Comportement relativiste des systèmes avec ou sans self-contrainte

Autor(en): **Keberle, Edouard / Mercier, André**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **3 (1950)**

Heft 3

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739453

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

chapelets triasiques exWurmli qui, jusqu'aux abords de Valtournanche, appartiennent bien aussi aux parties méridionales de la cordillère briançonnaise déversées ou écoulées sur la zone Mont-Rose.

6) Peut-être le grand plissement transversal d'Antronapiana se retrouve-t-il dans les prasinites du Laquinthal. Et peut-être y a-t-il une connection entre le sens de ce plissement et celui de la linea alpino-dinarica de MM. Mattirolo, Novarese, Franchi, Stella, qui, au sud de Fobello, limite à l'occident les diorites de la zone d'Ivrée-Verbano.

M. le Président donne ensuite la parole à M. **M. Sauter** qui, dans une conférence, développe le sujet suivant: « *Problèmes de paléontologie humaine. L'Afrique du sud, « berceau » de l'humanité ?* »

Séance du 15 juin 1950

Edouard Keberle et **André Mercier** — *Comportement relativiste des systèmes avec ou sans self-contrainte.*

1. *Introduction.*

De tous les systèmes physiques, les uns ont une self-contrainte [1], les autres pas. Du point de vue statistique, les premiers possèdent des invariants adiabatiques (ce qui permet d'en faire une mécanique statistique), les seconds n'en ont point. Et du point de vue relativiste, les premiers ont, comme nous allons le montrer dans cette note, les propriétés d'un *intervalle*, et les autres des propriétés *tensorielles*.

Ces deux points de vue révèlent donc un parallélisme frappant, qui découle d'ailleurs du principe que nous avons énoncé

correspondent-ils pas aux structures envisagées ici, plutôt qu'à des nappes s'élevant axialement de l'W à l'E ?

[1] Les systèmes self-contraints se composent de parties incapables de se soustraire définitivement à leurs contraintes internes.

sous le nom de *principe de corrélation* [1] entre le postulat de relativité et celui de statistique.

Chacun des deux langages de la statistique et de la relativité permet de saisir le sens de la distinction entre les systèmes sans self-contrainte (*a*) et ceux qui en ont une (*b*). Exemples: particule (*a*) ou oscillateur (*b*); comète (*a*) ou planète (*b*).

Dans le langage relativiste, on dira qu'une particule libre, une comète... peut s'échapper à l'infini du centre d'attraction, tandis qu'un oscillateur, une planète... ne le peut pas.

Dans l'autre, il est impossible de construire une statistique avec des systèmes sans self-contrainte (type comète), mais bien possible avec des oscillateurs, des atomes (type planète)... parce que ceux-ci possèdent des invariants adiabatiques.

2. a) *Tenseurs.*

1° *L'espace-temps* en tant que multiplicité illimitée admet les formules de transformation bien connues

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ces transformations forment un groupe.

2° Le *vecteur énergie-quantité de mouvement* $\left(\frac{E}{c^2}, p_k\right)$ d'une particule libre:

$$p_k = m u^k \quad (k = 1, 2, 3), \quad \frac{E}{c^2} = m u^4$$

$$\left(\text{avec } u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}, \quad d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \text{temps propre}\right),$$

de carré $\frac{E^2}{c^2} - p_k^2$ dans la métrique $g_{ik} = (c^2, -1, -1, -1)$.

[1] Colloque international de physique théorique (Paris, printemps 1950).

Sa transformation

$$\frac{E'}{c^2} = \frac{\frac{E}{c^2} - \frac{v}{c^2} p_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p'_1 = \frac{p_1 - v \frac{E}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

peut aussi se mettre sous la forme

$$E' = \frac{E - v p_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad p'_1 = \frac{p_1 - \frac{v}{c^2} E}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}}. \qquad (1)$$

3° *Le vecteur d'onde* $\left(\frac{\nu}{c^2}, \varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3\right)$ d'un champ ondulatoire monochromatique illimité. Montrons que c'est bien un vecteur.

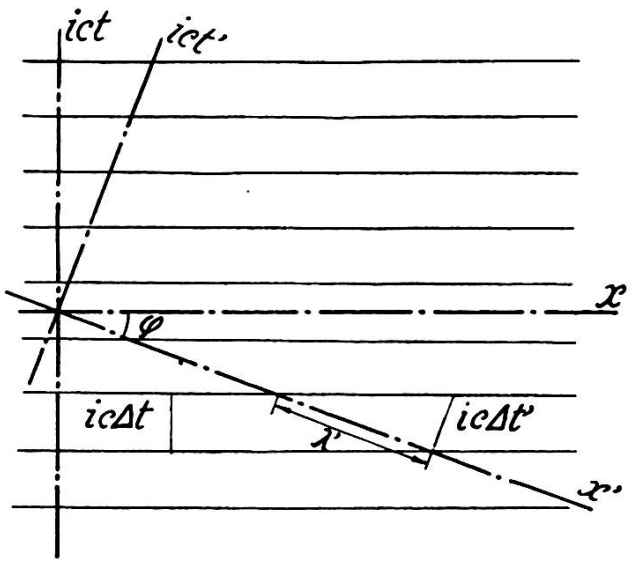

Fig. 1.

Pour cela, imaginons un système libre, de fréquence au repos non nulle, pour lequel il est toujours possible de fixer un référentiel (ict, x) « au repos » dans lequel la longueur d'onde $\lambda \left(= \frac{1}{\sqrt{\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2 + \varkappa_3^2}}\right)$ est infinie, la fréquence valant disons ν. La figure 1 porte, parallèlement aux x, les lignes d'amplitude nulle dans ce référentiel au repos. Le passage à un référentiel (ict', x')

permet d'y mesurer une longueur d'onde λ'. De la figure, on tire λ' et la fréquence nouvelle ν' (avec $\sin\varphi = \dfrac{i\beta}{\sqrt{1-\dfrac{c^2}{v^2}}}$ et $\beta = -\dfrac{v}{c}$):

$$\nu' = \frac{1}{\Delta t'} = \frac{\cos\varphi}{\Delta t} = \frac{\nu}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{\sin\varphi}{ic\,\Delta t} = \frac{-\nu\dfrac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

Si l'on passe à un troisième référentiel (ict'', x''), on trouve, tous calculs faits,

$$\nu'' = \frac{\nu' - v'\left(\dfrac{1}{\lambda'}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{v'^2}{c^2}}}, \qquad \frac{1}{\lambda''} = \frac{\left(\dfrac{1}{\lambda'}\right) - \dfrac{v'}{c^2}\nu'}{\sqrt{1-\dfrac{v'^2}{c^2}}}, \tag{2}$$

relations exactement comparables aux équations (1), ce qui premièrement prouve qu'on a bien à faire à un vecteur, et deuxièmement appelle automatiquement la célèbre dualité:

$$E = h\nu, \vec{p} = h\vec{x}$$

2 b) *Intervalles entre lignes d'univers.*

1° Rappelons tout d'abord le cas bien connu de l'*horloge* et de la *réglette*. De la figure 2, on tire les formules de dilatation de la période et de contraction de la longueur

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}, \qquad l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Dans ce cas, les formules de transformation ne forment pas un groupe; on doit pour chaque calcul repartir du référentiel au repos.

2° *L'onde stationnaire.* Si on tentait de transformer les grandeurs caractéristiques (« fréquence » et « longueur d'onde ») d'une onde stationnaire au moyen des formules (2), on détruirait le caractère même de stationnarité qui les définit.

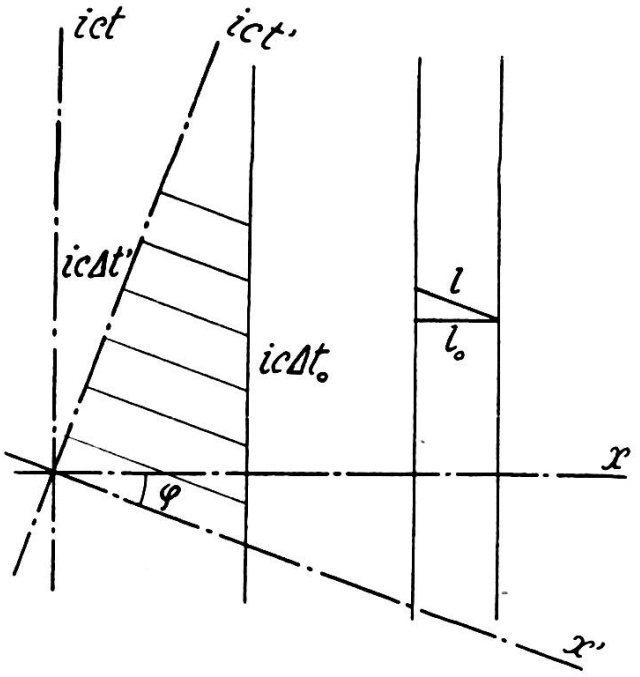

Fig. 2.

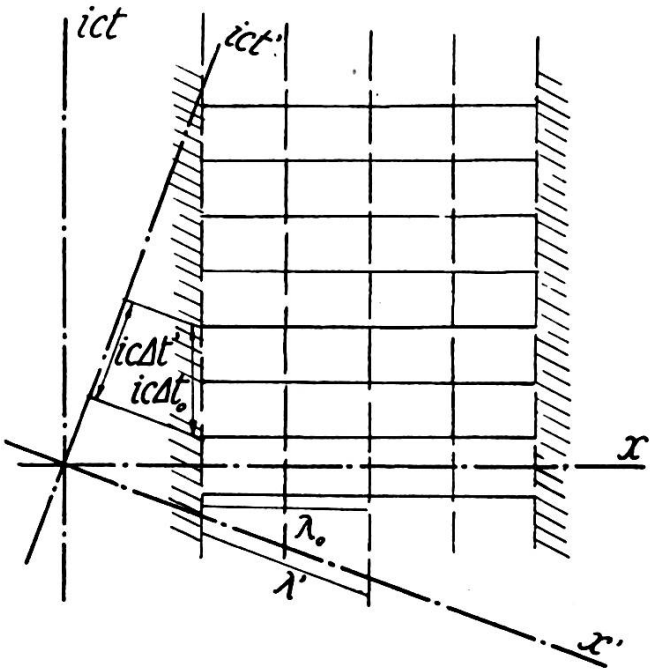

Fig.3.

La considération de la figure 3 montre qu'il faut transformer comme suit: L'onde est limitée à deux parois qui sont les lieux de nœuds en même temps que les lignes d'univers d'horloges fixes dans le référentiel x, ict dont l'axe ict est parallèle à ces parois. (En trois dimensions spatiales, on a une enceinte.)

Dans le système au repos, l'onde possède une fréquence $\nu_0 = \frac{1}{\Delta t_0}$ et une longueur d'onde λ_0 en rapport simple avec la distance des parois. Le passage à un référentiel x', ict' fournit

$$\nu' \equiv \frac{1}{\Delta t'} = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\Delta t_0} = \nu_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}, \qquad \lambda' = \lambda_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

qui sont les formules de transformation des intervalles.

On remarquera que ces formules sont valables aussi pour un oscillateur harmonique, puisque c'est un exemple d'horloge. D'ailleurs l'onde stationnaire n'est rien d'autre qu'une multitude d'oscillateurs synchrones (d'horloges) répartis dans toute l'enceinte de manière à donner des courbes d'amplitude de forme sinusoïdale.

3. *Généralisation.*

Dans le cas 3° du § 2 *a*), on considérait une onde illimitée (un corpuscule libre); dans le cas 2° de 2 *b*), un oscillateur. Le premier n'a pas d'invariant adiabatique, le second en a.

On peut généraliser, en déclarant que les systèmes ayant des invariants adiabatiques se transforment à la manière d'intervalles, et que ceux qui n'en ont pas le font à la manière des vecteurs et tenseurs. L'exactitude de cette proposition ressort du fait que les systèmes ayant des invariants adiabatiques comportent toujours une contrainte interne qui oblige à calculer les temps et longueurs qui les concernent en considérant des intervalles de lignes d'univers. Exemples: planète (demi-axes, période), système ergodique (enceinte).

4. *Formalisme canonique.*

Ce formalisme permet de tenir compte des deux types de systèmes (*a*) et (*b*). En effet, de la formule

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left[\mathrm{H} \, , \right] \quad \text{où} \quad \left[\mathrm{H} \, , \right] = \begin{cases} \text{parenthèse de Poisson (cas classique)} \\ \text{commutateur} \times \dfrac{h}{i} \text{ (cas quantique)} \end{cases}$$

découle que l'hamiltonien (l'énergie) se transforme comme $1/dt$. Or, selon le cas, $1/dt$ se comporte à la manière d'un intervalle ou à celle d'une composante vectorielle (fréquence). De la relation

$$\mathrm{E} = h\nu$$

suit alors que E se transforme en vertu de l'une des deux relations

$$\mathrm{E}' = \mathrm{E}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$ (cas de l'oscillateur de Planck, point de vue statistique)

$$\mathrm{E}' = \frac{\mathrm{E} - vp_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$ (cas de l'onde de L. de Broglie, point de vue relativiste),

ce qui correspond parfaitement aux exigences du principe de corrélation rappelé au début de cette note.

Il existe des procédés (quantification relativiste des champs) qui, combinant les deux points de vue, effectuent une décomposition en série de Fourier (introduction d'oscillateurs ou d'ondes stationnaires), tout en attribuant à ses éléments des propriétés qui se transforment tensoriellement (caractéristiques de systèmes dépourvus de self-contrainte).

Université de Berne.
Séminaire de physique théorique.