Sur la construction des géodésiques des surfaces de révolution

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **3 (1950)**

Heft 6

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739472

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Une quantité appréciable d'acide nicotinique se trouve dans le milieu, provenant soit d'une diffusion de ce facteur à partir de cellules vivantes, soit d'une désintégration de cellules mortes.

Passage	Acide nicotinique (mγ)		
	Tissus	Milieu	Total
1	592,8	149,5	742,3
4	246,4	153,0	399,4
7	275,5	202,4	477,9

Ces expériences nous obligent à conclure que la racine de la variété utilisée de *Pisum sativum* est autotrophe pour l'acide nicotinique. Au deuxième repiquage, une chute du taux relatif se produit, compensée au repiquage suivant. Après le septième repiquage, la biosynthèse de l'acide nicotinique se maintient à peu près avec la même intensité.

Nous n'affirmons pas que la biosynthèse de l'acide nicotinique dans la racine soit indépendante du métabolisme de la feuille. Pourtant, en culture pure, la racine se suffit à elle-même relativement à l'acide nicotinique.

Ces données complètent celles que nous avons déjà indiquées [1]: l'acide nicotinique n'est pas indispensable comme facteur exogène. Il agit favorablement sur le développement, mais il n'est que facteur complémentaire.

Université de Berne.
Institut et Jardin botaniques.

Paul Rossier. — *Sur la construction des géodésiques des surfaces de révolution.*

1. — Sur une géodésique d'une surface de révolution, le produit du sinus de l'angle de la géodésique avec le méridien par le rayon du parallèle passant par le point considéré est constant.

[1] R. Louis, *Expérientia*, *6*, 145, 1950.

Ce théorème, dû à Clairaut, peut être démontré intuitivement en passant par l'intermédiaire d'un cône de révolution. Développons ce cône. La géodésique est représentée par une droite. Soient α l'angle d'une génératrice avec l'axe, M un point de la géodésique, μ l'angle de la géodésique avec la génératrice par M, S le sommet du cône, N le pied de la perpendiculaire abaissée de S sur la géodésique, r le rayon du parallèle du cône par M. On a

$$r \sin \mu = SM \sin \alpha \sin \mu = SN \sin \alpha = \text{constante} .$$

La constante est égale au rayon du parallèle tangent à la géodésique.

2. — Sur une sphère, on peut aussi démontrer le théorème de façon élémentaire. Soient P l'une des intersections de la sphère avec l'axe de révolution, g un grand cercle, donc la géodésique considérée, M un de ses points, N le pied de grand cercle perpendiculaire à g et passant par P. Le triangle sphérique rectangle MNP donne

$$\sin PMN = \frac{\sin PN}{\sin PM} .$$

Appelons r et R les rayons du parallèle et de la sphère. Il vient

$$r \sin PMN = R \sin PM \frac{\sin PN}{\sin PM} = R \sin PB .$$

3. — Sur une surface de révolution quelconque, considérons le cône tangent le long du parallèle passant par le point considéré; sur un petit arc comprenant ce point, la géodésique de la surface de révolution est un arc de géodésique du cône. Les deux surfaces ne diffèrent que par des infiniment petits d'ordre deux par rapport à l'arc de géodésique. Le produit de Clairaut ne fait intervenir que des infiniments petits d'ordre un, pour la détermination de l'angle. La différentielle du produit, nulle pour l'une des surfaces est aussi nulle pour l'autre. Le produit est donc constant sur la géodésique.

4. — L'argument précédent, relatif à l'ordre d'infinité, est peu convainquant pour qui n'est pas habitué aux considérations infinitésimales. On peut le remplacer par un autre dans le cas des surfaces de révolution convexes, si le rayon de courbure du méridien est supérieur à celui de la sphère tangente à la surface sur le parallèle. La surface est alors comprise entre cette sphère et le cône tangent. La géodésique satisfait au théorème sur ces deux surfaces. On voit intuitivement qu'il en est de même sur la surface de révolution.

5. — La signification géométrique du théorème de Clairaut est la suivante: En un point quelconque d'une géodésique d'une surface de révolution, traçons le cône tangent au parallèle et, sur ce cône, déterminons le rayon du parallèle tangent à la géodésique du cône tangente à la géodésique de la surface de révolution; ce rayon est égal au rayon du parallèle de la surface tangent à la géodésique.

Sous cette forme, le théorème conduit à une construction de la géodésique. Soient r_0 le rayon du parallèle tangent, r celui d'un parallèle quelconque. Traçons le cône tangent à la surface le long de ce parallèle. La longueur de la génératrice de ce cône est $g = \frac{r}{\sin \alpha}$, où α est l'angle du méridien avec l'axe.

Sur le développement de ce cône, traçons une droite distante de r_0 du sommet du cône et le cercle centré sur ce point et de rayon g. Il coupe la droite en deux points; la longueur de l'arc de cercle comprise entre ces deux points est égale à celle de l'arc de parallèle compris entre les deux intersections de ce parallèle avec la géodésique cherchée.

Les opérations exigées sont le tracé de la tangente au méridien, la mesure et le report d'un arc de cercle; à la précision du dessin, elles sont justiciables de la règle et du compas.

Paul Rossier. — *Sur le théorème de Gauss relatif à la conservation de la courbure intérieure d'une surface lors d'une flexion.*

1. — Considérons une pyramide régulière à quatre faces d'arête a, dont le côté de la base est b et de hauteur f. Appelons triangles et cercles diagonaux les deux triangles isocèles formés

par deux arêtes opposées et leurs cercles circonscrits. Soit R le rayon d'un cercle diagonal.

On a

$$a^2 = 2Rf \qquad \text{et}$$

$$b^2 = 2(a^2 - f^2) = 2\left(a^2 - \frac{a^4}{4R^2}\right).$$

Déformons la pyramide en conservant les longueurs des arêtes et des côtés de la base. Celle-ci devient un losange gauche, de diagonales $2x$ et $2y$. Le nouveau corps possède deux triangles et deux cercles diagonaux différents: appelons f_x, f_y leurs hauteurs et R_x, R_y leurs rayons.

On a

$$a^2 = x^2 + f_x^2 = y^2 + f_y^2 ,$$

$$b^2 = x^2 + y^2 + (f_x - f_y)^2 .$$

On en tire

$$4 f_x f_y = = \frac{a^4}{R^2}$$

et

$$R_x R_y = \frac{a^2}{2f_x} \cdot \frac{a^2}{2f_y} = R^2 .$$

Lors d'une déformation de la pyramide avec conservation des longueurs, le produit des rayons des cercles diagonaux est constant.

2. — Dans une petite calotte sphérique, inscrivons une pyramide régulière à quatre faces et déformons la figure par flexion. Les rayons R_x et R_y sont les rayons de courbure principaux de la figure obtenue. Leur produit est l'inverse de la courbure totale; celle-ci est conservée dans la flexion. Cette conservation est une forme du théorème de Gauss.

Pour généraliser à une surface convexe quelconque, il suffit de passer par l'intermédiaire d'une sphère ayant pour rayon la moyenne géométrique des deux rayons principaux.

Pour une surface à courbures opposées, on peut opérer de la même façon, en remplaçant la sphère par un hyperboloïde de révolution réglé équilatère.

3. — L'aire d'une portion de sphère peut être exprimée de deux façons: elle est égale aux produits du carré du rayon par l'excès sphérique ou par l'angle solide correspondant. L'aire et l'excès ne varient pas lors d'une flexion. La courbure peut donc être déterminée par des mesures effectuées sur la surface; l'existence de cette possibilité constitue une deuxième forme du théorème de Gauss.

Dans le cas d'une surface à courbures opposées, le calcul de l'aire est moins simple que dans celui de la sphère.

Georges-J. Béné, Pierre-M. Denis, Richard-C. Extermann. — *Mesure de la relaxation magnétique nucléaire transversale.*

La résonance magnétique nucléaire [1], observée dans un champ magnétique de 700 gauss environ, fourni par un système de bobines d'Helmholtz nous a permis d'étudier systématiquement l'influence de l'inhomogénéité du champ magnétique sur la forme du signal.

Le champ magnétique, au voisinage du centre d'un tel système est une fonction linéaire du courant d'excitation, le facteur de proportionnalité étant égal à une série de puissances paires de r/A, où

r = distance du centre du système au point étudié,
A = rayon moyen des bobines, égal à leur distance.

La relation suivante entre a, dimension radiale des bobines, et b, dimension axiale: $31\,a^2 = 36\,b^2$, permet d'éliminer le terme en r^2/A^2 et de fixer à une bonne approximation la variation du champ au voisinage du centre du système par le terme en r^4/A^4.

On sait que, dans la résonance nucléaire, la largeur de la raie d'absorption, ou encore le décrément logarithmique des battements qui prolongent le signal après la résonance, sont liés simplement au temps de relaxation transversale T_2 des noyaux soumis à l'investigation, et à l'inhomogénéité du champ qui

[1] F. Bloch, *Phys. Rev.*, *70*, 460, 1946.