Zeitschrift: Archives des sciences [1948-1980]

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 10 (1957)

Heft: 4

Artikel: De la stabilité des amas galactiques en présence de nuages de matière interstellaire

Autor: Bouvier, Pierre

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-738715

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DE LA STABILITÉ DES AMAS GALACTIQUES EN PRÉSENCE DE NUAGES DE MATIÈRE INTERSTELLAIRE

PAR

Pierre BOUVIER

(Observatoire de Genève, Suisse).

(Avec 2 fig.)

Résumé. — Ce travail reprend une étude abordée autrefois par B. J. Bok, en tenant compte de la perturbation qu'est susceptible d'apporter au champ gravifique général de la Galaxie la présence, au voisinage de l'amas stellaire considéré, d'un gros nuage de matière diffuse. Cette action perturbatrice peut devenir importante et multiplier par un facteur de l'ordre de 2 à 10 la densité minimum nécessaire à la stabilité de l'amas, suivant la densité moyenne adoptée pour le nuage.

Abstract. — The present work includes, along the lines initiated by J. B. Bok in an earlier study, the influence of the patchy structure of the interstellar medium pervading the Galaxy. The gravitational action of a large cloud of diffuse matter close to a stellar cluster superimposed as a perturbation on the general field of the Galaxy, may increase the minimum critical density of the cluster by a factor of order 2 to 10, according to different densities assumed for the cloud.

INTRODUCTION.

La stabilité des amas stellaires galactiques vis-à-vis du champ général de gravitation de la Galaxie a été étudiée par plusieurs auteurs, au premier rang desquels B. J. Bok, qui est parvenu [1] notamment aux deux conclusions suivantes:

a) la densité moyenne d'un amas doit dépasser, pour qu'il soit stable, une certaine valeur critique δ^*;

b) si un amas est sur le point de devenir instable, ce sera le long de la direction radiale joignant l'amas au centre galactique que l'instabilité se manifestera tout d'abord.

D'autre part, nous savons que la matière interstellaire diffuse n'est pas répartie uniformément dans la Galaxie; elle a tendance à se grouper en nuages parmi lesquels on distingue les petits et les gros nuages, ces derniers, plus rares que les premiers, pouvant atteindre des dimensions de l'ordre d'une centaine de parsecs. Or la matière interstellaire, de même que les amas ouverts (ou galactiques), se rencontre de préférence au proche voisinage du plan galactique; un amas galactique pourrait donc se trouver relativement près d'un gros nuage de matière diffuse et subir de sa part un effet de marée qui viendrait s'ajouter à celui que produit le champ galactique général.

Nous nous proposons de reprendre dans ces conditions le problème dynamique de la stabilité d'un amas galactique, sans nous préoccuper ici d'effets de passages ou de la nature physique des particules constituant le nuage perturbateur.

Hypothèses de base.

Nous envisageons donc un amas galactique soumis à la double action gravifique du champ galactique général et d'un gros nuage de matière diffuse situé dans le voisinage de l'amas. Ce nuage, subissant également l'effet du champ galactique, sera cependant supposé stable au cours d'un laps de temps de 10^7 années au moins, hypothèse justifiée par un calcul de H. Klauder [2]. Faute de précisions sur la structure interne des nuages de matière interstellaire, nous considérerons un nuage homogène, étiré le long de la tangente à la trajectoire quasi-circulaire qu'il décrit autour du centre galactique. Une densité [1] de 10^{-22} g/cm^3 est en bon accord avec les estimations faites sur les nébuleuses diffuses [3]; quant à la forme adoptée, elle est suggérée par la répartition de l'hydrogène dans la Galaxie ainsi que par la disposition que prennent, à distance suffisante du

[1] Nous utilisons plus loin les deux valeurs 10^{-22} et 10^{-23} g/cm^3 soit respectivement 1,4 et 0,14 $\odot$/pc^3.

noyau, les filaments de matière obscure des nébuleuses spirales. En outre, si nous assimilons le nuage à un ellipsoïde de révolution allongé selon la tangente à la trajectoire de son centre, sa stabilité dans le champ galactique sera d'autant plus assurée qu'il est plus allongé, ainsi qu'il en résulte de l'expression de la densité critique [4]

$$\Delta^* = \frac{4}{\pi G \beta'} A (A - B)$$

et des valeurs numériques de β' calculées par H. Mineur pour différents rapports d'axes de l'ellipsoïde [5]. A et B sont les constantes d'Oort, G la constante de la gravitation.

Si l'amas stellaire se trouve à proximité de la région médiane du nuage, il subira une force d'attraction dépendant avant tout de la distance du centre de l'amas à l'axe de révolution du nuage. Nous traiterons d'abord le cas où l'amas et le nuage, tous deux au voisinage du plan galactique, sont placés sur la même direction radiale issue du centre galactique, l'amas étant au-delà du nuage, puis en deçà (perturbation radiale); nous étudierons ensuite le cas où le nuage et l'amas, situés à la même distance du centre galactique et à la même longitude, ont des latitudes légèrement différentes (perturbation transversale).

Perturbation radiale.

Soit un référentiel trirectangle x, y, z (axes « absolus ») dont nous faisons coïncider le plan xy avec le plan galactique; les centres respectifs de la Galaxie (O), du nuage (N) et de l'amas (C) sont en ligne droite par hypothèse. Désignons par r la distance OC, de projections x, y, z; par r' la distance NC et par x', y', z' les projections de la distance ON $= r - r'$.

Le centre C est sous l'influence du champ gravifique $\varphi(r')$ produit par le nuage et du champ général galactique dont nous noterons $f(r)$ la projection sur Oxy et $f_z = \frac{z}{r} f_3(r)$ la composante z, cette dernière forme étant justifiée par la symétrie du potentiel général par rapport au plan xy.

Négligeant les réactions de l'amas et du nuage sur le noyau galactique, nous choisissons l'origine des axes x, y, z en O de

manière à écrire, pour les composantes de l'accélération subie par le centre C:

$$\gamma_x^c = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{x}{r}[f\ (r) + \varphi(r')]$$

$$\gamma_y^c = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{y}{r}[f\ (r) + \varphi(r')] \qquad (1)$$

$$\gamma_z^c = \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{z}{r}[f_3(r) + \varphi(r')]$$

à des termes d'ordre supérieur près.

Relevons ici que si O, N, C ne sont pas rigoureusement en ligne droite, les forces d'attraction mutuelle entre ces trois points restent les mêmes, vu qu'un léger déplacement tangen-

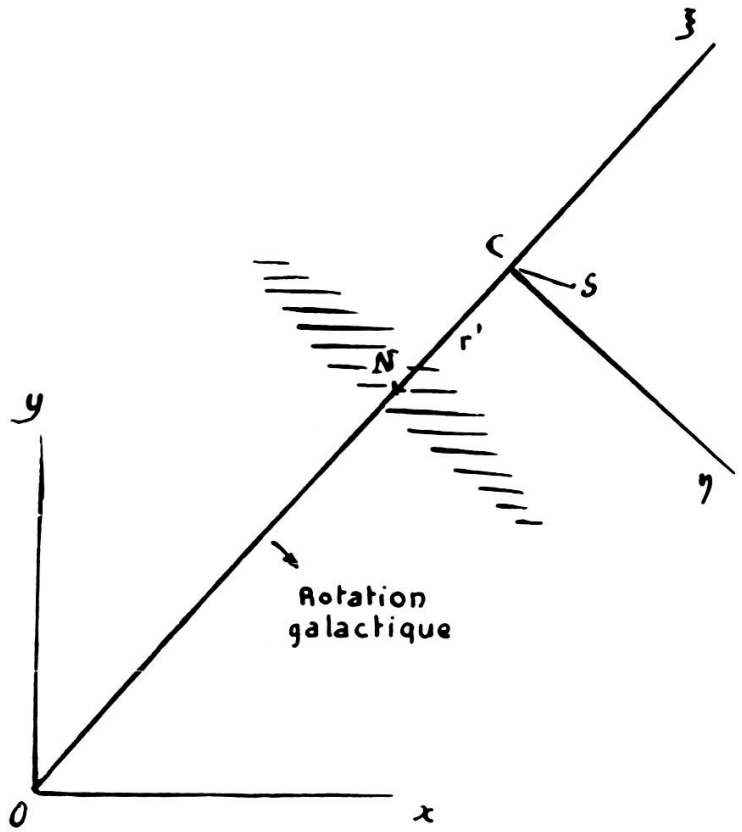

Fig. 1.

tiel de N ne modifie pas $\varphi(r')$ si le nuage est suffisamment étiré. On évite ainsi l'objection d'instabilité autrefois soulevée par Liouville, relative à une configuration rectiligne de trois masses ponctuelles [6].

La composante $\frac{z}{r} f_3$ est pour l'instant négligeable vis-à-vis de $\frac{x}{r} f$, $\frac{y}{r} f$; les deux premières équations (1) admettent la solution particulière

$$x = r \cos \omega t \qquad y = - r \sin \omega t \tag{2}$$

avec

$$\omega^2 = \frac{1}{r} [f(r) + \varphi(r')]$$

décrivant une orbite circulaire parcourue à la vitesse angulaire ω.

Fixons maintenant quelques ordres de grandeur. L'amas étant situé en dehors du nuage, mais à proximité de sa surface, sera soumis à un champ $\varphi(r')$ que nous identifierons avec celui d'un cylindre homogène infini de densité Δ et de diamètre D:

$$\varphi(r') = \frac{\pi}{2} G \Delta \frac{D^2}{r} \cdot$$

Prenons D égal à 40 pc et $r' = \frac{2}{3} D = 27$ pc, de façon qu'un amas de 3 à 6 pc de diamètre soit complètement extérieur au nuage. Alors $\varphi(r') = 0{,}2 \,.\, 10^{-8}$ cm/sec², tandis qu'à 10 000 pc du centre galactique, $f(r) = 2 \,.\, 10^{-8}$ cm/sec² si la masse totale concentrée au noyau est de l'ordre de $1{,}5 \,.\, 10^{11}$ masses solaires. L'effet différentiel de la rotation galactique est presque insensible sur la distance r' et

$$\omega_0^2 = \frac{f(r)}{r}$$

est pratiquement égal au carré de la vitesse angulaire du nuage. La différence des vitesses linéaires des points C et N vaut par conséquent

$$v - v_0 = r(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2} v_0 \frac{\varphi}{f} = 14 \text{ km/s}$$

si $v_0 = 270$ km/sec.

L'amas stellaire a donc tendance à dépasser le nuage de matière diffuse, mais si celui-ci est étiré sur 100 pc au moins, il faudra 5 à 10 millions d'années pour atteindre une extrémité du nuage. Cette durée, au cours de laquelle les conditions

dynamiques ne se seront pas notablement modifiées, est plus faible que la période de rotation de la Galaxie mais assez élevée pour que les actions gravifiques externes aient pu altérer considérablement l'équilibre dynamique de l'amas.

Soit S une étoile de l'amas; désignons par

R	la distance	OS,	de projections	X, Y, Z	dans le	référentiel	choisi			
R′	»	»	NS	»	»	X′, Y′, Z′	»	»	»	»
ρ	»	»	CS	»	»	ρ_x, ρ_y, ρ_z	»	»	»	»

Le champ de pesanteur interne de l'amas $g(\rho)$ est supposé ne dépendre que de ρ, hypothèse commode, d'ailleurs accessoire. S est sous l'influence des trois champs f, g, φ (problème de quatre corps) et son accélération absolue aura pour composantes

$$\begin{aligned}
\gamma_x^s &= -\frac{X}{R} f(R) - \frac{X'}{R'} \varphi(R') - \frac{\rho_x}{\rho} g(\rho) \\
\gamma_y^s &= -\frac{Y}{R} f(R) - \frac{Y'}{R'} \varphi(R') - \frac{\rho_y}{\rho} g(\rho) \qquad (3) \\
\gamma_z^s &= -\frac{Z}{R} f_3(R) - \frac{Z'}{R'} \varphi(R') - \frac{\rho_z}{\rho} g(\rho)
\end{aligned}$$

D'où l'accélération relative de S autour de C

$$\frac{d^2 \rho_x}{dt^2} = \gamma_x^s - \gamma_x^c, \quad \frac{d^2 \rho_y}{dt^2} = \gamma_y^s - \gamma_y^c, \quad \frac{d^2 \rho_z}{dt^2} = \gamma_z^s - \gamma_z^c.$$

Tenant compte de ce que $X' = X - x'$, $\rho_x = X - x$, etc., nous obtenons les équations

$$\begin{aligned}
&\frac{d^2(X-x)}{dt^2} + \frac{X}{R} f(R) + \frac{X-x'}{R'} \varphi(R') - \frac{x}{r}[f(r) + \varphi(r')] + \\
&\qquad + \frac{X-x}{\rho} g(\rho) = 0 \\
&\frac{d^2(Y-y)}{dt^2} + \frac{Y}{R} f(R) + \frac{Y-y'}{R'} \varphi(R') - \frac{y}{r}[f(r) + \varphi(r')] + \\
&\qquad + \frac{Y-y}{\rho} g(\rho) = 0 \qquad (4) \\
&\frac{d^2(Z-z)}{dt^2} + \frac{Z}{R} f_3(R) + \frac{Z-z'}{R'} \varphi(R') - \frac{z}{r}[f(r) + \varphi(r')] + \\
&\qquad + \frac{Z-z}{\rho} g(\rho) = 0
\end{aligned}$$

dont la première peut s'écrire aussi

$$\frac{d^2(X-x)}{dt^2} + \frac{X}{R} f(R) - \frac{X}{r} f(r) + \frac{X-x}{r} f(r) +$$
$$+ \frac{X-x'}{R'} \varphi(R') - \frac{X}{r} \varphi(r') + \frac{X-x}{r} \varphi(r') + \frac{X-x}{\rho} g(\rho) = 0 \quad .$$

Il est avantageux, dans ce genre de problème, d'opérer dans un référentiel ξ, η, ζ centré en C et tournant avec l'amas de sorte que l'axe Cζ passe constamment par O (fig. 1).

Nous avons par conséquent:

$$\begin{aligned} X &= x + \frac{x}{r}\xi + \frac{y}{r}\eta \\ Y &= y + \frac{y}{r}\xi - \frac{x}{r}\eta \\ Z &= z + \zeta \, . \end{aligned} \tag{5}$$

Tenant compte des relations (2), l'équation du mouvement projeté sur Ox devient:

$$\frac{x}{r}\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{y}{r}\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\,\omega\,\frac{y}{r}\left(\frac{d\xi}{dt} - \frac{x}{r}\frac{d\eta}{dt}\right) + \frac{X}{R} f(R) -$$
$$- \frac{X}{r} f(r) + \frac{X-x'}{R'} \varphi(R') - \frac{X}{r} \varphi(r') + \frac{X-x}{\rho} g(\rho) = 0 \, .$$

Nous admettons dorénavant que

$$R = r + \xi \, , \qquad R' = r' + \xi \tag{6}$$

La première de ces suppositions est indubitablement justifiée, la seconde l'est moins car $(\xi/r')^2$ n'est pas forcément négligeable devant l'unité; nous la faisons néanmoins pour limiter le nombre des termes et aussi du fait que la distance r' n'est définie que par rapport à un nuage de forme schématisée.

Dans ces conditions, nous trouvons, à la suite d'un calcul facile,

$$\frac{X}{R} f(R) - \frac{X}{r} f(r) = \left(\frac{df}{dr} - \frac{f}{r}\right)\frac{x}{r}\xi$$

et, vu que

$$x' = \left(1 - \frac{r'}{r}\right) x$$

$$\frac{X-x'}{R'} \varphi(R') - \frac{X}{r} \varphi(r') = \left(\frac{d\varphi}{dr'} - \frac{\varphi}{r}\right)\frac{x}{r}\xi + \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right)\varphi\,\frac{y}{r}\eta \quad .$$

Un calcul en tout point semblable au précédent permet de transformer de manière analogue les différences figurant dans l'équation du mouvement projeté sur Oy.

Le mouvement de l'étoile S, projeté sur le plan galactique est régi par les équations $\left(\text{avec } \dot{F} = \frac{dF}{dt}\right)$

$$x\ddot{\xi} + y\ddot{\eta} + 2\omega(y\dot{\xi} - x\dot{\eta}) + \alpha_1 x\xi + \alpha_2 y\eta + \\ + \frac{g}{\rho}(x\xi + y\eta) = 0 \qquad (7)$$

$$y\ddot{\xi} - x\ddot{\eta} - 2\omega(x\dot{\xi} + y\dot{\eta}) + \alpha_1 y\xi - \alpha_2 x\eta + \\ + \frac{g}{\rho}(y\xi - x\eta) = 0 \qquad (8)$$

où

$$\alpha_1 = \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} + \frac{d\varphi}{dr'} - \frac{\varphi}{r}$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right)\varphi\,.$$

Qu'en est-il du mouvement en z ? Nous aurons, au second ordre près,

$$\frac{Z}{R} f_3(R) - \frac{z}{r} f_3(r) + \frac{Z - z'}{R'}\varphi(R') - \frac{z}{r}\varphi(r') = \alpha_3\zeta + \frac{z}{r}\xi(\ldots)$$

où $\alpha_3 = \frac{f_3}{r} + \frac{\varphi}{r'}$ et nous négligerons aussi les termes en ξ, proportionnels à $\frac{z}{r} \ll 1$.

Les combinaisons $(7) \,.\, x + (8) \,.\, y$, $(7) \,.\, y - (8) \,.\, x$ et l'adjonction de l'équation en z nous amènent finalement aux trois équations suivantes:

$$\begin{aligned} &\ddot{\xi} - 2\omega\dot{\eta} + \left(\alpha_1 + \frac{g}{\rho}\right)\xi = 0 \\ &\ddot{\eta} + 2\omega\dot{\xi} + \left(\alpha_2 + \frac{g}{\rho}\right)\eta = 0 \qquad (9) \\ &\ddot{\zeta} \qquad\quad + \left(\alpha_3 + \frac{g}{\rho}\right)\zeta = 0 \end{aligned}$$

dont les deux premières renferment les termes en $\dot{\xi}$, $\dot{\eta}$ caractéristiques de l'accélération de Coriolis.

Si le nuage était situé au-delà de l'amas mais toujours sur la droite OC, la première des équations (4) s'écrirait

$$\frac{d^2(X-x)}{dt^2} + \frac{X}{R} f(R) + \frac{X-x'}{R'} \varphi(R') - \\ - \frac{x}{r}[f(r) - \varphi(r')] + \frac{X-x}{\rho} g(\rho) = 0$$

où

$$x' = \left(1 + \frac{r'}{r}\right) x ,$$

$X - x'$ étant ici négatif.

De même avec les équations en y et en z.

Le développement des termes de premier ordre en les ξ/r, ..., ζ/r' s'effectuera à partir des relations approchées

$$R = r + \xi , \qquad R' = r' - \xi \tag{6'}$$

et nous fera retomber sur le système d'équations (9) dans lequel les coefficients α_1, α_2, ω ont maintenant les valeurs

$$\alpha_1 = \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} + \frac{d\varphi}{dr'} + \frac{\varphi}{r}$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r}\right)\varphi$$

$$\omega^2 = \frac{1}{r}(f - \varphi)$$

tandis que α_3 reste inchangé.

Conditions de stabilité.

Pour discuter de la stabilité de l'amas à partir des équations de mouvement (9) de l'une de ses étoiles, nous suivons avec B. J. Bok la méthode [7], remontant à Hill (théorie de la Lune) et à Picart (théorie de la figure des comètes) qui consiste à former, par l'usuelle combinaison des forces vives appliquée aux équations (9), l'intégrale première de Jacobi donnant le carré de la vitesse relative

$$\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\xi}^2 = V^2$$

soit

$$V^2 + \alpha_1 \xi^2 + \alpha_2 \eta^2 + \alpha_3 \xi^2 + 2 \int^{\rho} g(\rho)\, d\rho = \mathcal{C} \qquad (10)$$

où $\mathcal{C}$ est une constante déterminée par le choix de la limite inférieure de l'intégrale de $g(\rho)$.

La surface $V^2 = 0$ divise l'espace en deux régions; V^2 sera positif dans l'une d'elles, négatif dans l'autre. Une étoile de l'amas, initialement située dans la première de ces régions ne pourra jamais atteindre l'autre si l'amas est stable et la surface $V^2 = 0$ est alors fermée autour de C. Si, au contraire, cette surface est ouverte, il y aura possibilité pour l'étoile de quitter l'amas définitivement.

Examinons les signes des coefficients α_1, α_2, α_3 dont nous rappelons les expressions:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{df}{dr} + \frac{d\varphi}{dr'} - \frac{f \pm \varphi}{r} \\ \alpha_2 &= \left(\frac{1}{r'} \mp \frac{1}{r}\right)\varphi \qquad (11) \\ \alpha_3 &= \frac{f_3}{r} + \frac{\varphi}{r'} \end{aligned}$$

le double signe ayant trait aux cas où le nuage perturbateur est situé en deça ou au-delà de l'amas.

D'ailleurs, dans la mesure où nous avons

$$r' \ll r\,, \qquad \varphi \ll f\,,$$

les termes affectés du double signe sont peu importants, de sorte que l'influence du nuage de matière diffuse sur la stabilité de l'amas stellaire est approximativement la même, que l'amas se trouve en deçà ou au-delà du nuage.

En outre, cette conclusion est rigoureusement vérifiée pour le mouvement en z; la tendance à la stabilité, déjà favorisée par l'attraction galactique f_3 se trouve renforcée, d'égale façon dans les deux cas, par la présence du nuage. Ceci tient au fait que l'attraction du nuage sur l'étoile S est ici, à des termes du second ordre près, proportionnelle à $Z' = Z - z'$ qui est positif lorsque $OC > ON$, négatif dans le cas contraire.

La dérivée df/dr est négative pour toute loi où la force f décroît quand augmente la distance au centre O. Quant à la dérivée $d\varphi/dr'$, elle pourrait être positive si l'amas était à l'intérieur du nuage, mais il est alors fort probable que la pression de radiation des supergéantes bleues que l'on trouve fréquemment dans les amas galactiques agira sur le nuage de manière à en modifier notablement la forme au voisinage de l'amas. C'est pourquoi nous envisageons l'amas à proximité du nuage mais entièrement à l'extérieur de celui-ci; $\frac{d\varphi}{dr'}$ sera donc négative et il en ira de même du coefficient α_1, tandis que α_2 apparaît positif.

Ainsi, $\mathcal{C}$ ayant une valeur donnée quelconque, nous remarquons que le terme $\alpha_1 \xi^2$ favorise l'instabilité de l'amas et que les termes $\alpha_2 \eta^2$, $\alpha_3 \zeta^2$ renforcent au contraire la stabilité de ce dernier. Si l'amas doit cesser d'être stable, ce sera le long de l'axe Cξ que l'instabilité se manifestera tout d'abord.

Quelle est la part du nuage de matière interstellaire dans ces conclusions qui ressemblent de près à celles que Bok avait obtenues en considérant seulement le champ galactique général ? C'est ce que nous apprendrons quelques estimations numériques.

Notons d'abord que la différence $\frac{df}{dr} - \frac{f}{r}$ s'exprime [4] à l'aide des constantes d'Oort; elle vaut

$$4\,\mathrm{A}\,(\mathrm{B} - \mathrm{A}) = -\,2{,}3 \,.\, 10^{-30}\ \mathrm{sec}^{-2}\ .$$

Comme nous l'avions fait plus haut, ramenons pour simplifier la force d'attraction du nuage à celle d'un cylindre homogène indéfini (de diamètre 40 pc environ). Nous aurons

$$\frac{d\varphi}{dr'} = -\frac{\varphi}{r'}$$

puisque φ décroît comme $^1/_{r'}$. Ceci nous conduit à $-\,24\,.\,10^{-30}$ sec^{-2} avec $r' = 27$ pc et une densité de 10^{-22} g/cm^3 pour le nuage.

D'autre part, dans le calcul de α_3 figure l'accélération f_3 déterminée par la densité moyenne $\bar{\rho}$ dans le plan galactique à distance r du centre O. Adoptant pour $\bar{\rho}$ la valeur que Oort avait déduite de l'étude des mouvements stellaires perpen-

diculaires au plan galactique, soit $\bar{\rho} = 0{,}1$ masse solaire par pc^3 au voisinage du Soleil, nous tirons de là [4]

$$\frac{f_3}{r} = 4\pi G\bar{\rho} = 5{,}85.10^{-30}\ \sec^{-2}.$$

Par suite à $r = 10$ kpc, les coefficients α_1, α_2, α_3 vaudront, à quelques centièmes près et en unités 10^{-30} $\sec^{-2}$,

$$\alpha_1 = -26{,}3 \qquad \alpha_2 = +24 \qquad \alpha_3 = +29{,}8$$

ce qui représente un accroissement très sensible, d'ailleurs le même en valeur absolue pour les trois coefficients, sur les valeurs

$$-2{,}3 \qquad 0 \qquad +5{,}8$$

relatives à l'action du champ galactique seul.

La présence d'un nuage important de matière diffuse à proximité de l'amas, sur le rayon galactique OC, *se traduit donc par une augmentation marquée de la tendance à l'instabilité le long de ce rayon et un renforcement de la stabilité dans les directions* Cη, Cζ *normales à* OC.

Perturbation transversale.

L'amas est toujours supposé se trouver au voisinage du plan galactique ($z/r \ll 1$) et l'on a encore $r' \ll r$, ces distances étant ici perpendiculaires entre elles (fig. 2). Le nuage est en effet

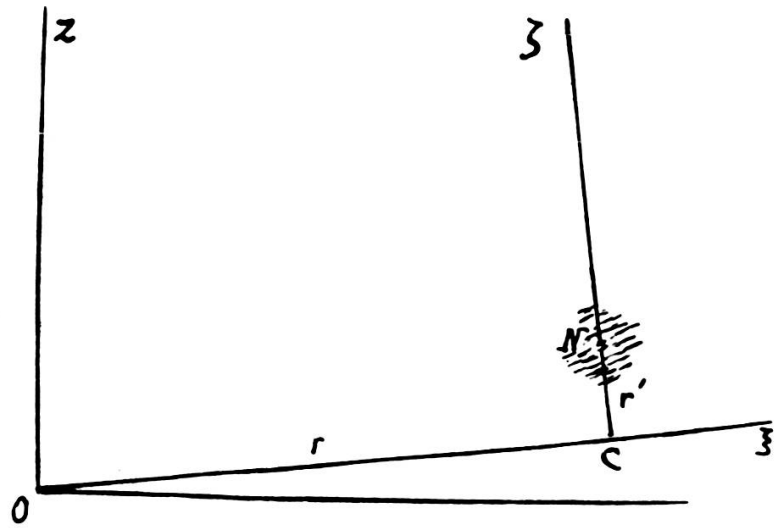

Fig. 2.

situé sur l'axe $C\zeta$ du côté des ζ positifs ou des ζ négatifs. Suivant ces deux alternatives, nous écrirons les composantes z des accélérations du centre C, respectivement d'une étoile S de l'amas sous la forme

$$\gamma_z^c = -\frac{z}{r} f_3(r) \pm \varphi(r')$$

$$\gamma_z^s = -\frac{Z}{R} f_3(R) \pm \varphi(R') - \frac{g}{\rho}(Z - z)$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur à un et avec les mêmes notations qu'auparavant.

D'où le mouvement relatif dans les axes mobiles

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + \frac{g}{\rho}\zeta + \frac{Z}{R} f_3(R) - \frac{z}{r} f_3(r) \mp [\varphi(R') - \varphi(r')] = 0 . \qquad (12)$$

Or

$$R = r + \xi , \qquad R' = r' \pm \zeta \qquad (13)$$

de sorte que, d'une part,

$$\frac{Z}{R} f_3(R) - \frac{z}{r} f_3(r) = \frac{\zeta}{r} f_3(r)$$

comme précédemment et, d'autre part,

$$\varphi(R') - \varphi(r') = \mp \zeta \frac{d\varphi}{dr'}$$

ce qui nous amène finalement à l'équation

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + \left(\hat{\alpha}_3 + \frac{g}{\rho}\right)\zeta = 0 \qquad (14)$$

où

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{f_3}{r} + \frac{d\varphi}{dr'} .$$

La présence de la dérivée $d\varphi/dr'$ peut rendre $\hat{\alpha}_3$ et même $\alpha_3 + g/\rho$ négatif; dans ce dernier cas, l'équation (14) présente une solution croissant exponentiellement au cours du temps. Le nuage provoquera la désagrégation de l'amas stellaire le long de $C\zeta$.

Admettons cependant que, tout en ayant $\hat{\alpha}_3 < 0$, $\hat{\alpha}_3 + g/\rho$ soit positif; l'amas sera stable et $\zeta(t)$ périodique.

Nous pouvons alors toujours trouver, $\mathcal{C}$ étant donné, une valeur ρ_0 de ρ pour laquelle la quantité

$$V^2 = \mathcal{C} - \alpha_1 \xi^2 - \alpha_2 \eta^2 - \alpha_2 \eta^2 - \hat{\alpha}_3 \zeta^2 - 2 \int^{\rho} g(\rho)\, d\rho$$

est négative. Notons d'ailleurs qu'ici

$$\alpha_1 = \frac{df}{dr} - \frac{f}{r} \qquad \text{et} \qquad \alpha_2 = 0$$

car la perturbation n'affecte en première approximation que le mouvement en ζ.

Passons à des coordonnées polaires ρ, l, b centrées sur C, $l = 0$ ou $180°$ et $b = 0$ caractérisant l'axe Cξ, et $b = 90°$ l'axe Cζ. Posons $\alpha_1 = -m^2$, $\hat{\alpha}_3 = -n^2$; la fonction

$$V^2 = \mathcal{C} + m^2 \rho_0^2 \cos^2 l \cos^2 b + n^2 \rho_0^2 \sin^2 b - 2 \int^{\rho} g(\rho)\, d\rho$$

présente deux maxima, donnés par $l = 0°$ ou $180°$ et par la condition

$$m^2 \cos^2 b + n^2 \sin^2 b = \text{max.}$$

soit

$$b = 0 \quad \text{ou} \quad 90° \qquad (m \neq n)$$

les axes Cξ, Cζ sont les deux directions le long desquelles l'instabilité, si elle doit survenir, se manifestera en premier lieu. Dans le cas exceptionnel où $m = n$, l'instabilité pourrait prendre naissance en toute direction contenue dans le plan C$\xi\zeta$.

Densité critique.

Afin de réaliser dans quelle mesure la densité critique pour la stabilité de l'amas stellaire va se trouver accrue en présence du nuage, nous pouvons remplacer l'amas, comme l'ont fait Bok et Mineur, par le modèle d'un ellipsoïde homogène de potentiel

$$\Omega = -\frac{1}{2}\beta_0 + \frac{1}{2}(\beta_1 \xi^2 + \beta_2 \eta^2 + \beta_3 \zeta^2)$$

où β_0, β_1, β_2, β_3 sont des constantes positives, les β_i ayant la forme $\beta_i = \pi G \delta \beta_i'$ ($i = 1, 2, 3$) où δ est la densité de l'ellipsoïde et les β_i' sont des nombres purs ne dépendant que des rapports des axes $a : b : c$.

Les composantes de la force sont alors

$$-\frac{\partial \Omega}{\partial \xi}, \qquad -\frac{\partial \Omega}{\partial \eta}, \qquad -\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta}$$

au lieu des termes en $g(\rho)$ écrits antérieurement. Par conséquent, les équations (9) deviennent

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} - 2\omega\dot{\eta} + (\alpha_1 + \beta_1)\xi &= 0 \\ \ddot{\eta} - 2\omega\dot{\xi} + (\alpha_2 + \beta_2)\eta &= 0 \\ \ddot{\zeta} \qquad\quad + (\alpha_3 + \beta_3)\zeta &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

avec $\omega^2 = \frac{1}{2}(f \mp \varphi)$ pour une perturbation radiale. Dès lors la solution $\zeta(t)$ est périodique car $\alpha_3 + \beta_3 > 0$ et l'on essaie une solution de la forme

$$\xi = \xi_0 e^{iqt}, \qquad \eta = \eta_0 e^{iqt}$$

pour décrire le mouvement en ξ, η. ξ_0, η_0 et q sont des constantes. Il résulte de là un système linéaire homogène en ξ_0, η_0, compatible si

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 + \beta_1 - q^2 & -2i\omega q \\ 2i\omega q & \alpha_2 + \beta_2 - q^2 \end{vmatrix} = 0 .$$

Afin que les deux racines de cette équation quadratique en q^2 soient positives, il faudra, les β_i et α_2 étant positifs, que

$$\alpha_1 + \beta_1 > 0 \tag{16}$$

La condition obtenue, écrite aussi

$$\delta > \delta^* \qquad \text{où} \qquad \delta^* = -\frac{\alpha_1}{\pi G \beta_1'}$$

est donc de la même forme qu'en l'absence du nuage, mais d'après l'analyse faite plus haut, α_1 et par suite *la densité critique δ^* peut prendre une valeur 10 fois plus élevée en présence du nuage perturbateur.*

Cette conclusion subsiste lors d'une perturbation transversale, la stabilité exige alors les deux conditions

$$\alpha_1 + \beta_1 > 0 \ , \qquad \hat{\alpha}_3 + \beta_3 > 0 \qquad (16')$$

et la densité critique sera le plus grand des nombres

$$- \alpha_1/\pi \, G \, \beta_1' \qquad - \hat{\alpha}_3/\pi \, G \, \beta_3'$$

dont le premier correspond d'ailleurs au problème où le champ galactique agit seul. Or, en reprenant un nuage de forme cylindrique circulaire, $\beta_3 = \beta_1$

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{f_3}{r} - \frac{\varphi}{r'}$$

et l'on vérifie que le rapport $\hat{\alpha}_3/\alpha_1$ est de l'ordre de 8.

Cependant, si la densité du nuage était dix fois plus faible, soit 10^{-23} g/cm^3, $\hat{\alpha}_3$ serait positif, alors que dans la direction radiale, la densité critique δ^* au lieu d'être amplifiée dix à onze fois, serait encore doublée néanmoins.

L'intégrale de Jacobi a ici pour expression ($\mathcal{C}' = \mathcal{C} + \beta_0$)

$$V^2 + (\alpha_1 + \beta_1) \, \xi^2 + (\alpha_2 + \beta_2) \, \eta^2 + (\alpha_3 + \beta_3) \, \zeta^2 = \mathcal{C}' \qquad (17)$$

Il est toujours possible de choisir $\mathcal{C}' > 0$ si l'étoile appartenait à l'amas au temps initial t_0; ainsi en admettant qu'elle passait à l'origine avec la vitesse $V(t_0) = V_0$, on aurait $\mathcal{C}' = V_0^2$. La surface $V^2 = 0$ est donc une quadrique réelle.

Le coefficient $\alpha_2 + \beta_2$ est constamment positif; s'il en va de même de $\alpha_1 + \beta_1$ et $\alpha_3 + \beta_3$, l'amas est stable dans toutes les directions et la quadrique est un ellipsoïde.

Si $\alpha_1 + \beta_1 < 0$, $\alpha_3 + \beta_3 > 0$, la surface s'ouvre le long de $C\xi$ pour devenir un hyperboloïde à une nappe. Enfin, en cas de perturbation transversale, on pourrait avoir inversement $\alpha_1 + \beta_1 > 0$, $\alpha_3 + \beta_3 < 0$ auquel cas l'hyperboloïde précédent serait axé sur $C\zeta$, et aussi $\alpha_1 + \beta_1 < 0$, $\alpha_3 + \beta_3 < 0$ conduisant à un hyperboloïde à deux nappes traversées par l'axe $C\eta$ le long duquel persiste encore une tendance à la stabilité.

La surface Σ d'équation $V^2 = 0$ délimite en fait la région de l'espace à l'intérieur de laquelle l'énergie totale par unité de masse $E = \mathcal{C}/2$ reste négative. Afin de préciser davantage

la stabilité des mouvements stellaires perturbés par les actions extérieures à l'amas, il convient d'étudier de plus près, ainsi que l'a montré M. Cimino dans une récente étude [8] sur les amas globulaires, les intersections de Σ avec des plans passant par $C\zeta$. Cherchant à éviter les complications dues à plusieurs variables, nous adoptons un potentiel $-U(\rho)$ où

$$U(\rho) = \int^{\rho} g(\rho)\, d\rho \tag{18}$$

est fonction de la seule distance $\rho = CS$, monotone décroissante de $U(O) > 0$ à $U(\infty) = 0$, hypothèse évidemment moins justifiée pour les amas galactiques que pour les amas globulaires. Si l'on pose

$$\mathcal{C} = 2E\ , \qquad \alpha_1 = -m^2\ , \qquad \alpha_2 = +k^2$$

l'équation de Σ s'écrit, en coordonnées polaires,

$$2[U(\rho) + E] = K(l, b)\ .\ \rho^2$$

où

$$K(l, b) = \alpha_3 \sin^2 b + k^2 \sin^2 l \cos^2 b - m^2 \cos^2 l \cos^2 b$$

α_3 pouvant être éventuellement négatif lors d'une perturbation transversale du nuage. Si cependant $\alpha_3 > 0$, l'intersection de la surface Σ avec le plan $\eta\zeta$ ($l = 0$) nous montre que la courbe

$$y = 2[U(\rho) + E]$$

coupe à distance ρ finie toutes les paraboles de la famille

$$y = (\alpha_3 \sin^2 b + k^2 \cos^2 b)\ .\ \rho^2$$

pourvu que E soit compris entre O et $-U(O)$. Mais si α_3 était négatif ($k^2 = 0$) tel que les paraboles précédentes tournent leur concavité vers les $y < 0$, il se pourrait qu'il n'y eût pas d'intersection pour certaines valeurs de b voisines de 90°; l'amas se désagrégerait alors le long de $C\zeta$. Admettons que tel ne soit pas le cas; l'intersection de Σ avec un plan quelconque passant par $C\zeta$ ($l \leqslant 90°$ car V^2 est une fonction paire de ξ, η, ζ) nous apprend que les courbes

$$y = 2[U(\rho) + E] \qquad \text{et} \qquad y = K(l, b)\ .\ \rho^2$$

n'auront de point commun à distance finie quels que soient les paramètres l, b que si l'équation

$$2[U(\rho) + E] = K_{min} \cdot \rho^2$$

possède une racine réelle positive. K_{min} est le plus petit des deux nombres négatifs $-m^2$, α_3.

Or plus la valeur de $|K_{min}|$ est élevée, ce que favorise précisément la présence du nuage, moins cette dernière condition risque d'être remplie, remarque qui confirme le rôle important des grands nuages de matière interstellaire dans la stabilité des amas galactiques.

Novembre 1957.

Observatoire de Genève.

BIBLIOGRAPHIE

1. Bok, B. J., *Harvard Coll. Obs.*, circ. 384, 1934.
2. Klauder, H., cité par H. Siedentopf, *Grundriss der Astrophysik*, Stuttgart, 1950, p. 156.
3. Dufay, J., *Galactic nebulae and interstellar matter*, London, 1957 (Hutchinson), p. 82.
4. Chandrasekhar, S., *Principles of stellar dynamics*, Univ. of Chicago Press, 1942, ch. V, 6; IV, 5.
5. Mineur, H., *Annales d'astrophysique*, n° 1, 1939 (Paris).
6. Liouville, J., *Connaissance des temps pour 1845* (Paris).
7. Tisserand, F., *Traité de Mécanique céleste* (Gauthier-Villars, Paris, 1896), tome IV, ch. XVI.
8. Cimino, M., *Oss. astron. di Roma* (Mte Mario), contrib. scient. n.s. n° 227, 1956.