Sue une classe de courbes planes généralisant la conchoïde de Nicomède

Autor(en): **Rossier, Paul**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences [1948-1980]**

Band (Jahr): **3 (1950)**

Heft 2

PDF erstellt am: **31.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-739440

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Séance du 2 mars 1950.

Paul Rossier. — *Sue une classe de courbes planes généralisant la conchoïde de Nicomède.*

L'inversion quadratique plane relative à une conique dégénérée en deux droites est la transformation suivante: soient deux droites (les bases) et un point P (le pôle); un point quelconque X est transformé en son conjugué harmonique par rapport aux intersections de PX et des bases. Cette transformation est involutive.

Appelons point principal l'intersection des deux bases, antipolaire la polaire du pôle par rapport aux bases et droite principale, la droite PQ. On démontre que la transformée d'une courbe d'ordre n, ayant au pôle un point d'ordre p, au point principal un point d'ordre q, est une courbe d'ordre $2n - p - q$, ayant au pôle un point d'ordre $n - q$, au point principal un point d'ordre $n - p$ et tangente en ce point $n - p - q$ fois à l'antipolaire. Au pôle, les tangentes à la transformée coupent l'antipolaire sur la courbe proposée.

Nous appellerons courbes conchoïdales les courbes qui se transforment en elles-mêmes. Les bases et les droites par le pôle sont conchoïdales; excluons ces cas.

Pour les courbes conchoïdales, les relations précédentes imposent $n = p + q$. Une courbe conchoïdale non dégénérée passe par le pôle et le point principal. En ce point, la courbe n'est pas tangente à l'antipolaire. A toute branche par le point principal correspond une seconde branche distincte de la première. L'ordre du point principal est donc pair. Il n'existe pas de conique conchoïdale non dégénérée.

Au pôle, les tangentes à une courbe conchoïdale coupent l'antipolaire sur la courbe. Sur les bases, en un point simple, la tangente passe par le pôle. Les droites par le pôle, tangentes à la courbe hors des bases sont des bitangentes.

Toute cubique unicursale est conchoïdale et cela d'une infinité de façons. Prenons le point double comme point principal Q et un point quelconque P de la courbe comme pôle. Soit P′ le tangentiel de P. Comme bases prenons la paire de droites simultanément conjuguées par rapport aux tangentes à la courbe en Q et aux droites QP et QP′. La transformée de la cubique est une cubique passant simplement en P et y ayant même tangente que la proposée; deux points des deux bases distincts de Q sont communs aux deux courbes, ainsi que Q et ses tangentes; cela fait les neuf points communs impliquant l'identité des deux cubiques.

Si la cubique est cuspidale, l'une des bases est la tangente de rebroussement; par le pôle, il ne passe qu'une tangente à la courbe distincte de la tangente en ce point; la seconde base passe par son point de contact.

De là résultent les propriétés suivantes: Sur une cubique unicursale non cuspidale, les droites passant par le point double, un point de la courbe et son tangentiel d'une part, les tangentes au point double, d'autre part, sont conjuguées par rapport aux deux droites passant par le point double et les deux points dont le point donné est le tangentiel. Deux points de la courbe alignés sur un troisième sont conjugués par rapport aux deux droites joignant le point double aux deux points dont le point donné est le tangentiel. On obtient des propriétés analogues pour les cubiques cuspidales.

Soit une courbe conchoïdale quelconque. La cubique cuspidale conchoïdale tangente en un de ses points est unique; cette cubique est encore tangente à la courbe proposée au transformé du point donné. Toute courbe conchoïdale est donc l'enveloppe de cubiques cuspidales conchoïdales bitangentes.

Trois points déterminent une cubique unicursale conchoïdale. En tout point d'une courbe conchoïdale, il existe une cubique unicursale osculatrice conchoïdale. Donc la courbe est l'enveloppe de cubiques unicursales biosculatrices et conchoïdales.

Une quartique conchoïdale possède au moins deux points doubles au pôle et au point principal. Les tangentes à la courbe en l'un de ces points touchent la courbe en deux points alignés sur l'autre. Réciproquement, si une quartique à deux points

doubles est telle que les tangentes en l'un d'eux touchent la courbe en des points alignés sur l'autre, il en est de même pour le second et la courbe est conchoïdale.

Justifions enfin le terme de conchoïdal: la conchoïde de Nicomède est conchoïdale relativement à son pôle et à une paire de bases constituée par sa propre base et la droite impropre du plan.

En *séance particulière*, M. Albert Carozzi est élu Membre ordinaire de la Société.

Jean Piaget. — *Sur la logique des propositions* [1].

I. Considérons d'abord une seule proposition p. Selon que cette proposition est affirmée (p) ou niée ($\bar{p}$), quatre cas sont possibles eu égard à l'opération additive ($\vee$):

$$(o \vee o); \quad (p \vee o); \quad (\bar{p} \vee o); \quad (p \vee \bar{p}) \,. \tag{1}$$

On peut alors dresser une table à double entrée:

$$\begin{matrix} o & p \\ \bar{p} & (p \vee \bar{p}) \,. \end{matrix} \tag{2}$$

On constate que les termes soutenant entre eux une symétrie centrale sont inverses (N) les uns par rapport aux autres: p et $\bar{p}$; o et $(p \vee \bar{p})$ (= tout).

De plus les diagonales $/$ et $\backslash$ présentent respectivement les propriétés R = N et R = 1, donc C = 1 et C = N. En effet, $\bar{p}$ est à la fois la réciproque et l'inverse de p; et $(p \vee \bar{p})$, qui est sa propre réciproque R, est à la fois l'inverse N et la corrélative de (o).

[1] Pour le symbolisme employé et les définitions de R, N et C, voir notre communication du 3 mars 1949 (*Arch. Sc.*, *2*, 179, 1949) et notre *Traité de Logique* (Colin). Nous remercions vivement notre collègue Ammann de ses utiles indications au sujet de la présente communication.