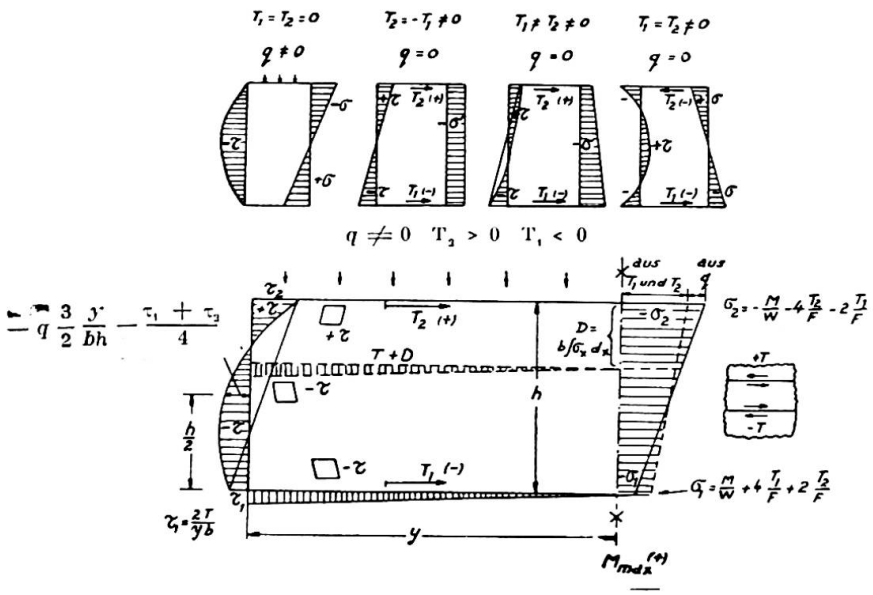

Abb. 3. Schubspannungen in der Scheibe.

Es scheint auf den ersten Blick, als ob man die Spannungen und die nötige Armierung *über der Stütze bei durchlaufenden Faltwerken* berechnen könnte, wie im Felde. Es besteht aber ein wesentlicher Unterschied. In der Mitte sind keine τ-Spannungen vorhanden und die Druckspannungen verteilen sich ziemlich gleichmässig auf die ganze Scheibe. Dagegen entstehen in der Nähe der Stützen grosse Schubspannungen und daher können auch die Druckspannungen nicht gleichmässig verteilt sein. Es ist also gerechtfertigt, gemäss den Bestimmungen nur die „mitwirkende" Plattenbreite zu berücksichtigen.

Die Schubspannungen und die Schubarmierung

Diejenigen Scheiben, deren ganzer Querschnitt auf Druck beansprucht ist, werden so berechnet, als ob sie aus homogenem Material wären. Die Schubspannungen am Ort von $+ M_{max}$ sind Null und wachsen von hier aus in der Längsrichtung proportional mit der Entfernung. Ueber einen Querschnitt werden sie parabelförmig angenommen mit dem Maximalwert $\tau = \frac{3}{2}\frac{qy}{bh}$ in der Mitte des Querschnittes. Wirkt an der Kante (Falte) aber auch eine Längsschubkraft T, so wird durch T nur die Form der Verteilungskurve geändert. Das Integral der τ-Spannungen in einem Querschnitt ($y = \text{const.}$) ist von T unabhängig, hängt allein von q ab und hat den Wert

$$R_y = b\int_0^h \tau_x dx = \frac{qy}{2}\,.$$

Die Linie ist immer eine Parabel, die aus 3 gegebenen Punkten konstruiert werden kann. Zwei der Punkte sind die Falten-Randspannungen. Die Schubspannung in der Mitte ist (kein max.)

$$\tau_m = \frac{3}{2}q\frac{y}{bh} - \frac{\tau_1 + \tau_2}{4}\,.$$

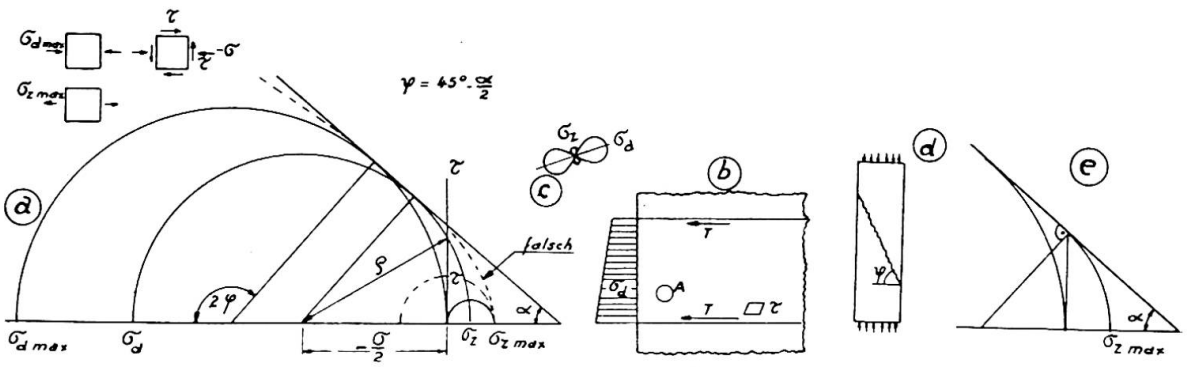

Abb. 4. Anstrengung des Betons bei gleichseitiger Schub- und Druckbeanspruchung.

Es ist zu beachten, dass das Vorzeichen von τ_2 entgegengesetzt demjenigen von τ_1 ist, wenn die beiden T die Scheibe auf Druck beanspruchen. In der Abb. 3 sind einige Fälle gezeigt. Aus der von den T-Kräften unabhängigen Grösse des Integrals der τ-Spannungen (Querkräfte) folgt, dass die auf die Endscheiben (oder Rahmen) wirkenden Auflagerkräfte nur von den q-Kräften abhängen und nicht von den T-Kräften.

In einer gedrückten Scheibe haben die Schubspannungen eine andere Bedeutung als in einem auf Biegung beanspruchten Balken. Da die Armierung nicht für die Schubspannungen, sondern für die Hauptzugspannungen eingelegt wird, müssen *diese* bestimmt werden. Dazu ist die Mohr'sche Darstellungsweise besonders geeignet. Die Mohr'sche „Grenz*kurve*" wird oft gemäss der punktierten Linie gezeichnet (Abb. 4); das ist aber vollkommen falsch, da der Zugwiderstand von anderen Bedingungen abhängt, als der Schubwiderstand. Die Grenz*linie* (die beinahe eine Gerade ist) kennzeichnet ausschliesslich den Schiebungsbruch. Die Ueberwindung der Kohäsion ist durch einen einzigen Punkt an der Abszissenachse charakterisiert (wenn dies überhaupt von der grössten Spannung und nicht von der grössten Dehnung abhängt) (¹). Ist der ebene Spannungszustand an einer Stelle eines Flächentragwerkes mit der Normalspannung $-\sigma$ (Druck) und auf dieselbe Ebene wirkende τ charakterisiert, und wirkt auf die dazu rechtwinklig stehende Ebene keine Normalkraft, dann soll

$$-\sigma \leqslant -\sigma_{d\max}\left[0{,}4+\sqrt{0{,}36-7\left(\frac{\tau}{\sigma_{\alpha\max}}\right)^2}\right]$$

sein. Wo $-\sigma_{d\max}$ die auf einaxigen Druck zulässige Spannung bedeutet. (Bei dieser Formel ist $\alpha = 41°$ angenommen. Einfach von Abb. 4 abgeleitet.)

Die zulässige Druckspannung wird also durch die zusätzliche Schubbeanspruchung beträchtlich, sogar bis zur Hälfte herabgesetzt und dies soll berücksichtigt werden.

In Scheiben, die an einer Seite auf Zug, an der anderen auf Druck

(¹) Es scheint, dass die Zugfestigkeit bei Beton mit der Druckfestigkeit in solcher Weise zusammenhängt, wie das die Abb 4 *e* zeigt.

$$\sigma_z = \frac{\sigma d}{4}\left(\frac{1}{\cos^2\psi} + t^2 q\psi - 1\right) \text{ wo } \psi = 90 - \varphi\,.$$

beansprucht sind, werden die Schubspannungen so berechnet, wie im Steg eines Plattenbalkens. Doch die bekannte Formel $\tau = \frac{R}{bz} = \frac{ql}{2\,bz}$ ist dazu nicht geeignet, da ausser der Querkraft auch eine Längskraft wirkt. Dagegen gibt die folgende, auch für Plattenbalken gültige Formel richtige Resultate: $\tau = \frac{4\,F_e \sigma_e}{bl}$ und die gesamte Schubkraft ist $t = F_e\,\sigma_e$. Bei durchlaufenden Scheiben und Balken sind die maximalen Feld- und Stützenarmierungen zu addieren:

$$\tau = \frac{(F_{e+} + F_{e-})\,\sigma_e 4}{bl}$$

und $t = (F_{e+} + F_{e-})\,\sigma_e$. Von t ist nur jener Teil durch die Schubarmierung aufzunehmen wo $\tau > \tau_{zul}$ ist, also nur

$$t' = t\left(1 + \frac{\tau^2_{zul}}{\tau^2}\right).$$

Unter F_e ist nicht der volle in der Falte vorhandene Stahlquerschnitt zu verstehen, sondern nur jener Teil, der zu der untersuchten Scheibe gehört.

Diejenigen Scheiben oder Scheibenteile, die ganz auf Zug beansprucht sind, sind auf Schubsicherheit nicht zu untersuchen. Sie sind sowieso überbeansprucht und durch die Hauptzugarmierung genügend bewehrt.

Résumé

L'auteur décrit une méthode pour le calcul d'un voile prismatique qui tient compte du fait que tous les efforts de traction sont supportés par l'armature du béton armé.

Zusammenfassung

Es wird eine Methode zur Berechnung der prismatischen Faltwerke beschrieben, die berücksichtigt, dass der Beton keine Zugkräfte überträgt, sondern nur die Armierung.

Summary

The Author describes a method of designing prismatic thin-slab structures based on the assumption that all tensile stresses are taken by the reinforcement.

Leere Seite
Blank page
Page vide