Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Die Wirkung der Bremskräfte bei den massiven Brücken

Autor: Mörsch, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2722

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

IVb 5

Die Wirkung der Bremskräfte bei den massiven Brücken.

L'influence des forces de freinage dans les ponts massifs.

The effect of Braking Forces on Solid Bridges.

Dr. Ing., Dr. techn. h. c. E. Mörsch,
Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

Die Berücksichtigung der Bremskräfte ist nicht nur bei den Brücken für Eisenbahnen, sondern auch für Autostraßen vorgeschrieben. Im gleichen Sinne wie die Bremskräfte wirken die Zug- und Anfahrkräfte der Lokomotiven. Wenn bisher die Bremskräfte in den statischen Berechnungen der massiven Brücken nicht oder ungenügend berücksichtigt wurden, so lag dies am Mangel eines klaren Verfahrens. Die Klarheit wird nur dadurch geschaffen, daß man die Bremskräfte *nicht* von den Lasten trennt, durch die sie entstehen. Deshalb wird im folgenden gezeigt, wie die Einflußlinien der Kernmomente usw. abzuändern sind, damit sie auch die durch die Bremskräfte erzeugten Zusatzbeträge einschließen. Je nach der Art des Aufbaus über einem Gewölbe wird die Änderung an den Einflußlinien verschieden sein.

Nach den Vorschriften ist die Bremskraft in der Höhe der Fahrbahn oder Schienenoberkante anzunehmen. Nach den Gesetzen der Dynamik muß aber die von der Fahrbahn auf das Fahrzeug wirkende Bremskraft, wenn sie dessen Geschwindigkeit vermindern soll, in der Höhe seines Schwerpunktes angreifen. Deshalb entsteht mit dem Versetzen dieser Kraft von der Fahrbahn nach dem Schwerpunkt, wo man sie nach Fig. 1 zweimal gleich und entgegengesetzt anbringt, noch ein zusätzliches Kräftepaar, wodurch das Gewicht des Fahrzeugs

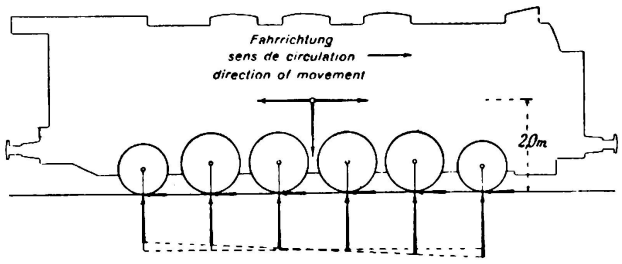

Fig. 1.
Die auf eine Lokomotive im gebremsten Zustand wirkenden Kräfte.

sich nach vorn verlagert und ungleich auf die einzelnen Räder verteilt. Diese ungleichen Raddrücke könnten beim Auswerten der Einflußlinien etwas andere Momente ergeben. Die Vorschriften verzichten auf diese Feinheit, indem sie die Bremskräfte in Fahrbahnhöhe legen.

Streng genommen ist die zu berücksichtigende Bremskraft auch von der Steigung der Fahrbahn abhängig. Wenn man nämlich die gewöhnliche Berechnung des Tragwerks für den Zug mit *lotrechten* Lasten durchführt, so enthalten diese bei steigender Fahrbahn schon einen gewissen Anteil der Bremskraft, weil sie nicht senkrecht zur Fahrbahn gerichtet sind. Auf einer geneigten Bahn kann ja auch ein Zug ohne angezogene Bremsen nicht stehen. Nach dem Gesetz der Reibung kann die vom Radgewicht und der Reibung gebildete Resultierende höchstens den Reibungswinkel ρ mit der Normalen zur Fahrbahn einschließen, und es ist bekanntlich die Reibungszahl $\mu = \operatorname{tg}\rho$.

Steigt nach Fig. 2 die Fahrbahn unter dem Winkel γ an und wird der abwärts fahrende Zug gebremst, so entsteht aus der Bremskraft S und der Radlast P

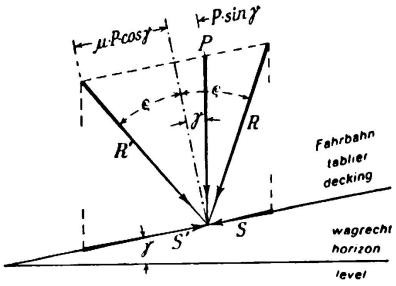

Fig. 2.

die Resultierende R mit dem Winkel ρ zur Normalen. Aus dieser äußersten Neigung von R folgt die Bremskraft, die zur lotrechten Last P noch hinzutreten kann:

$$S = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho - P \cdot \sin\gamma,$$

die für kleine Winkel γ in der Form

$$S = P\ (\mu - \sin\gamma)$$

geschrieben werden kann.

Wird dagegen der aufwärts fahrende Zug gebremst, so ist wegen der entgegengesetzten Neigung der Resultierenden R′ die zur bereits berücksichtigten Radlast P hinzukommende Bremskraft

$$S' = P \cdot \cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\rho + P \cdot \sin\gamma, \text{ bzw. } S' = P\ (\mu + \sin\gamma).$$

Die Reibungsziffer μ ist in den Reichsbahnvorschriften mit $^1/_7$ angegeben.

Die Raddrücke des voll gebremsten Fahrzeugs wirken schräg auf die Fahrbahn und so auch auf den Aufbau über einem Gewölbe. Wenn man allgemein (auch nach DIN 1075 § 6) in der Längsrichtung der Brücke *keine Lastverteilung* durch die Fahrbahn und den Aufbau annimmt, *so muß dies folgerichtig auch für die wegen der Bremskräfte etwas geneigten Raddrücke gelten.* Mit dieser Folgerung kommt man auf die in Fig. 3a und b für beide Fahrrichtungen dargestellte Wirkung des gebremsten Fahrzeugs auf die Gewölbeachse. Die schiefen, einander parallelen Kräfte könnten in ihren Schnittpunkten mit der Bogenachse wieder in ihre beiden Komponenten zerlegt werden; aber die so nach der Gewölbeachse versetzten Lasten P eignen sich nicht zum Auswerten der Einflußlinien der Kernmomente, weil sich bei diesem Vorgehen ihre gegenseitigen Abstände ziemlich ändern. Deshalb gehen wir wie folgt vor:

Aus Fig. 3 c erkennt man, daß es zum Anschreiben des äußern Gleichgewichts eines Dreigelenkbogens, ferner zum Anschreiben der Momente M_x, M_k und insbesondere auch der Momente M_0 beim eingespannten oder Zweigelenkbogen gleichgültig ist, ob die beiden Kräfte P und S in ihrer ursprünglichen Lage oder parallel verschoben in irgendeinem Punkt ihrer Resultierenden wirken. Läßt man daher die Lasten P auf der Fahrbahn stehen, so ergibt sich ihre Wirkung mit den normalen Einflußlinien und dem ungeänderten Lastenzug, und es handelt

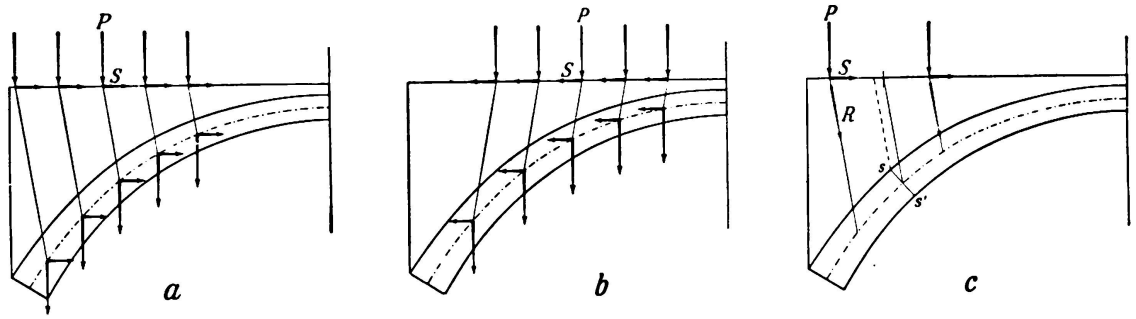

Fig. 3.

Zusammenwirken der Radlasten und Bremskräfte beim Gewölbe mit massivem Aufbau oder hohlem Aufbau mit Längswänden.

sich nur noch darum, die von den zugehörigen Kräften S erzeugten *Änderungen* an den Kernmomenten, Auflagerkräften usw. zu ermitteln.

Wie bei der Rechnung mit lotrechten Lasten allein darf man auch hier annehmen, daß die schrägen Resultierenden R aus P und S unmittelbar an der Gewölbeachse angreifen; deshalb gilt jetzt als Grenzscheide für die Kräfte P und S links oder rechts von einem Bogenquerschnitt s—s′ nicht mehr die durch seinen Achspunkt gezogene Lotrechte, sondern der Punkt der Fahrbahn, wo die zur Resultierenden R durch den Achspunkt des Schnittes gezogene Parallele anschneidet. Diese Grenze kann noch mit der durch den oberen Rand des Schnittes s—s′ gezogenen Parallelen verbessert werden. Je nach der Bremsrichtung ändert sich die Grenzscheide.

Für eine auf der Fahrbahn fortschreitende Kraft $S = 1$ kann jeweils die in Betracht kommende Größe (Moment, Auflagerkraft usw.) ermittelt und als lotrechte Ordinate unter dem jeweiligen Angriffspunkt von S von einer Waagrechten aus abgetragen werden. Damit erhält man die betreffende Einflußlinie für die Bremskräfte allein, bei der sich die Beiträge mit denjenigen der zugehörigen Radlasten P decken, wie sie in den normalen Einflußlinien dargestellt sind. Da die Bremskräfte immer ein bestimmter Teil der Lasten sind, so können ihre Beiträge zu den Einflußordinaten für die lotrechten Radlasten hinzugenommen werden, so daß dann nur die hiernach *ergänzten* oder *resultierenden* Einflußlinien mit den Zugslasten auszuwerten sind.

Bei den resultierenden Einflußlinien können sich gegenüber den normalen die Lastscheiden ziemlich verschieben, so daß sie ein genaueres Ergebnis liefern, als wenn die für die Bremskräfte allein gezeichnete Einflußlinie mit derselben Zugstellung ausgewertet würde, die bei der normalen Einflußlinie die Grenzwerte liefert. Häufig ist der Unterschied unerheblich. Trotz der oben beschrie-

benen Verschiebung der Grenzscheiden zwischen den Lasten links und rechts vom Schnitt darf die normale, d. h. für lotrechte Lasten gültige Einflußlinie bei der Ermittlung der ergänzten Einflußlinie zugrunde gelegt werden. Denn bei den statisch bestimmten Tragwerken verschiebt sich nur der Absprung oder Zahn unter dem Schnitt, für den die Einflußlinie gilt. Bei den statisch unbestimmten Tragwerken, wo alle Einflußlinien als Biegelinien gedeutet und durch Seilkurven oder Seilecke dargestellt werden können, wäre die normale Einflußlinie jeweils tangential bis zur verschobenen Grenzscheide zu verlängern, auf der dann die neuen Ordinaten entstünden. Praktisch ändert sich dadurch die Form einer Einflußlinie nicht in der Scheitelgegend wo die Verschiebung gering ist, und nicht an den Stellen, wo sie wenig gekrümmt ist. In den nachstehend behandelten Beispielen war die Änderung nur vorzunehmen in Fig. 17 und 19 bei der Einflußlinie M_k des Kämpfers und Widerlagers eines eingespannten Gewölbes, wo die Linie an beiden Enden stark gekrümmt ist.

Nach den deutschen Vorschriften sind die Bremskräfte ohne Stoßzuschlag zu nehmen, während ein solcher bei den Radlasten zu berücksichtigen ist. Diesen Unterschied kann man bei der Ergänzung der Einflußlinien berücksichtigen. Ist z. B. die Stoßzahl $\varphi = 1{,}1$ maßgebend, und sollen die Bremskräfte mit $\mu = {}^1/_7$ der Lasten gerechnet werden, so sind die Ordinaten der normalen Einflußlinie um $\frac{\mu}{\varphi} = \frac{1}{7{,}7}$ der zugehörigen Ordinate der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie zu ändern.

Steigt die Fahrbahn um einen beträchtlichen Winkel γ, so sind die Ordinaten der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien mit ihren $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin\gamma\right)$-fachen Werten zu den normalen Einflußordinaten hinzuzufügen, wobei sich das obere Vorzeichen für die Talfahrt, das untere für die Bergfahrt versteht. Die Resultierende aus $\varphi \cdot P$ und der zugehörigen Bremskraft hat immer genügend genau die Neigung $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn.

Da in den Ordinaten der für die Bremskräfte ergänzten Einflußlinien die Beiträge der geneigten Resultierenden R aus P und S dargestellt sind, so erhält man genau dieselben Ordinaten wieder, wenn man die resultierenden Raddrücke in einer tiefer gelegenen, der Fahrbahn parallelen Ebene in ihre Komponenten P und S zerlegt. Die dann erhaltene resultierende Einflußlinie wird nur soweit waagrecht verschoben sein, als der Angriffspunkt von P und S seitlich gerückt ist. Jedenfalls führt dann die Auswertung zu den gleichen Grenzwerten.

Bisher hatten wir nur an Eisenbahnbrücken gedacht, die auch in den folgenden Beispielen vorausgesetzt sind. Für die Straßenbrücken ist in DIN 1072 die Bremskraft mit ${}^1/_{20}$ der Vollbelastung mit Menschengedränge auf der ganzen Überbaulänge, mindestens aber für jede Spur mit 0,3 des Lastwagengewichts vorgeschrieben. Beide Beiträge zur Bremswirkung können an Hand der für die Bremskräfte allein ermittelten Einflußlinien der Kernmomente usw. gefunden werden, denn wegen des kleinen μ-Wertes von ${}^1/_{20}$ verschieben sich die Lastscheiden unmerklich. Die Vorschrift, daß die ganze Überbaulänge mit der Bremskraft einzuführen sei, übersieht, daß beim eingespannten Bogen positive und negative Beitragstrecken bei den Einflußlinien M_k für die Bremskräfte allein

vorhanden sind. Im übrigen ist es leicht, auch für Straßenbrücken resultierende Einflußlinien zu zeichnen und dabei die Bremskräfte mit $^1/_{20}$ des Menschengedränges und 0,3 des Lastwagens zu berücksichtigen.

Die Bremskräfte beim einfachen Balken.

Wirkt die zu einer Radlast gehörige Bremskraft im Betrag $S = 1$ bei dem in Fig. 4 dargestellten Balken rechts vom Schnitt x, so erzeugt sie ein zusätzliches Biegemoment $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x$. Wirkt $S = 1$ links vom Schnitt x, so wird $M_x = -\frac{z}{l} \cdot x + h$.

Für die Bremskräfte allein ergibt sich demnach die schraffierte Einflußfläche M_x. Der lotrechte Absprung von der obern zur untern Waagrechten liegt unter

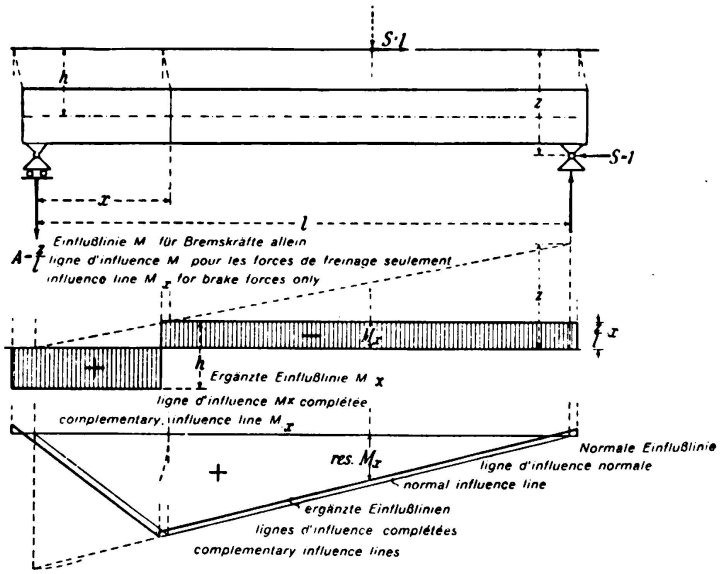

Fig. 4.

Einflußlinie des Biegemoments M_x für Bremskräfte beim einfachen Balken.

der Grenzscheide zwischen den rechts und links vom Schnitt x wirkenden gebremsten Lasten, d. h. unter dem Punkt, wo die vom obern Rand des Schnittes unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Lotrechten gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Durch dicke Linien ist die ergänzte Einflußlinie M_x dargestellt, die beim Auswerten mit den mit der Stoßzahl φ multiplizierten Radlasten schon die Beiträge der zugehörigen Bremskräfte enthält. Außer den so gefundenen Momenten M_x wirkt noch eine axiale Druckkraft $N_x = \mu \cdot \sum_0^x P$. Sind die Bremskräfte nach dem beweglichen Lager A hin gerichtet, so ändern sich die Vorzeichen und aus der axialen Druckkraft wird eine Zugkraft.

Die Bremskraft $S = 1$ erzeugt bei jeder Stellung eine auf die ganze Balkenlänge gleiche *Querkraft* $Q_x = -\frac{z}{l}$. Deshalb verschieben sich die Geraden der

normalen Einflußlinien der Querkräfte um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot \frac{z}{l}$ nach oben oder unten je nach der Bremsrichtung, wobei der Absprung zwischen beiden Geraden an derselben Stelle liegt, wie bei der Einflußlinie des Moments.

Ist der Balken nach Fig. 5 in Höhe seiner Achse gelagert, so wird $z = h$, und die Staffeln der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie M_x haben die aus Fig. 5 ersichtlichen Höhen. Ändert man hiernach die normale Einflußlinie M_x ab, so verschieben sich die beiden Geraden um das gleiche Maß $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ in waagrechtem Sinn, schneiden sich also wieder in gleicher Tiefe. Beim Auswerten

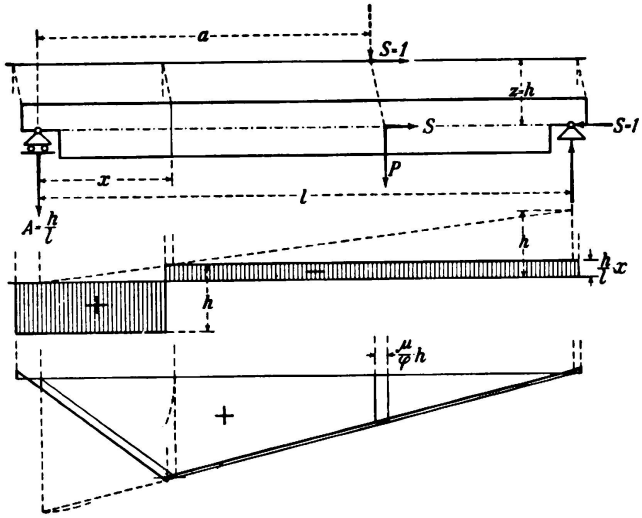

Fig. 5.
Einflußlinie M_x des in Höhe seiner Achse gelagerten einfachen Balkens.

des seitwärts etwas verschobenen Einflußdreiecks erhält man daher, wenn man vom Zahn bei der Dreieckspitze absieht, die gleichen Biegemomente wie für den ruhenden Lastenzug; die Bremskräfte äußern sich dann nur noch in der axialen Längskraft $N_x = \pm \mu \cdot \sum_0^x P$.

Zur gleichen Form der für die Wirkung der Bremskräfte ergänzten Einflußlinie M_x kommt man, wenn man den bei a stehenden gebremsten Raddruck bis zum Schnitt mit der Balkenachse verlängert und dort in die lotrechte Last P und die Bremskraft S zerlegt. Da in dieser Lage S keinen Beitrag zum Moment liefert, so ist dieses nur von der nach der Achse versetzten Last P abhängig und für $P = 1$ durch die darunter vorhandene Ordinate des normalen Einflußdreiecks M_x dargestellt. Wenn man daher diese Einflußordinate lotrecht unter der auf der Fahrbahn stehenden Last abträgt, so erhält man die wagrecht um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ nach links verschobene und die Bremswirkung enthaltende Einflußlinie M_x.

Die Bremskräfte beim durchlaufenden Balken.

Ruht der Balken nach Fig. 6 auf elastisch eingespannten Stützen und ist ein Endauflager unverschieblich, so kann er als in Höhe seiner Achse gelagert angesehen werden. Auf Grund der soeben beim einfachen Balken angestellten Überlegung ist leicht zu erkennen, daß man für die ergänzte Einflußlinie M_x wieder

den um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ verschobenen Linienzug der normalen Einflußlinie M_x erhält, der beim Auswerten dieselben Momente wie beim ruhenden Lastenzug liefert.

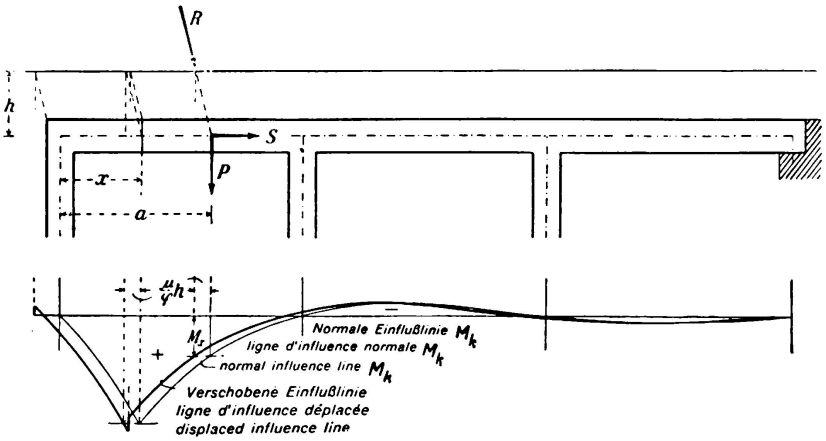

Fig. 6.

Einflußlinie M_x des in Höhe seiner Achse gelagerten durchlaufenden Balkens.

Hinsichtlich der *Querkräfte* trifft ebenfalls die Überlegung mit der an der Balkenachse angreifenden Resultierenden R zu. Deshalb ergibt sich als ergänzte Einflußlinie einer Querkraft Q_x der um $\frac{\mu}{\varphi} \cdot h$ entgegen der Fahrrichtung wagrecht verschobene Linienzug der normalen Einflußlinie Q_x, wobei der Absprung von der obern zur untern Kurve unter dem Punkt liegt, wo die vom oberen Rand des Schnittes x unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Beim Auswerten ergeben sich kaum andere Querkräfte als für den ruhenden Lastenzug.

Fehlt das unverschiebliche Auflager beim Balken auf elastisch eingespannten Stützen, dann ist die Wirkung der Bremskräfte auf die Momente und Querkräfte im Balken und in den Stützen beträchtlich. Der Einfluß jeder Bremskraft kann aus dem Momenten- und Querkraftbild entnommen werden, das durch eine in der Balkenachse wirkende Kraft 1 erzeugt wird. Zu den für ruhende Lasten ermittelten Grenzwerten der Momente und Querkräfte kann man deshalb die Beiträge der zugehörigen Bremskräfte hinzufügen. Man kann aber auch die normalen Einflußlinien mit den Beitragsordinaten der Bremskräfte ergänzen und erhält dann etwas verschobene Belastungsgrenzen.

Am *frei aufliegenden durchlaufenden Balken,* der nicht in Höhe seiner Achse gelagert ist, gilt zunächst die bei Fig. 6 angestellte Überlegung mit der nach der Balkenachse verschobenen Kraft R, wonach die für die dort angreifenden Lasten P gültigen normalen Einflußlinien der Biegemomente und Querkräfte benutzt werden können. Hier bedingen aber wieder die in der Balkenachse wirkenden Kräfte S noch eine zusätzliche Momenten- und Querkraftsverteilung, die von dem über dem festen Lager (Fig. 7) auf den Balken ausgeübten Kräftepaar vom Moment S (z—h) herrührt. Wie vorgehend beschrieben, kann man die Wirkung dieses Kräftepaares entweder an den Grenzwerten von M_x und Q_x für ruhende

Last anbringen oder deren Einflußlinien mit den Beiträgen der Bremskräfte ergänzen, die aus dem Momenten- und Querkraftsbild ohne weiteres zu entnehmen sind. Infolge der Bremskräfte tritt noch eine Längskraft im Balken auf.

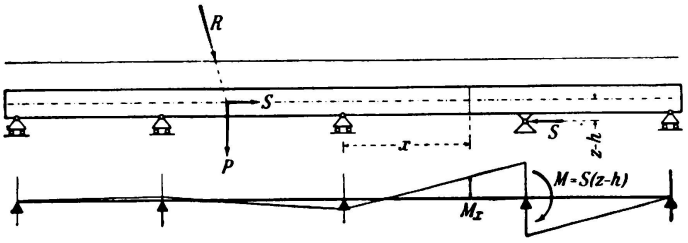

Fig. 7.

Zusätzliches Momentenbild des frei aufliegenden durchlaufenden Balkens infolge einer nach seiner Achse verschobenen Bremskraft S.

Die Bremskräfte bei den einfachen Rahmen.

Bei den eingespannten und Zweigelenkrahmen mit waagrechter Riegelachse und gleich hohen Stielen zerlegt man die schiefen gebremsten Raddrücke R im Schnitt mit der Riegelachse in ihre Komponenten P und S. Man erkennt dann, daß jede in der Riegelachse wirkende Kraft $S = 1$ dieselben Auflagerkräfte und damit auch dieselben Zusatzmomente in irgend einem Querschnitt der Stiele und des Riegels erzeugt. Deshalb kann man die bei jeder Laststellung anfallenden Bremskräfte S zu einer in der Riegelachse wirkenden Kraft zusammenfassen und die von ihr entstehenden Zusatzspannungen ermitteln.

Es lassen sich aber auch die Einflußlinien der Kernmomente mit den Beiträgen der Bremskräfte ergänzen.

Die Bremskräfte beim Dreigelenkbogen

beeinflussen die Spannungen im Bogen selbst und in den Widerlagern, also die zugehörigen Kernmomente, ferner die Quer- und Normalkräfte in den Gelenkfugen. In den folgenden Abbildungen ist der Deutlichkeit wegen die Neigung der Fahrbahn übertrieben gezeichnet.

Einflußlinien der Kernmomente M_k für den Bogen.

Auf Grund der bei Fig. 3c angestellten Überlegung lassen wir im Fall des massiven Aufbaus nach Fig. 8 die Kräfte P und S in Fahrbahnhöhe wirken und ermitteln die Momente M_k, die von einer wandernden Kraft $S = 1$ entstehen. In einem Schnitt auf der linken Bogenhälfte ergibt sich dann:

Wenn $S = 1$ auf der rechten Bogenhälfte wirkt

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_b}{l}\left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right)$$

d. h. $$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta.$$

$KD \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes D von der Lotrechten durch den Kernpunkt K. KD ist parallel AB gezogen.

Befindet sich S = 1 über KC, dann findet sich mit den entsprechenden Ausdrücken für A und H_a

$$M_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - \frac{z_b \cdot l_1 \cdot y_k}{l \cdot f \cdot \cos\beta} + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_b}{l}\left(\frac{l_1 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

$$M_k = -\frac{z_b}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}.$$

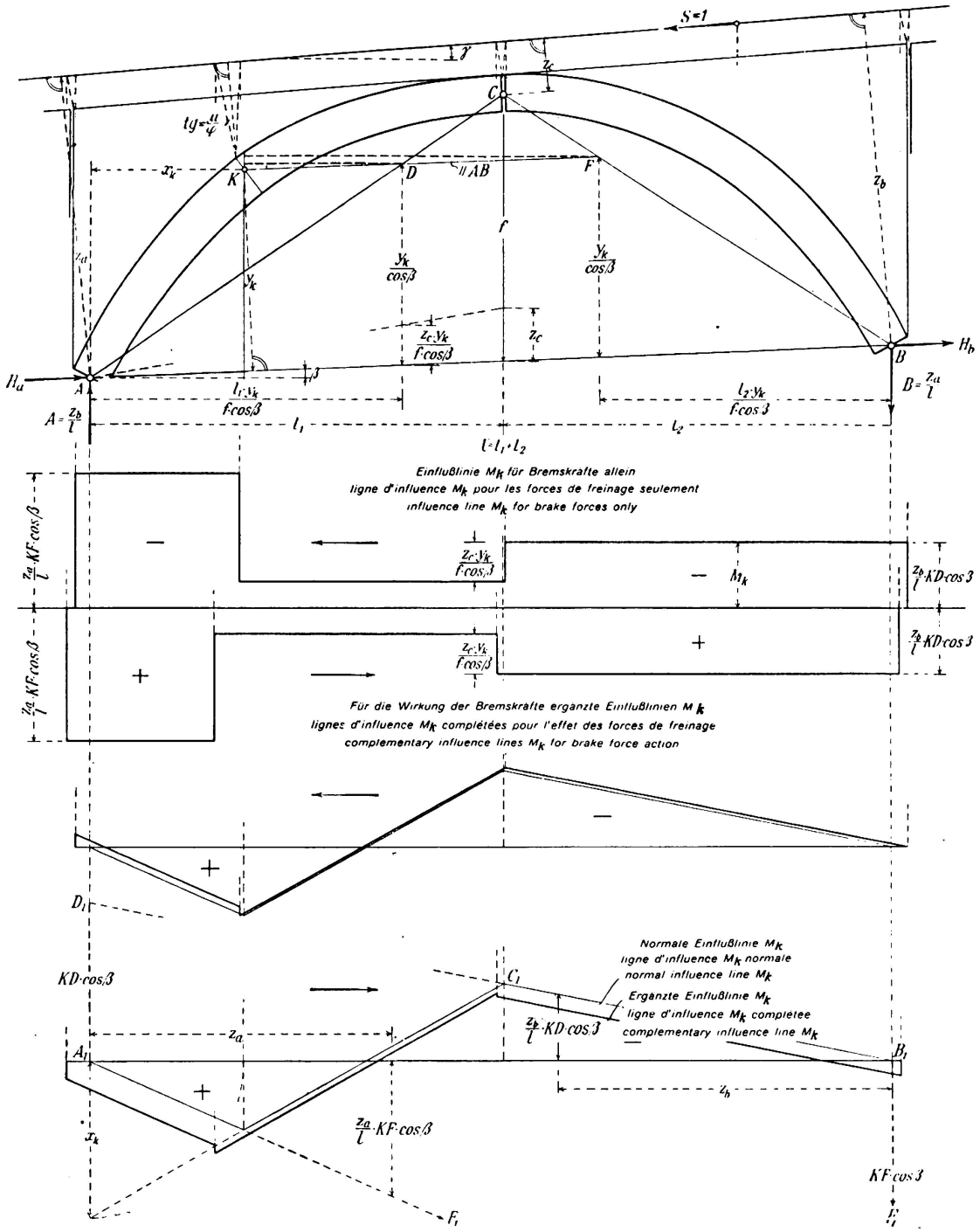

Fig. 8.

Einflußlinien M_k für Bremskräfte beim Dreigelenkbogen mit massivem Aufbau oder einem solchen mit Längswänden.

Um das Maß $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$ liegt demnach die zwischen K und C zu ziehende Staffel der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinie M_k tiefer als die bereits zwischen B und C gefundene.

Wirkt $S = 1$ über dem Bogenstück AK, so wird von rechts her gerechnet

$$M_k = -B(l - x_k) + H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(l - x_k - \frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KF \cdot \cos\beta.$$

$KF \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes F von der Lotrechten durch K.

Die für Bremskräfte allein gültige Einflußlinie M_k besteht aus den drei in Fig. 8 dargestellten Staffeln, deren Vorzeichen sich für die Fahrrichtung nach rechts umkehrt. In Fig. 8 ist noch die normale (für lotrechte Lasten geltende) Einflußlinie M_k mit den jeweiligen Beiträgen der zu einer Last 1 gehörigen Bremskraft ergänzt, indem die $(\frac{\mu}{\varphi} \pm \sin\gamma)$-fachen Ordinaten der für die Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien M_k für Berg- oder Talfahrt hinzugefügt wurden. Es entstanden so die dick ausgezogenen Geraden mit Absprüngen an denselben Stellen wie bei der staffelförmigen Einflußlinie. Sie liegen unter den Punkten, wo die vom obern, auf der Grenze von Schotterbett und Füllbeton gelegenen Rand der Scheitelfuge und die vom oberen Rand des Bogenquerschnitts K unter der Neigung $1 : \frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade diese schneidet. Je nach der Bremsrichtung verschieben sich also die Staffelgrenzen nach der einen oder andern Seite.

In Fig. 9 ist ein unsymmetrischer Dreigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn vorausgesetzt. In diesem Fall wird jede Bremskraft, die von einem über

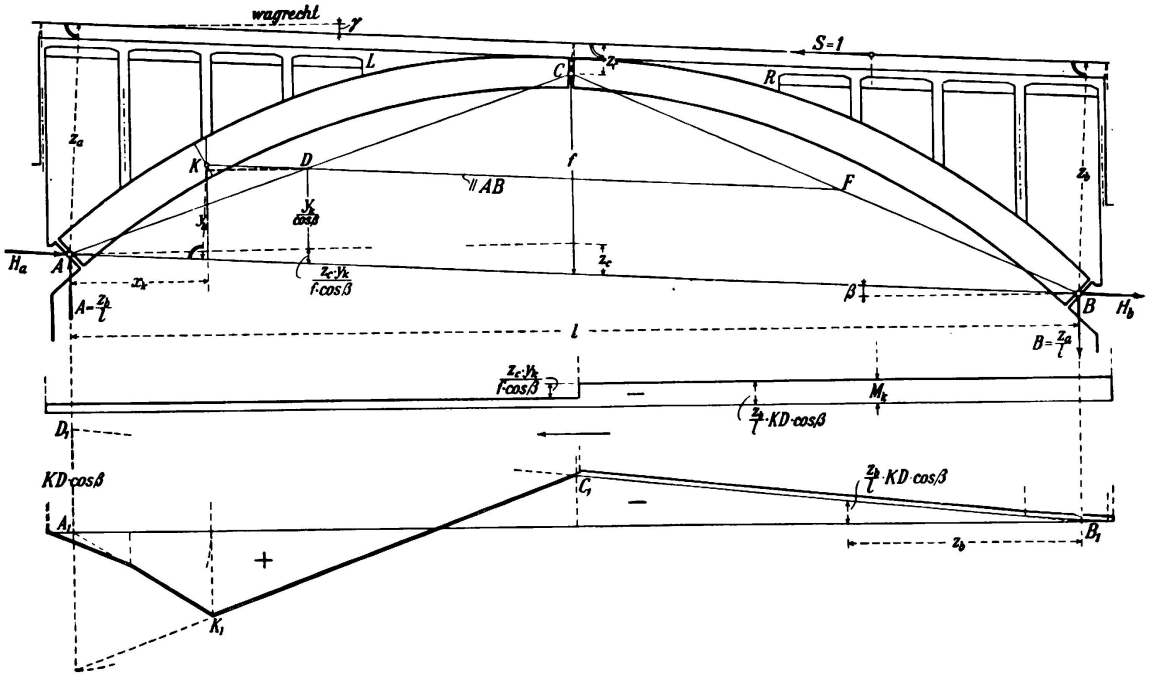

Fig. 9.

Einflußlinien M_k für Bremskräfte beim Dreigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

dem durchbrochenen Aufbau stehenden Rad herrührt, nach der Stelle R oder L durch die Fahrbahntafel übertragen, wo diese mit dem Gewölbe zu verankern ist. Die Querwände und Stützen sind zu elastisch, um die Bremskräfte nach dem Gewölbe übertragen zu können. Der Schnitt mit dem Kernpunkt K liege auf der linken Bogenhälfte unter dem aufgeständerten Teil der Fahrbahn. Die Bremskraft S wirke wieder in Höhe der Fahrbahn.

Solange $S = 1$ über der rechten Bogenhälfte wirkt, ändert sich gegenüber Fig. 8 nichts an den Werten von A, H_a und M_k. Dasselbe gilt auch für die Stellen von $S = 1$ über dem Bogenstück KC. Nur wenn diese Kraft über dem Bogenstück AK angreift, ändert sich der Ausdruck für M_k gegenüber dem Fall der Fig. 8, d. h. er bleibt genau so, wie wenn $S = 1$ über dem Bogenstück KC wirkt, denn diese Kraft wird erst rechts vom Schnitt bei L auf das Gewölbe übertragen. Deshalb zeigt die für die Bremskräfte allein gültige Einflußlinie nur die zwei aus Fig. 9 ersichtlichen Staffeln. Dort ist noch mit dünnen und dicken Linien die normale und ergänzte Einflußlinie M_k dargestellt.

Liegt der Bogenschnitt mit dem Punkt K zwischen L und C, so treffen für M_k alle zu Fig. 8 angeschriebenen Gleichungen zu; deshalb hat die staffelförmige Einflußlinie M_k für die Bremskräfte allein dieselbe Form wie bei massivem Aufbau.

Für die praktischen Zwecke der Spannungsermittlung und der Bemessung hat man die normalen Einflußlinien M_k für die Bremswirkung nur so zu ergänzen, daß die positiven und negativen Dreiecke größer werden.

Einflußlinien M_k für Widerlager und Mittelpfeiler.

Soweit diese Kernmomente von den Raddrücken über dem Gewölbe herrühren, sind sie durch die an den Kämpfergelenken auf das Widerlager oder den Mittelpfeiler übertragenen Kräfte bestimmt. Da aber diese von der Art des Aufbaus unabhängig sind, so gelten die in Fig. 10 und 11 dargestellten Einflußlinien sowohl für massiven, als auch für durchbrochenen Aufbau über dem Gewölbe.

In Fig. 10 ist für $S = 1$, auf der linken Bogenhälfte nach links wirkend,

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{und} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta}$$

somit für einen Schnitt des rechten Widerlagers

$$M_k = B \cdot x_k - H_b \cdot y_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta$$

D ist der Schnittpunkt der durch K parallel zu AB gezogenen Geraden mit BC und $KD \cdot \cos\beta$ ist die wagrechte Entfernung des Punktes D von der Lotrechten durch K.

Befindet sich $S = 1$ über der rechten Bogenhälfte, so ist

$$B = \frac{z_a}{l} \quad \text{und} \quad H_b = \frac{z_a \cdot l_2}{l \cdot f \cdot \cos\beta} - \frac{z_c}{f \cdot \cos\beta},$$

womit

$$M_k = -\frac{z_a}{l}\left(\frac{l_2 \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} - x_k\right) + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta} = -\frac{z_a}{l} \cdot KD \cdot \cos\beta + \frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$$

wird. Um das Maß $\frac{z_c \cdot y_k}{f \cdot \cos\beta}$ liegt also die Staffel der Einflußlinie unter der rechten Hälfte tiefer als unter der linken.

Wirkt $S = 1$ über dem Widerlager selbst, so entsteht nach der bei Fig. 3c angestellten Überlegung $M_k = -1 \cdot z_k$. Die Bremskräfte über dem Widerlager wirken tatsächlich sehr ungünstig, denn sie verstärken den Erddruck auf die Stützmauer vor der Bewegungsfuge. Fig. 10 zeigt die staffelförmige Einflußlinie M_k für Bremskräfte allein und die damit ergänzte normale Einflußlinie M_k des Widerlagerschnitts. Nach DIN 1075 ist bei den Widerlagern und Pfeilern ohne Stoßzuschlag zu rechnen, also $\varphi = 1$ zu setzen. Für Tal- oder Bergfahrt

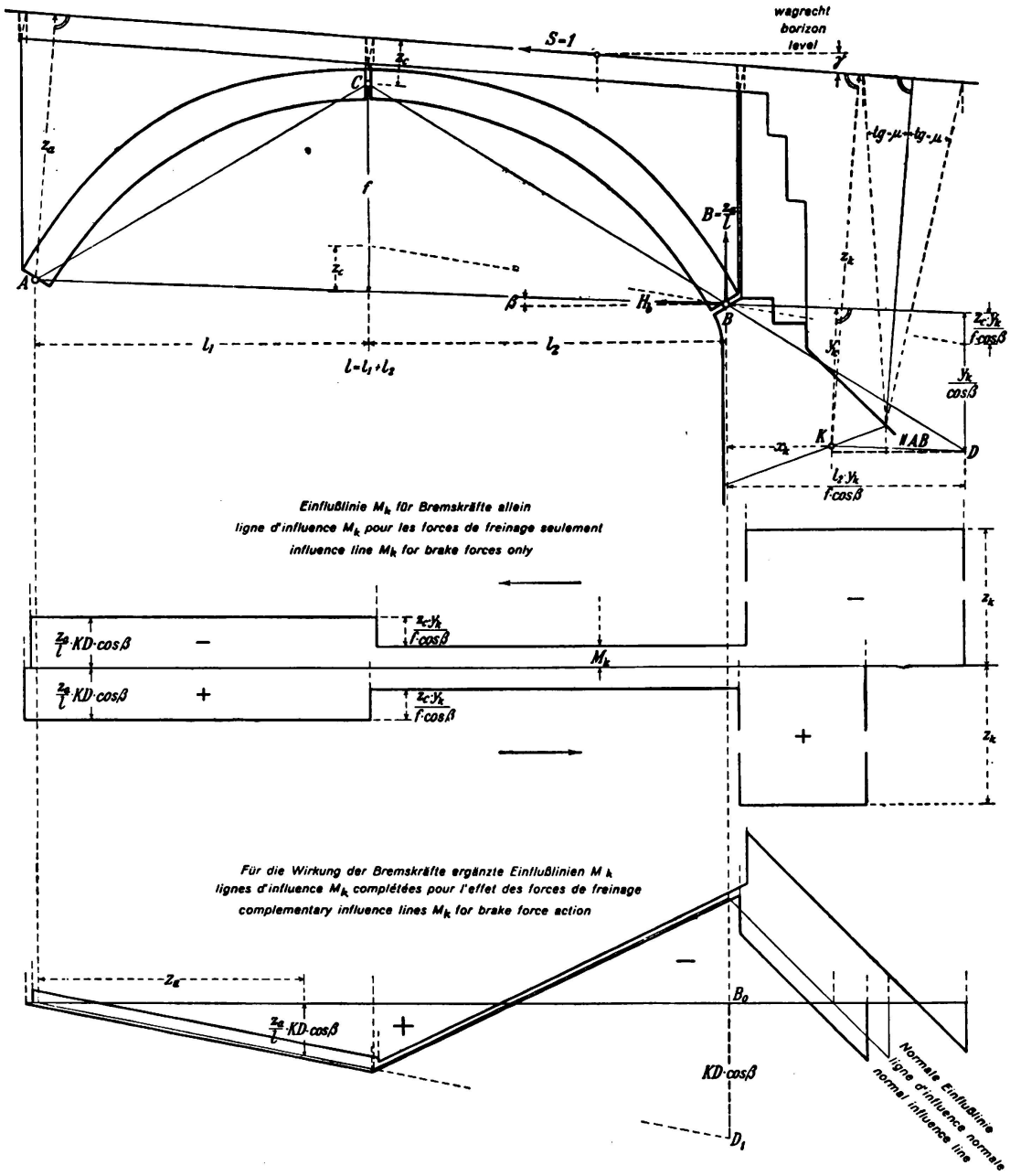

Fig. 10.

Einflußlinien eines Widerlagerschnittes für Bremskräfte..

verschieben sich deshalb die Geraden der normalen Einflußlinie um die $(\mu \mp \sin\gamma)$-fachen Ordinaten der Staffellinie nach unten oder oben.

Die in Fig. 11 dargestellten Einflußlinien M_k einer Mittelpfeilerfuge ergeben sich ohne weiteres nach Fig. 10, indem man den Mittelpfeiler einmal als rechtseitiges Widerlager der linken Öffnung l und dann als linksseitiges Widerlager der rechten Öffnung l′ ansieht.

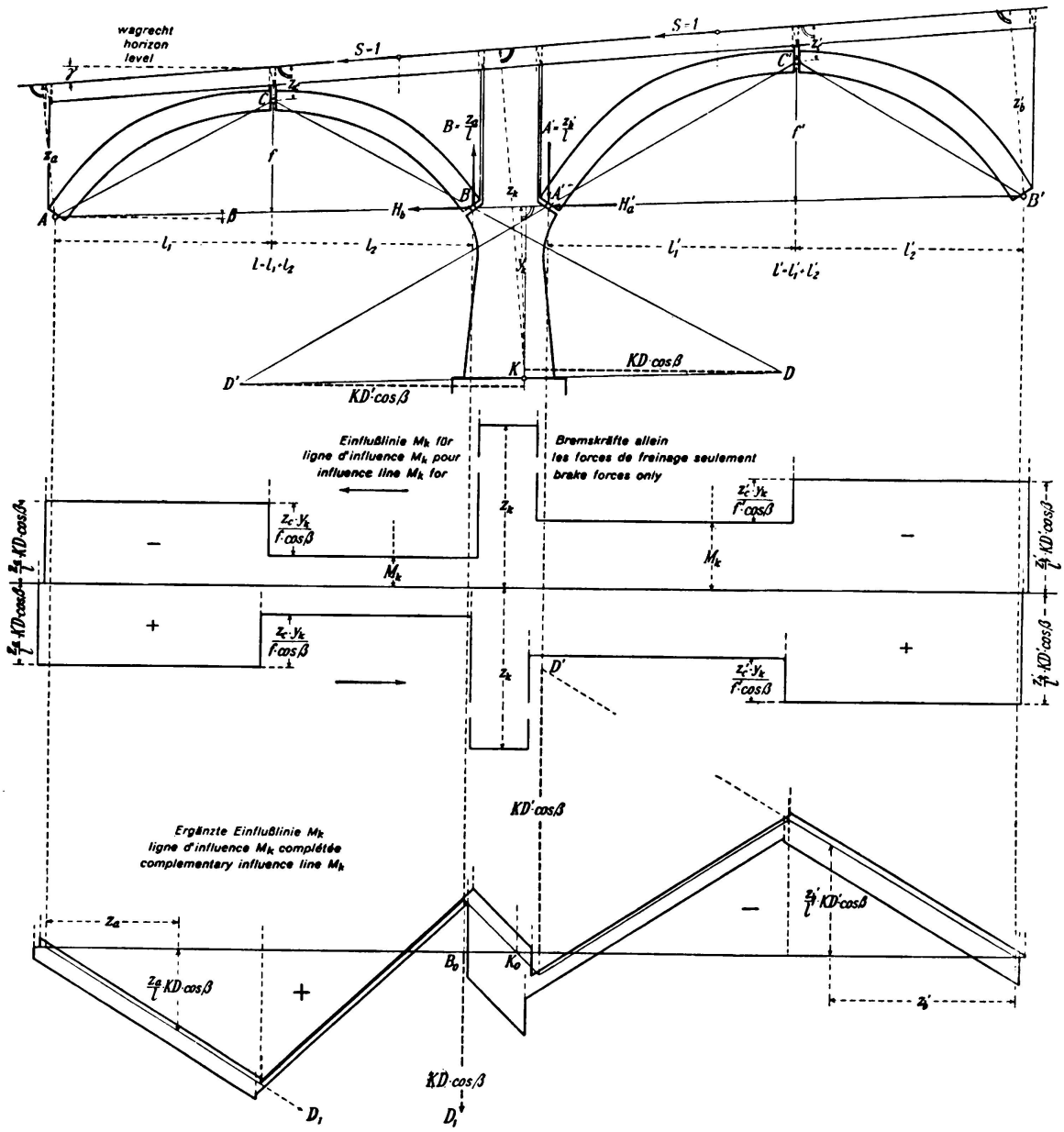

Fig. 11.

Einflußlinien M_k einer Mittelpfeilerfuge für Bremskräfte.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte der Gelenkfugen.

Die Ordinaten dieser staffelförmigen Einflußlinien für Bremskräfte allein erhält man beim unsymmetrischen Bogen am einfachsten durch Zeichnung, indem man für die Stellung der Kraft S = 1 über der rechten und linken Bogen-

hälfte jedesmal die Kämpferkräfte aus dem Kräftedreieck bestimmt und sie in die Komponenten senkrecht und parallel zur betr. Gelenkfuge zerlegt. Die Art des Aufbaus gibt keinen Unterschied.

In Fig. 12 bezieht sich das Krafteck (1) auf den Fall der über der rechten Hälfte wirkenden Kraft S, das Krafteck (2) gilt, wenn sie über der linken Hälfte

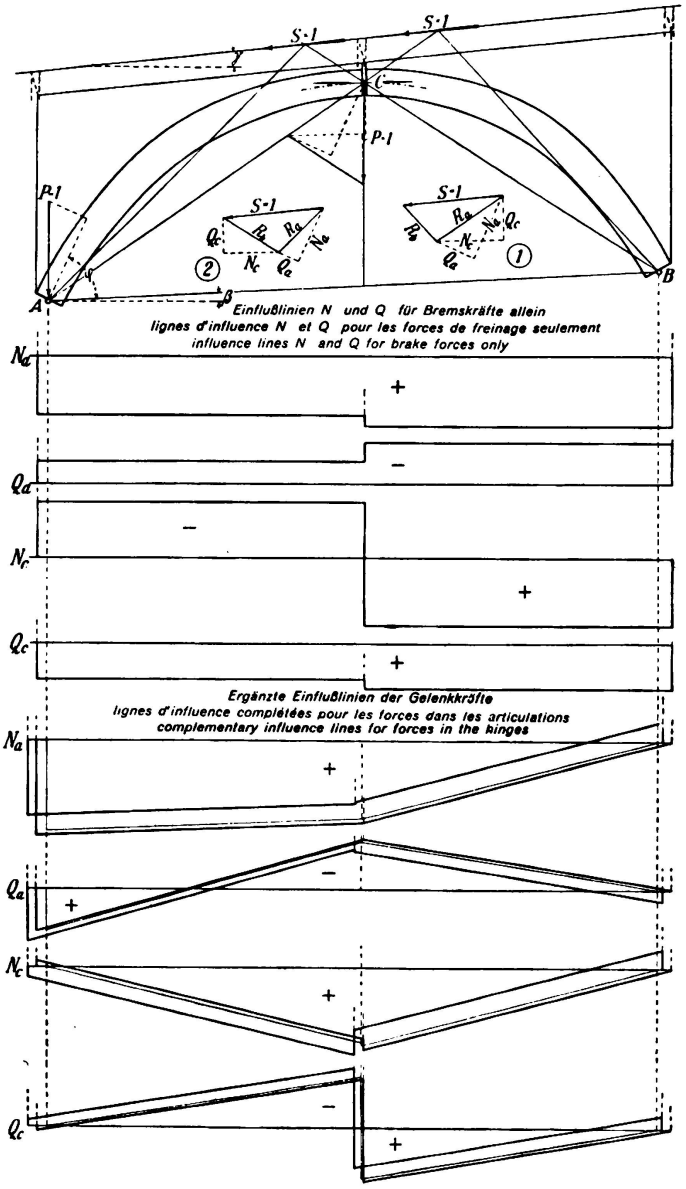

Fig. 12.
Einflußlinien der Normal- und Querkräfte der Gelenkfugen für Bremskräfte.

sich befindet. Die auf die Scheitelfuge wirkenden Komponenten N_c und Q_c werden jedesmal aus der Kämpferkraft der unbelasteten Seite gewonnen. Die normalen Einflußlinien der Gelenkkräfte sind in Fig. 12 für die Bremswirkung so ergänzt, daß die $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$-fachen Ordinaten der staffelförmigen Einflußlinien zugeschlagen sind. Die Richtung der Gelenkfugen ist in DIN 1075 senkrecht zur Stützlinie für ständige Last festgelegt.

Für den Fall des symmetrischen Dreigelenkbogens mit waagrechter Fahrbahn lassen sich die Ordinaten der staffelförmigen Einflußlinien auch leicht rechnen.

Die Bremskräfte beim Zweigelenkbogen.

Es ist zunächst die Einflußlinie des Bogenschubs infolge der Bremskräfte zu ermitteln, mit ihr lassen sich dann die Einflußlinien der Kernmomente usw. ableiten.

Einflußlinie des Bogenschubs H_a.

Da für die Bremskräfte allein die Bogenform beträchtlich von der zugehörigen Stützlinie abweicht, so kann man hier die Verformung durch die Normalkräfte N_x, die zudem teils Zug-, teils Druckkräfte sind, von vornherein vernachlässigen, so daß der Bogenschub

$$H_a = \frac{\int \frac{M_O \cdot y \cdot ds}{J}}{\int \frac{y^2 \cdot ds}{J}}$$

wird. Infolge der in Fig. 13 beim Schnitt a wirkenden Bremskraft $S = 1$ ist im statisch bestimmten Grundsystem

für die Schnitte x zwischen O und a . . $M_O = \frac{z_b}{l} \cdot x$

für die Schnitte x zwischen a und l . . . $M_O = \frac{z_b}{l} \cdot x - z$

und es wird dann

$$\int \frac{M_O \cdot y \cdot ds}{J} = \int_O^a \frac{z_b}{l} \cdot \frac{x \cdot y \cdot ds}{J} + \int_a^l \left(\frac{z_b}{l} \cdot x - z\right) \cdot \frac{y \cdot ds}{J} = \frac{z_b}{l} \int_O^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot x - \int_a^l \frac{y \cdot ds}{J} \cdot z$$

Führt man endliche Bogenteilstücke s und elastische Gewichte $w_y = \frac{y \cdot s}{J}$ ein, dann erhält man

$$H_a = \frac{\frac{z_b}{l} \sum_O^l x \cdot w_y - \sum_a^l z \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y}.$$

Die Zählersummen werden wohl am einfachsten gerechnet, wobei man bei der zweiten Summe von rechts beginnt und den Schnitt a immer um eine Teilgrenze nach links verschiebt. Die so erhaltenen Ordinatenwerte der Einflußlinie H_a sind jeweils von einer Waagrechten lotrecht unter *dem* Punkt abzutragen, wo die vom Achspunkt des Schnittes a unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade diese schneidet. Je nach der Bremsrichtung verschieben sich die Ordinaten und die Einflußlinien etwas gegeneinander.

Die Einflußfläche irgend eines Kernmoments findet sich nach der Formel

$$M_k = M_{Ok} - H_a \cdot y_k = y_k \left(\frac{M_{Ok}}{y_k} - H_a\right)$$

als Unterschied der Einflußflächen H_a und M_{Ok}/y_k. Beim Auswerten der in Fig. 13 schraffierten Differenzfläche ist dann der Multiplikator y_k zu beachten. Die

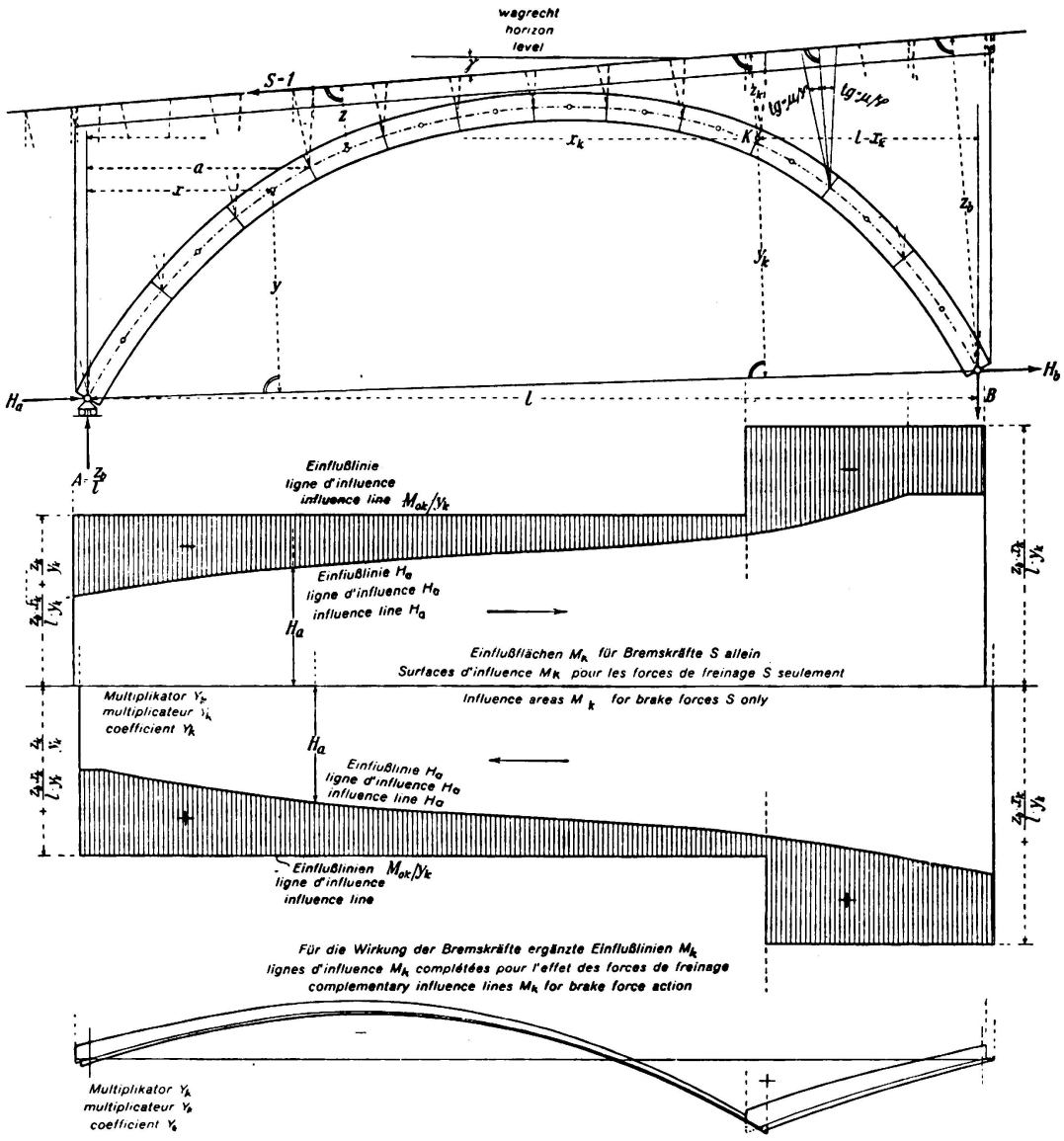

Fig. 13.

Einflußlinie H_a und M_k für Bremskräfte beim Zweigelenkbogen mit massivem Aufbau oder einem solchen mit Längswänden.

Einflußfläche M_{ok} für Bremskräfte allein ist staffelförmig, denn für $S = 1$ rechts von dem den Punkt K enthaltenden Bogenschnitt ist

$$M_{ok} = A \cdot x_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k$$

und wenn $S = 1$ links von diesem Schnitt wirkt, ist

$$M_{ok} = A \cdot x_k - z_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$$

In Fig. 13 ist unten in dünnen Linien die normale Einflußlinie M_k/y_k eines Schnittes der rechten Bogenhälfte gezeichnet. Sie ist mit den dicken Linien für

die Bremswirkungen ergänzt, indem die $\left(\frac{\mu}{\varphi} \mp \sin \gamma\right)$-fachen Ordinaten der schraffierten Flächen hinzugefügt oder abgezogen wurden. Für die normale Einflußlinie H_a hat es keine praktische Bedeutung, wenn die Angriffspunkte der wandernden Last $P = 1$ mit denjenigen von $S = 1$ übereinstimmen, also nicht mehr lotrecht über den Teilgrenzen liegen. Unter dem Schnitt K selbst entstehen dagegen von der einen zur andern Kurve lotrechte Absprünge, die mit den Staffelgrenzen der Einflußlinie M_{Ok} für Bremskräfte allein zusammenfallen.

Beim *symmetrischen* oder *schief symmetrischen* Bogen, wo die Verbindungslinie der Gelenke parallel zur Fahrbahn ist, ergänzen sich die Einflußordinaten H_a der symmetrisch gelegenen Teilgrenzen zu 1, so daß es genügt, sie nur für die rechte Hälfte auszurechnen.

Bei Fig. 3c wurde festgestellt, daß man die Resultierende aus Radlast und Bremskraft in irgend einem Punkt ihrer Wirkungslinie in ihre beiden Komponenten zerlegen könne und daß diese zusammen auf irgend eine Größe des statisch unbestimmten Tragwerks immer wieder die gleiche Wirkung ausüben müssen. Deshalb kann man im vorliegenden Fall die geneigten (gebremsten) Raddrücke auch in einer anderen, der Fahrbahn parallelen Ebene, z. B. der Tangentialebene am Scheitel, in P und S zerlegen. Führt man dann die beschriebene Rechnung über die Einflußlinien H_a und M_k infolge der Bremskraft S allein bis zu den ergänzten Einflußlinien der Kernmomente durch, so zeigen sich diese gegenüber den zuerst beschriebenen nur wagrecht um das Stück verschoben, um das die Schnittpunkte des gebremsten Raddrucks mit den beiden Ebenen wagrecht auseinander liegen. Beim Auswerten erhält man also die gleichen Grenzwerte.

Beim *Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn* kann jedoch diese Bezugsebene nicht mehr frei gewählt werden, denn hier werden die im aufgeständerten Teil anfallenden Bremskräfte durch die Fahrbahntafel nach den Stellen L und R, wo sie am Gewölberücken antrifft und mit ihm verankert ist, auf den Bogen *tatsächlich* übertragen. Um zutreffende M_O-Momente im Grundsystem zu bekommen, muß man daher die gebremsten Raddrücke in der Mittelebene der Fahrbahntafel in ihre Komponenten P und S zerlegen, und man muß diese Ebene für die wandernde Kraft $S = 1$ auch im nicht aufgeständerten Teil der Scheitelgegend beibehalten, damit die Abstände der Lasten in dem zum Auswerten der resultierenden Einflußlinien dienenden Lastenzug nicht geändert werden müssen. Aus dem gleichen Grunde muß diese Bezugsebene auch über den Widerlagern und Pfeilern beibehalten werden, wenn es sich um deren Einflußlinien M_k handelt.

Fig. 14 zeigt einen schief symmetrischen Zweigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn, die bei L und R mit dem Bogen verankert sei. Es ist ohne weiteres zu erkennen, daß das Zählerintegral von H_a sich für die zwischen L und R angreifende Kraft $S = 1$ gegenüber dem bei massivem Aufbau nicht ändert, und daß für jede Lage von S über den aufgeständerten Fahrbahnteilen sich die Zählerintegrale genau so errechnen, als wenn S in L oder K angreifen würde. Deshalb läuft die Einflußlinie H_a von L bis A und von R bis B waagrecht weiter.

Die Einflußfläche M_{Ok} für Bremskräfte allein hat für die zwischen L und R

liegenden Bogenschnitte eine ähnliche Form wie in Fig. 13. Liegt indessen der den Kernpunkt K enthaltende Schnitt unter der aufgeständerten Fahrbahn zwischen A und L, so ist für jede Lage der Kraft S = 1 das Moment

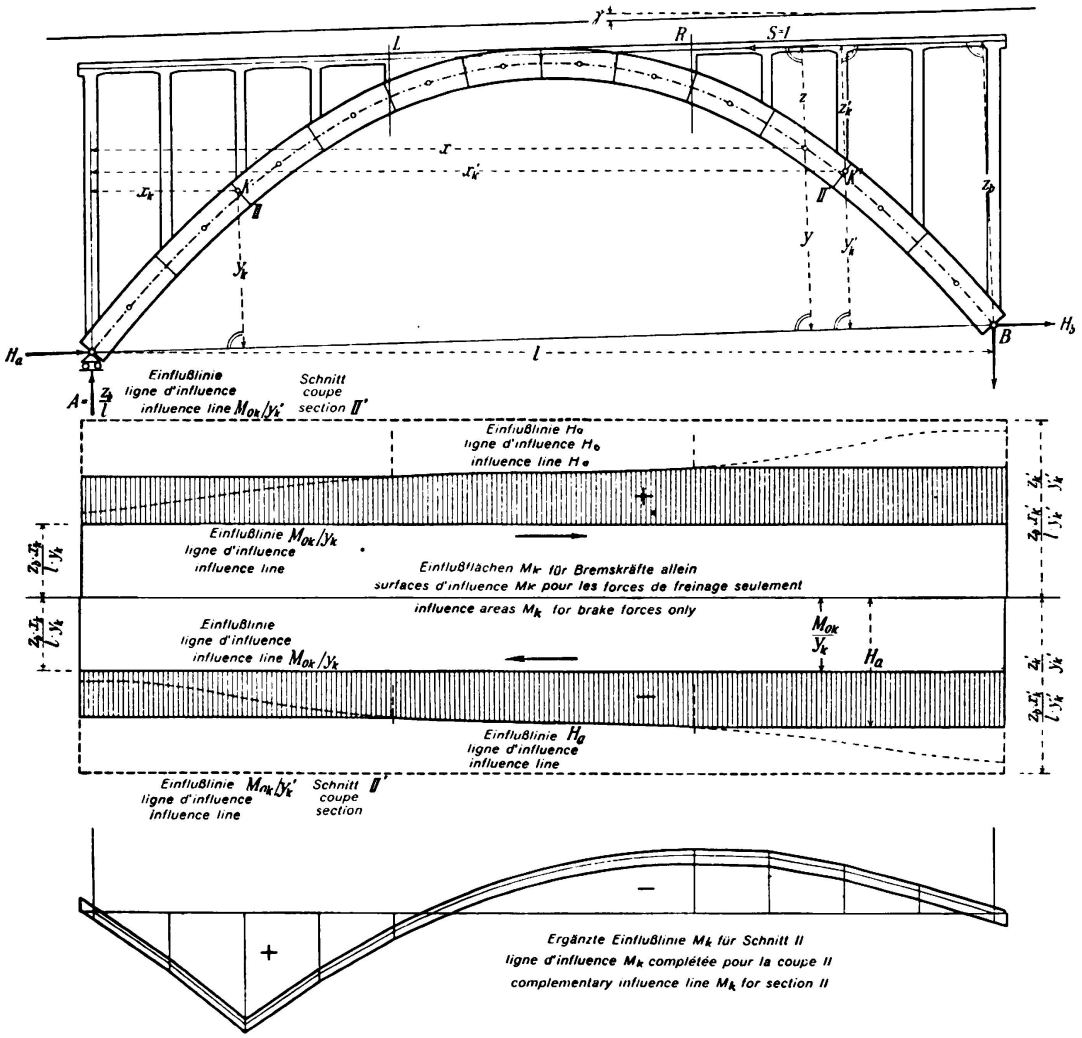

Fig. 14.

Einflußlinien H_a und M_k für Bremskräfte beim Zweigelenkbogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

$M_{ok} = A \cdot x_k$, seine Einflußfläche somit ein Rechteck von der Höhe $\frac{z_b}{l} \cdot x_k$. Die rechteckige Form trifft auch zu, wenn der Schnitt im Bogenteil zwischen R und B liegt, nur ist dann die Höhe $\frac{z_b}{l} \cdot x_k - z_k$. In Fig. 14 ist für den Schnitt II die Einflußfläche M_k für Bremskräfte allein als schraffierte Differenzfläche nach der Gleichung

$$M_k = y_k \left(\frac{M_{ok}}{y_k} - H_a\right)$$

dargestellt; beim Auswerten wäre dann der Multiplikator y_k zu beachten.

Einflußlinien M_k für Widerlager und Mittelpfeiler.

In einem durch das linke Widerlager geführten Schnitt (Fig. 15) entsteht durch eine nach links gerichtete Kraft $S = 1$, die bei durchbrochenem Aufbau in der Mittelebene der Fahrbahntafel wirkt, das Kernmoment

$$M_k = A \cdot x_k - H_a \cdot y_k = \frac{z_b}{l} \cdot x_k - H_a \cdot y_k.$$

Man rechnet hiernach die Einflußordinaten M_k einfacher aus, als daß man sie durch eine Differenzfläche darstellt, denn über dem Widerlager selbst sind die Einflußordinaten $M_k = -z_k$, d. h. gleich dem Lot von K auf die Mittelebene der Fahrbahntafel, die als Bezugsebene auch über den Widerlagern beizubehalten ist.

Für einen Schnitt durch das rechte Widerlager ist

$$M'_k = B \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k = \frac{z_a}{l} \cdot x'_k - H_b \cdot y'_k.$$

Nach diesen Formeln sind in Fig. 15 die gerechneten Einflußlinien M_k und M'_k für Bremskräfte allein dargestellt. Die Grenzen links und rechts liegen unter den Punkten, wo die durch den äußern Schnittrand unter der Neigung μ zur Normalen auf der Fahrbahn gezogene Gerade die Mittelebene der Fahrbahn schneidet. Die ergänzten Einflußlinien der Kernmomente sind ebenfalls gezeichnet.

Die Einflußlinie M_k für eine Mittelpfeilerfuge ergibt sich an Hand von Fig. 15, indem man den Mittelpfeiler als Widerlager der beiden anliegenden Öffnungen auffaßt. Dabei ist (wie auch oben beim Widerlager) Voraussetzung, daß es sich um einen verhältnismäßig niederen und gedrungenen Pfeiler handelt, dessen elastische Ausbiegung vernachlässigt werden kann.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte für die Kämpferfuge.

Beim Zweigelenkbogen der Fig. 16 bedeuten φ_a und φ_b die Winkel der Kämpferkräfte von ständiger Last mit der Verbindungslinie der Gelenke. Auf diesen Kräften soll die Tangentialebene des Wälzgelenks senkrecht stehen.

Die Einflußlinie der *Normalkraft* N_a auf die linke Gelenkfuge infolge der nach links gerichteten Bremskraft $S = 1$ allein folgt aus der Gleichung

$$N_a = A \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos\varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \sin(\varphi_a + \beta) + H_a \cdot \cos\varphi_a.$$

Für die Querkraft Q_a gilt der Ausdruck

$$Q_a = A \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin\varphi_a = \frac{z_b}{l} \cdot \cos(\varphi_a + \beta) - H_a \cdot \sin\varphi_a.$$

Nach diesen Formeln sind die in Fig. 16 dargestellten Einflußlinien N_a und Q_a gerechnet worden.

Die Bremskräfte beim beiderseits eingespannten Bogen.

Aus denselben Gründen wie beim Zweigelenkbogen kann auch beim eingespannten Bogen in den Formeln für die Auflagerkräfte von der Verformung

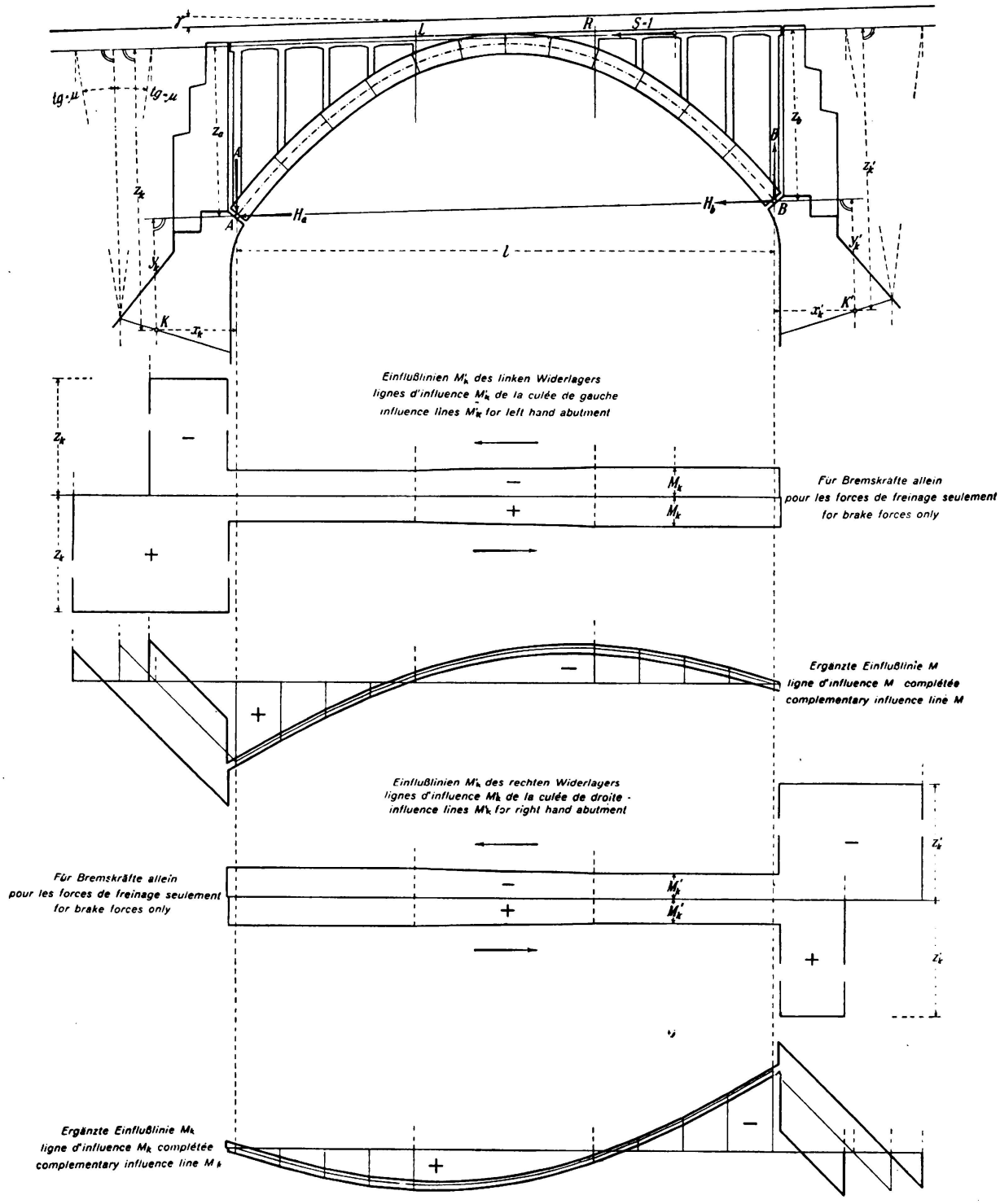

Fig. 15.

Einflußlinien M_k der Widerlagerschnitte eines Zweigelenkbogens für Bremskräfte.

durch die Normalkräfte N_x abgesehen werden. Wir gehen vom Grundsystem des rechts eingespannten, links frei ausladenden Konsolträgers aus, dann gelten für die nach dem elastischen Schwerpunkt O versetzten Komponenten der linken Kämpferkraft die bekannten Formeln (*Mörsch*, Eisenbeton II, 3)

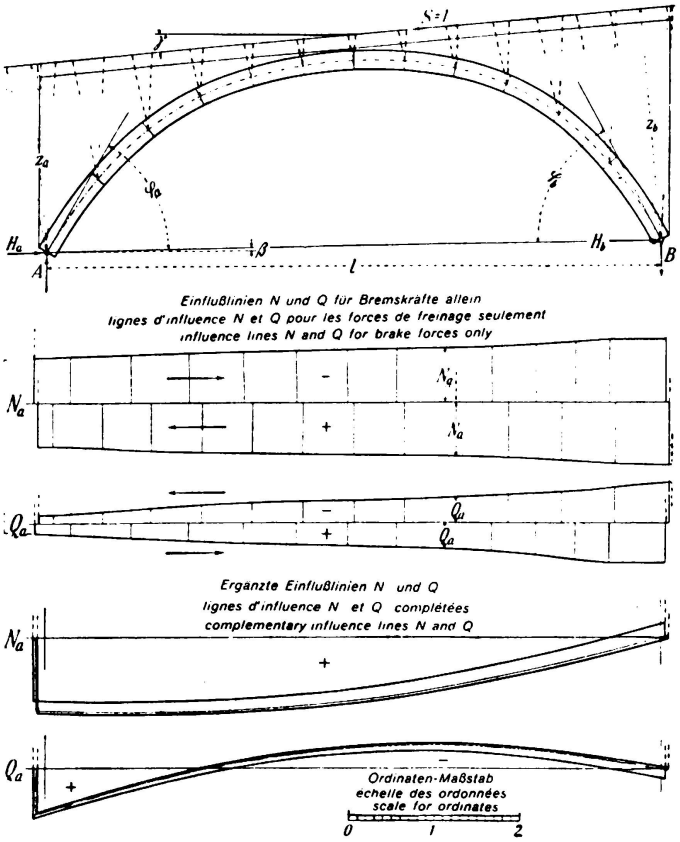

Fig. 16.

Einflußlinien der Normal- und Querkräfte in der linken Gelenkfuge eines Zweigelenkbogens für Bremskräfte.

$$H = \frac{\sum M_0 \cdot w_y}{\sum y \cdot w_y} \qquad V = \frac{\sum M_0 \cdot w_x}{\sum x \cdot w_x} \qquad M = \frac{-\sum M_0 \cdot w}{\sum w}$$

die für beliebig gerichtete äußere Kräfte zutreffen. Für eine bei a angreifende nach links gerichtete Bremskraft $S = 1$ (Fig. 17) entstehen im Konsolbalken des Grundsystems Biegemomente M_0 nur zwischen a und B im Betrag $M_0 = -z$. Um daher die Einflußordinaten H, V, M für die Bremskräfte zu erhalten, hat man für fortschreitende Werte von a die Zählersummen

$$\sum M_0 \cdot w_y = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_y \qquad \sum M_0 \cdot w_x = -\sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w_a \qquad -\sum M_0 \cdot w = \sum_a^{-\frac{1}{2}} z \cdot w$$

zu ermitteln. Dies geschieht am einfachsten durch Rechnung, in dem man von rechts beginnend die wandernde Kraft $S = 1$ der Reihe nach über den Grenzen der Bogenteilstücke angreifen läßt und jedesmal die Summe der statischen Momente der elastischen Gewichte $w_y = s \cdot \frac{y}{J}$, $w_x = s \cdot \frac{x}{J}$ und $w = \frac{s}{J}$ rechts vom Angriffspunkt inbezug auf die Fahrbahn, bzw. die Mittelebene der Fahrbahnplatte (je nach der Art des Aufbaus) ausrechnet. Beim Weiterschreiten der Kraft S kommt immer nur ein neues Summenglied hinzu. Die elastischen

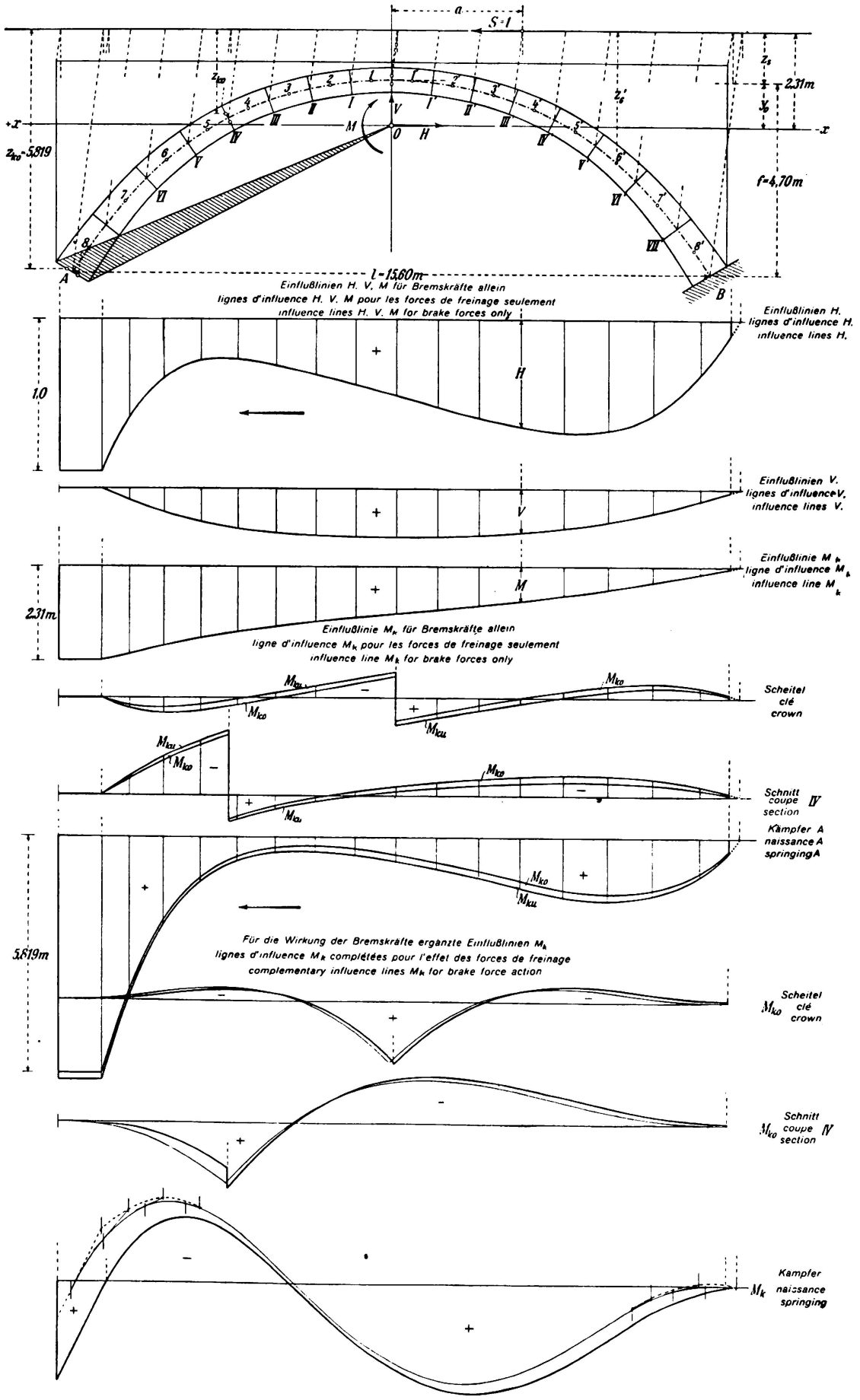

Fig. 17.

Einflußlinien H, V, M und der Kernmomente M_k beim symmetrischen eingespannten Bogen mit

Gewichte w, w_y und w_x sowie die Nennersummen sind von der vorausgehenden Bogenrechnung schon bekannt. Die gefundenen Ordinaten sind jeweils bei der Abszisse a, d. h. unter dem Punkt abzutragen, wo die von der Teilgrenze der Bogenachse unter der Neigung $\frac{\mu}{\varphi}$ zur Lotrechten gezogene Gerade die Fahrbahn schneidet. Je nach der Bremsrichtung ändert sich daher nicht nur das Vorzeichen, sondern die Einflußlinien sind auch etwas in wagrechtem Sinn gegeneinander verschoben.

In Fig. 17 sind für nach links gerichtete Bremskräfte die rechnerisch ermittelten Einflußlinien der Auflagerkomponenten H, V und M eines symmetrischen Bogens mit wagrechter Fahrbahn dagestellt. Die linke Endordinate der Einflußlinie H ist = 1, diejenige der Einflußlinie M ist $= y_0 + z_s$. Beim Ausrechnen in Tabellenform erscheinen mehrere Zahlen wieder, die bereits bei den normalen Einflußlinien vorkamen. Die Einflußordinaten H symmetrisch liegender Schnitte ergänzen sich zu 1.

Mit Hilfe der Einflußordinaten H, V, M erhält man diejenigen des Kernmoments von irgend einem Bogenschnitt infolge der Bremskräfte allein mit der Formel

$$M_k = M_{0k} + M - H \cdot y_k - V \cdot x_k$$

indem man S = 1 von rechts beginnend der Reihe nach über allen Teilgrenzen angreifen läßt und die Beiträge wie bei den normalen Einflußlinien M_k in Tabellenform zusammenschreibt. M_{0k} ist $= -z_k$ wenn die nach links gerichtete Kraft S links von dem den Punkt K enthaltenden Bogenschnitt angreift; wirkt sie rechts davon, so ist $M_{0k} = 0$. Auf diese Weise wurden die aus Fig. 17 ersichtlichen Einflußlinien M_k für Bremskräfte allein des Scheitel- und Kämpferschnitts, sowie des Schnittes IV erhalten. Es sind dann noch die für die Wirkung der Bremskräfte ergänzten Einflußlinien M_k dieser Schnitte gezeichnet. Hierbei ist der Ordinatenmaßstab der mit dünnen Linien dargestellten normalen Einflußlinien gleich dem doppelten der Gewölbezeichnung gewählt. Die dicken Linien zeigen ihre Ergänzung mit den $\frac{\mu}{\varphi}$-fachen Ordinaten der für Bremskräfte allein gültigen Einflußlinien.

Hier erwies es sich als notwendig die normale Einflußlinie M_k des Kämpfers an beiden Enden mit Rücksicht darauf zu verbessern, daß die zu S gehörige lotrechte Komponente des gebremsten Raddrucks in Fahrbahnhöhe ziemlich seitwärts von der zugehörigen Teilgrenze der Bogenachse steht. Es mußten daher die an die Kurve bei den Teilgrenzen gezogenen Tangenten bis zu den zugehörigen Lasten P verlängert werden. Die durch die so erhaltenen Schnittpunkte gezogene gestrichelte Kurve stellt den verbesserten Verlauf der normalen Einflußlinie dar. An den andern Stellen der normalen Einflußlinien ergeben sich mit der beschriebenen Korrektur so geringe Verschiebungen, daß sie nicht darstellbar sind.

Es sei noch bemerkt, daß das gewählte Grundsystem des rechts eingespannten Konsolbalkens sich für die Rechnung mit Bremskräften als besonders zweckmäßig erweist.

An den Ausdrücken für die Auflagerkomponenten H, V, M für die Brems-

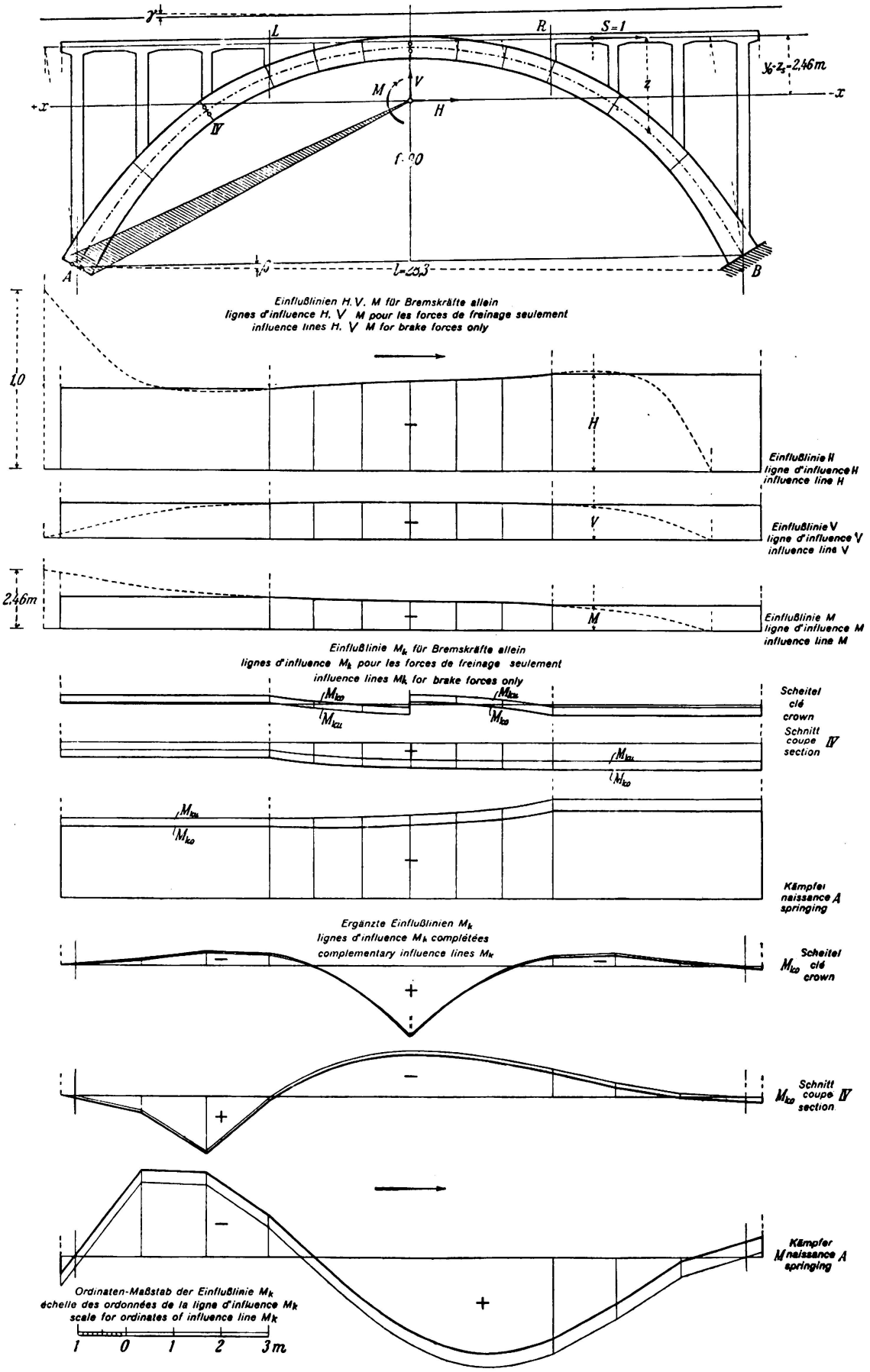

Fig. 18.

Einflußlinien von H, V, M und der Kernmomente M_k infolge der Bremskräfte bei einem schief symmetrischen eingespannten Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn.

kraft S = 1 ändert sich nichts, wenn es sich um einen unsymmetrischen oder schief symmetrischen Bogen handelt. Die x-Achse ist dann etwas geneigt und die z sind die Lote von den Mitten der Bogenteilstücke auf die Fahrbahn.

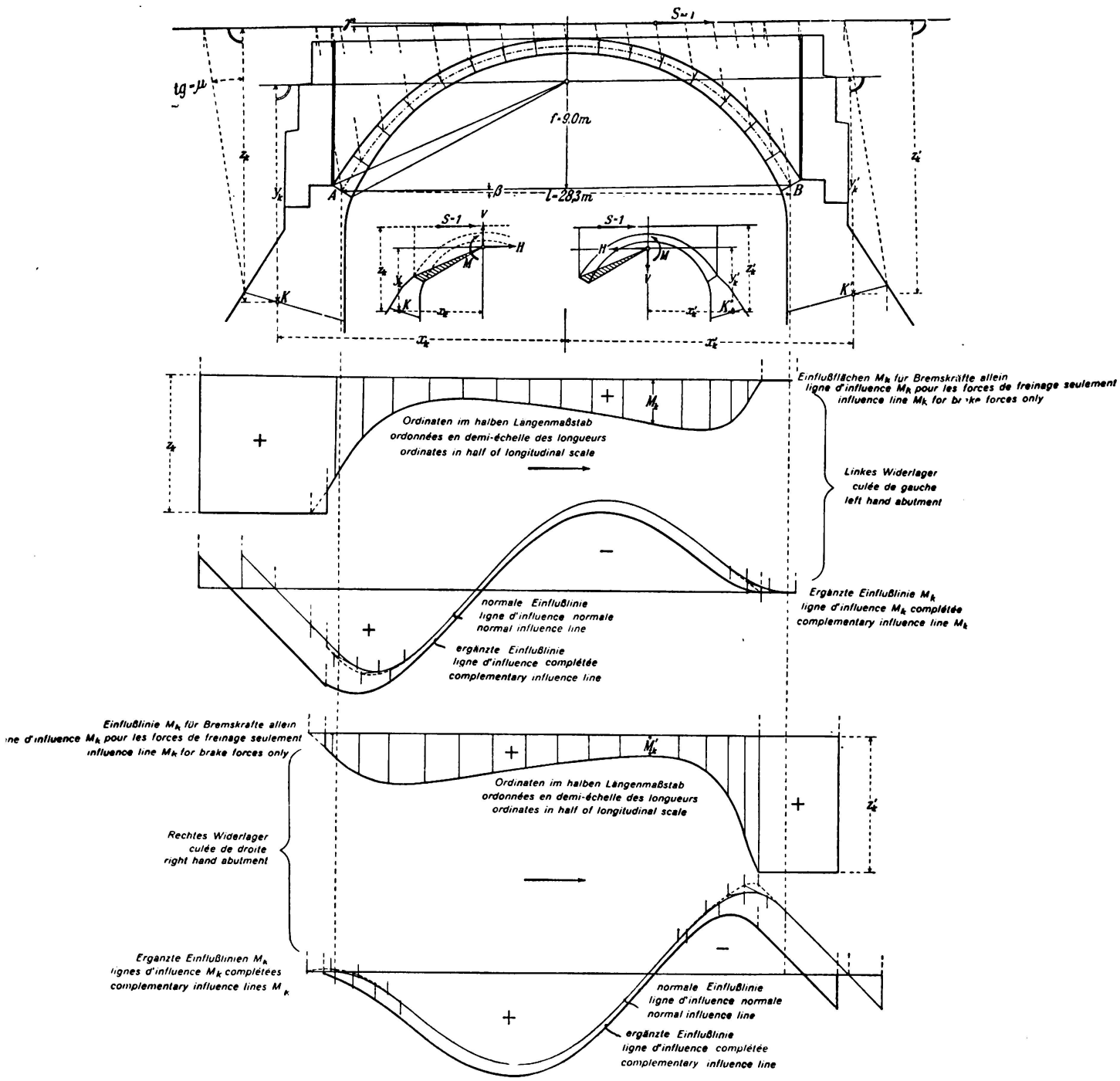

Fig. 19.

Einflußlinien M_k der Widerlagerschnitte eines schief symmetrischen eingespannten Bogens für Bremskräfte.

Bei dem in Fig. 18 dargestellten Bogen mit aufgeständerter Fahrbahn ist wie bei Fig. 14 der schräge gebremste Raddruck in der Mittelebene der Fahrbahntafel in P und S zu zerlegen, wovon die Kraft S erst an der Stelle L bzw. R auf den Bogen übertragen wird. Deshalb bleiben ihre Beitragsordinaten zu H, V, M unter den aufgeständerten Fahrbahnteilen konstant und gleich den bei L und R vorhandenen Ordinaten der betreffenden Einflußlinien, die zwischen L und R ähnlich wie bei massivem Aufbau, jedoch mit der tiefer liegenden Bezugsebene von S verlaufen.

Die Einflußlinien sind für nach rechts wirkende Bremskräfte gezeichnet. Bei den Einflußlinen H, V, M bedeuten die gestrichelten Linien den Verlauf, der bei massivem Aufbau gelten würde.

Einflußlinien M_k für das Widerlager des eingespannten Bogens.

Mit der aus Fig. 19 ersichtlichen Bezeichnung ergibt sich bei einer nach rechts wirkenden Bremskraft $S = 1$ in einem Schnitt des linken Widerlagers das Kernmoment

$$M_k = M + H \cdot y_k - V \cdot x_k,$$

wobei die Vorzeichen der Komponenten bereits berücksichtigt sind.

Für einen Schnitt des rechten Widerlagers ist

$$M'_k = z'_k - M - H \cdot y'_k - V \cdot x'_k.$$

Nach diesen Formeln wurden zu den beiden Widerlagerschnitten die Einflußordinaten der Kernmomente für Bremskräfte allein ausgerechnet. Über den Widerlagern selbst ist die Einflußordinate $= z_k$ bzw. z'_k. Mit den μ-fachen Ordinaten sind dann die normalen Einflußlinien der Kernmomente für die Wirkung der Bremskräfte ergänzt worden. Dabei war es wie beim Beispiel der Fig. 17 wieder nötig vorher die normale Einflußlinie unter beiden Kämpfern infolge des massiven Aufbaus zu verbessern.

Auf ähnliche Weise erhält man die Einflußlinien M_k für Bremskräfte für einen Schnitt des Mittelpfeilers, indem man ihn als Widerlager der einen und andern Öffnung betrachtet, wobei vorausgesetzt ist, daß es sich um einen gedrungenen Pfeiler handelt, dessen elastische Ausbiegung vernachlässigt werden kann.

Zusammenfassung.

Es wird der Einfluß der Bremskräfte bei den verschiedenen Arten von Balken und Bogen untersucht. Dabei wird die Bremskraft als Bestandteil des Raddrucks aufgefaßt und ihr Einfluß auf die in Betracht kommenden Größen, wie Biegemomente, Kernmomente und Auflagerkräfte in Form von Einflußlinien dargestellt. Schließlich werden diese Einflüsse mit denjenigen der lotrechten Radlasten in resultierenden Einflußlinien zusammengefaßt, die dann bei der Auswertung mit dem normalen Lastenzug die Grenzwerte mit Einschluß der von den zugehörigen Bremskräften herrührenden Beiträge liefern. Je nach der Art des Aufbaus über den Gewölben, massiv oder durchbrochen, ist die Form der Einflußlinien für Bremskräfte allein verschieden.